第 023 講 浮力と浮き沈み

この講でできるようになること

- 浮力が液体の圧力の差によって生じる理由を説明できる。
- 排除した液体の体積から浮力を求め、物体の重力と比較して浮き沈みを判断できる。
- 完全に水没した状態と、液面から一部が出て静止した状態を区別し、水没体積を計算できる。

1. 水中の物体にはなぜ浮力が働くのか

水の中で石を持ち上げると、空気中で持ち上げるときよりも軽く感じられる。一方、木片を水に入れると、手を離した後に水面へ浮かび上がることがある。

どちらの場合も、物体には水から鉛直上向きの力が働いている。この力を**浮力**という。

ただし、浮力は水が物体を下面だけから押している力ではない。水は物体の上面・下面・側面をそれぞれ押しており、それらの力を合わせた結果として浮力が生じる。

水圧は深いほど大きい

静止した液体の圧力は、深くなるほど大きくなる。液面から深さ h の位置の圧力 p は、次の式で表される。

$$p = p_0 + \rho_{液} g h$$

ここで、p_0 は液面での圧力、$\rho_{液}$ は液体の密度、g は重力加速度である。

圧力そのものは向きをもたない量である。しかし、圧力によって面が受ける力は、その面に垂直に働く。

面積 S の平面が、一定の圧力 p を受けるとき、その面に働く力の大きさ F は次のようになる。

$$F = pS$$

同じ面積であれば、圧力が大きいほど押される力も大きくなる。

上面と下面の力を比較する

液体中に完全に沈んだ、上下の面積が等しい直方体を考える。上面の深さを $h_{上}$、下面の深さを $h_{下}$、上下の面積を S とする。

比較する量	上面	下面
深さ	$h_{上}$	$h_{下}$
圧力	$p_{上}$	$p_{下}$
圧力による力の向き	下向き	上向き
力の大きさ	$p_{上}S$	$p_{下}S$

下面のほうが深いため、$p_{下} > p_{上}$ である。したがって、下面を上向きに押す力のほうが、上面を下向きに押す力よりも大きい。

側面に働く水圧による力は、この直方体では水平方向に打ち消し合う。上下面の力の差を求めると、鉛直上向きの合力が残る。

©ミライコーチング

この合力が浮力 B である。

$$B = (p_{下} - p_{上})S$$

水圧の式を代入すると、液面での圧力 p_0 は差をとる際に打ち消される。

$$B = \rho_{液} g(h_{下} - h_{上})S$$

直方体の高さを H とすると、

$$H = h_{下} - h_{上}$$

である。また、完全に水没した直方体の体積は SH であるから、

$$B = \rho_{液} gSH$$

となる。

浮力が生じる理由

水中では下面の圧力が上面より大きくなるため、液体が物体に及ぼす圧力による力の合力は上向きになる。

浮力はこの圧力による力の**合力そのもの**である。浮力 B を物体に働く力として描いた図に、上面・下面の圧力による力をさらに加えてはならない。

2. 排除した液体の重さが浮力になる

水中に物体を入れると、その物体が占める場所には、もはや水が存在できない。

物体が液体中で占めている体積だけ、液体が押しのけられている。この押しのけられた液体を**排除した液体**という。

物体の全体積を $V_{全}$、液体中に入っている部分の体積を $V_{没}$ とする。

- **完全水没：** $V_{没} = V_{全}$
- **部分浮上：** $V_{没} < V_{全}$

押しのけられた液体の体積は $V_{没}$ に等しい。

水圧の差から導いた関係は、完全に水没した直方体だけでなく、液体中にある一般の形の物体にも成り立つ。液面から一部が出た物体についても、液体に触れている部分が押しのけた液体の体積を用いる。

浮力の大きさ

$$B = \rho_{液} gV_{没}$$

- B：浮力の大きさ（N）
- $\rho_{液}$：液体の密度（$\mathrm{kg/m^3}$）
- g：重力加速度の大きさ（$\mathrm{m/s^2}$）
- $V_{没}$：物体のうち液体中にある部分の体積（$\mathrm{m^3}$）

浮力の向きは鉛直上向きである。

この式の $\rho_{液}V_{没}$ は、押しのけた液体の質量である。それに g をかけたものは、押しのけた液体に働く重力の大きさになる。

つまり、**浮力の大きさは、物体が排除した液体の重さに等しい。**

これをアルキメデスの原理という。

物体が水中にある場合、物体自身の質量や重さをそのまま浮力の式に代入するわけではない。浮力を決めるのは、液体の密度と、実際に押しのけている液体の体積である。

計算に用いる条件

この講では、液体の密度がどこでも等しく、液体が静止し、重力加速度が一定である場合を考える。

物体は変形せず全体積が一定の剛体とし、容器の底や側壁には接触していないものとする。中空の物体では、内部へ液体が入り込まないものとする。糸でつるしたり、手で支えたりする力も考えない。

また、空気による浮力、表面張力、流体抵抗は無視する。

容器の底に物体が密着し、下面へ液体が入り込めないような状態は、この単純な浮力の式をそのまま適用する条件に含めない。

体積の単位に注意する

浮力の式へ代入するときは、体積を m^3 にそろえる。

$$1\,\mathrm{cm} = 10^{-2}\,\mathrm{m}$$

面積では長さの換算を 2 回、体積では 3 回用いるので、

$$1\,\mathrm{cm}^2 = 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$$

$$1\,\mathrm{cm}^3 = 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$$

となる。

例えば、

$$\begin{aligned} 1000\,\mathrm{cm}^3 &= (1000)\left(10^{-6}\,\mathrm{m}^3\right) \\ &= 1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3 \end{aligned}$$

である。

面積の換算と体積の換算を混同すると、浮力が大きくずれてしまう。

3. 浮く・沈む・その場にとどまる

浮力が働いている物体にも、地球による重力が働いている。

物体の質量を m とすると、物体に働く重力の大きさ W は、

$$W = mg$$

である。

浮力 B と重力 W は別の力であり、一般には大きさが等しいとは限らない。

浮き沈みを考えるときは、まず完全に水没した物体を静止させ、その状態から支えを取り去る瞬間を考える。このとき、物体に働く鉛直方向の力は浮力と重力だけである。

上向きを正とした合力を $F_{\text{合}}$ とすれば、

$$F_{\text{合}} = B - W$$

となる。

完全水没で静止から解放した直後	合力	運動の判断
$B > W$	上向き	上向きに動き始める
$B < W$	下向き	下向きに動き始める
$B = W$	0 N	初め静止なら静止を保つ

ここで比較しているのは、**静止から解放した直後の合力**である。

物体が最初から動いている場合は、合力が上向きでも、物体の速度が下向きであることがある。合力の向きと現在の速度の向きを同じものとして扱ってはならない。

物体の平均密度から判断する

物体全体の平均密度を $\rho_{物}$ とする。

$$\rho_{物} = \frac{m}{V_{全}}$$

均質な物体では、この平均密度は材料の密度に等しい。一方、中空の物体などでは、内部の空間も含めた全体積を用いて平均密度を求める。

物体が完全に水没しているとき、

$$B = \rho_{液} g V_{全}$$

$$W = \rho_{物} g V_{全}$$

である。

同じ g と $V_{全}$ がかかっているので、浮力と重力の大小は密度の比較に置き換えられる。

- $\rho_{物} < \rho_{液}$：全没で解放すると上向きの合力が働く。
- $\rho_{物} > \rho_{液}$：全没で解放すると下向きの合力が働く。
- $\rho_{物} = \rho_{液}$：全没で浮力と重力がつり合う。

材料だけが重くても、中空で全体の平均密度が小さければ、水に浮く場合がある。判断に必要なのは、物体全体としての質量と体積である。

水面に浮いて静止した後はどうなるか

完全水没で $B > W$ だった物体が上昇し、液面から一部が出ると、水没体積 $V_{没}$ が小さくなる。

その結果、押しのける液体が減り、浮力も小さくなる。

物体が一部を液面から出した状態で静止しているなら、上向きの浮力と下向きの重力はつり合っている。

$$B = W$$

したがって、

$$\rho_{液} g V_{没} = mg$$

両辺の g を消すと、静止しているときに必要な水没体積は、

$$V_{没} = \frac{m}{\rho_{液}}$$

となる。

この式で求めた体積が $V_{全}$ より小さければ、一部を液面から出して静止する状態が考えられる。

均質物体については、

$$\frac{V_{\text{没}}}{V_{\text{全}}} = \frac{\rho_{\text{物}}}{\rho_{\text{液}}}$$

である。

左辺は物体全体に対する水没部分の体積の割合であり、どちらの辺も単位をもたない比である。

同じ物体でも浮力が変わる

完全に水没したときの浮力と、一部が水面から出て静止したときの浮力は、一般には異なる。

浮いて静止した物体に働く浮力は重力と等しい。浮いているからといって、静止後も浮力のほうが大きいわけではない。

4. 例題で判断の流れを確かめる

1

密度 $1000\,\mathrm{kg/m^3}$ の静止した水の中に、直方体を完全に沈めた。直方体の上面は水面から $0.20\,\mathrm{m}$、下面は $0.30\,\mathrm{m}$ の深さにあり、上下面の面積はそれぞれ $0.010\,\mathrm{m^2}$ である。

水面での圧力を $100000\,\mathrm{Pa}$、重力加速度の大きさを $10\,\mathrm{m/s^2}$ とする。直方体は容器に接触せず、糸や手による支持もない。水は静止し密度は一様である。

(1) 上面と下面の水圧をそれぞれ求めよ。

(2) 上面と下面に働く圧力による力の大きさを求めよ。

(3) 圧力による力の差から浮力を求め、排除した水の重さと一致することを確かめよ。

解説

(1) 水圧は液面からの深さによって決まる。

上面の圧力は、

$$\begin{aligned} p_{\text{上}} &= (100000\,\mathrm{Pa}) \\ &\quad +(1000\,\mathrm{kg/m^3})(10\,\mathrm{m/s^2})(0.20\,\mathrm{m}) \\ &= 102000\,\mathrm{Pa} \end{aligned}$$

下面の圧力は、

$$\begin{aligned} p_{\text{下}} &= (100000\,\mathrm{Pa}) \\ &\quad +(1000\,\mathrm{kg/m^3})(10\,\mathrm{m/s^2})(0.30\,\mathrm{m}) \\ &= 103000\,\mathrm{Pa} \end{aligned}$$

となる。

(2) 圧力に面積をかけると、各面に働く力の大きさが求まる。

$$\begin{aligned} F_{\text{上}} &= (102000\,\text{Pa})(0.010\,\text{m}^2) \\ &= 1020\,\text{N} \\ F_{\text{下}} &= (103000\,\text{Pa})(0.010\,\text{m}^2) \\ &= 1030\,\text{N} \end{aligned}$$

上面には下向きの 1020 N、下面には上向きの 1030 N が働く。

(3) 上下の圧力による力の差は、

$$\begin{aligned} B &= (1030\,\text{N}) - (1020\,\text{N}) \\ &= 10\,\text{N} \end{aligned}$$

である。

直方体の高さは、

$$(0.30\,\text{m}) - (0.20\,\text{m}) = 0.10\,\text{m}$$

だから、排除した水の体積は、

$$\begin{aligned} V_{\text{没}} &= (0.010\,\text{m}^2)(0.10\,\text{m}) \\ &= 1.0 \times 10^{-3}\,\text{m}^3 \end{aligned}$$

である。

この体積の水に働く重力は、

$$\begin{aligned} \rho_{\text{液}} g V_{\text{没}} &= (1000\,\text{kg/m}^3) \\ &\quad \times (10\,\text{m/s}^2) \\ &\quad \times (1.0 \times 10^{-3}\,\text{m}^3) \\ &= 10\,\text{N} \end{aligned}$$

となり、圧力による力の差から求めた浮力と一致する。

この例では、上面・下面に働く圧力による力はそれぞれ 1000 N を超える。しかし、浮力として残るのは、それらの差の 10 N である。

2

体積が $1000\,\mathrm{cm^3}$、質量が $0.60\,\mathrm{kg}$ の直方体を考える。水の密度は $1000\,\mathrm{kg/m^3}$、重力加速度の大きさは $10\,\mathrm{m/s^2}$ とする。

直方体を水中に完全に沈め、静止させてから手を離した。容器には接触せず、糸などの支持もない。水は静止して密度が一様であり、物体は変形しない。空気の浮力、表面張力、流体抵抗は無視する。

(1) 手を離した直後の浮力と重力、合力の向きと大きさを求めよ。

(2) その後、直方体の一部が水面から出た状態で静止したとする。このときの水没体積、水没している割合、浮力を求めよ。

解説

まず、物体の全体積を $\mathrm{m^3}$ に換算する。

$$V_{\text{全}} = 1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$$

(1) 完全に水没しているため、$V_{\text{没}} = V_{\text{全}}$ である。

したがって浮力は、

$$\begin{aligned} B &= (1000\,\mathrm{kg/m^3}) \\ &\quad \times (10\,\mathrm{m/s^2}) \\ &\quad \times (1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}) \\ &= 10\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

物体に働く重力は、

$$\begin{aligned} W &= (0.60\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) \\ &= 6.0\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

である。

合力は、

$$\begin{aligned} F_{\text{合}} &= (10\,\mathrm{N}) - (6.0\,\mathrm{N}) \\ &= 4.0\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

よって、手を離した直後には鉛直上向きに $4.0\,\mathrm{N}$ の合力が働く。

次の図では、浮力と重力を同じ代表点から描いている。これは並進運動に対する力の向きと大きさを比較するための質点的な全力図であり、矢印の原点が実際の力の作用点を示しているわけではない。

以降の全力図では、力の矢印に共通の尺度を使い、$1\,\mathrm{N}$ を図上の 8 画素で表す。物体の寸法や液面までの距離は実際の長さの縮尺を示さない。

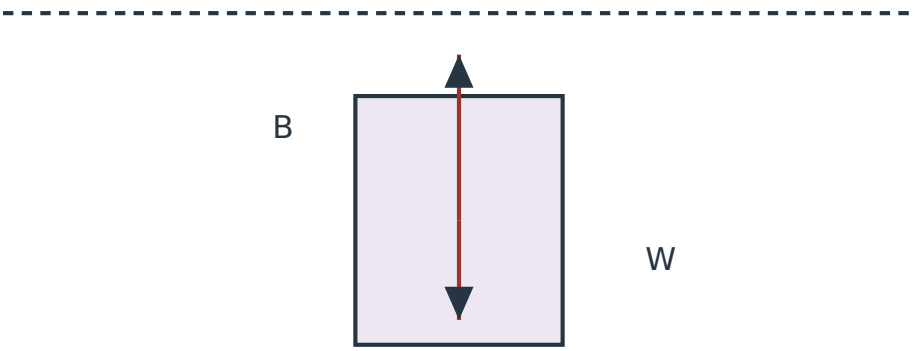

図 1　完全水没で静止から解放した直後の全力図。浮力 10 N、重力 6.0 N、上向き合力 4.0 N。破線は液面であり床ではない。液体と容器壁は省略。

(2) 一部が水面から出て静止した後は、合力が 0 N である。

したがって浮力は、

$$B = W = 6.0\,\mathrm{N}$$

となる。

水没体積は、浮力の式から求める。

$$\begin{aligned} V_{\text{没}} &= \frac{0.60\,\mathrm{kg}}{1000\,\mathrm{kg/m^3}} \\ &= 6.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3} \\ &= 600\,\mathrm{cm^3} \end{aligned}$$

水没している割合は、

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{没}}}{V_{\text{全}}} &= \frac{600\,\mathrm{cm^3}}{1000\,\mathrm{cm^3}} \\ &= 0.60 \end{aligned}$$

である。したがって、物体全体の体積の 60% が水中にある。

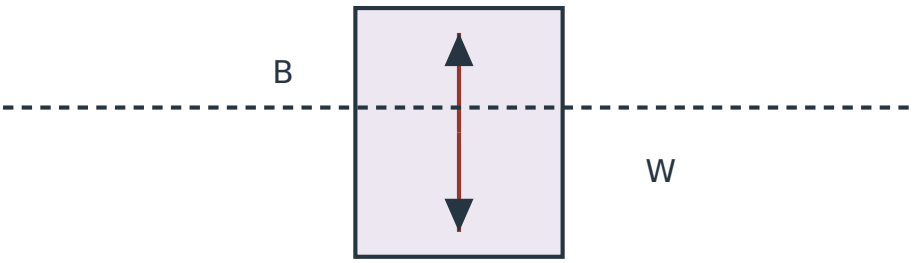

図 2　一部が液面から出て静止した直方体。水没体積は全体の 60%。浮力と重力はともに 6.0 N でつり合う。破線は液面であり床ではない。

この図の直方体は上下の断面積が一定であるため、水没している高さの割合も 60% である。

完全水没の図では浮力が 10 N だったが、部分浮上後の図では 6.0 N になっている。物体の質量と重力は変わっていないが、水没体積が減少したためである。

3

同じ水中に、全体積がいずれも $1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ の物体 A、B がある。

物体 A の質量は 1.20 kg、物体 B の質量は 1.00 kg とする。水の密度は $1000\,\mathrm{kg/m}^3$、重力加速度の大きさは $10\,\mathrm{m/s}^2$ とする。

両物体を容器に接触させずに完全に水没させ、静止させてから手を離す。糸などの支持はなく、液体の密度は一様である。空気の浮力、表面張力、流体抵抗は無視する。

それぞれの物体について、手を離した直後の合力の向きと大きさを求め、運動を判断せよ。

解説

両物体は同じ液体中で完全に水没しており、体積も等しい。したがって浮力はどちらも、

$$\begin{aligned} B &= \left(1000\,\mathrm{kg/m^3}\right) \\ &\quad \times \left(10\,\mathrm{m/s^2}\right) \\ &\quad \times \left(1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}\right) \\ &= 10\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

である。

物体 A の場合

重力は、

$$W_{\mathrm{A}} = (1.20\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) = 12\,\mathrm{N}$$

となる。

浮力よりも重力が大きいため、合力は下向きであり、その大きさは、

$$\begin{aligned} |\,F_{\text{合}}\,| &= (12\,\mathrm{N}) - (10\,\mathrm{N}) \\ &= 2.0\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

である。

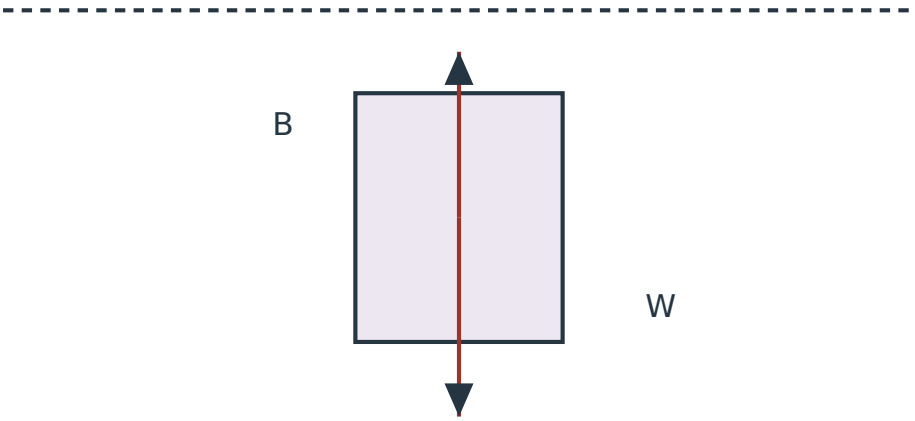

図 3　質量 1.20 kg の物体 A を完全水没で静止から解放した直後。浮力 10 N より重力 12 N が大きく、合力は下向き 2.0 N。破線は液面である。

物体 B の場合

重力は、

$$W_{\mathrm{B}} = (1.00\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) = 10\,\mathrm{N}$$

である。

浮力と重力が等しいため、合力は、

$$F_{\text{合}} = (10\,\mathrm{N}) - (10\,\mathrm{N}) = 0\,\mathrm{N}$$

となる。

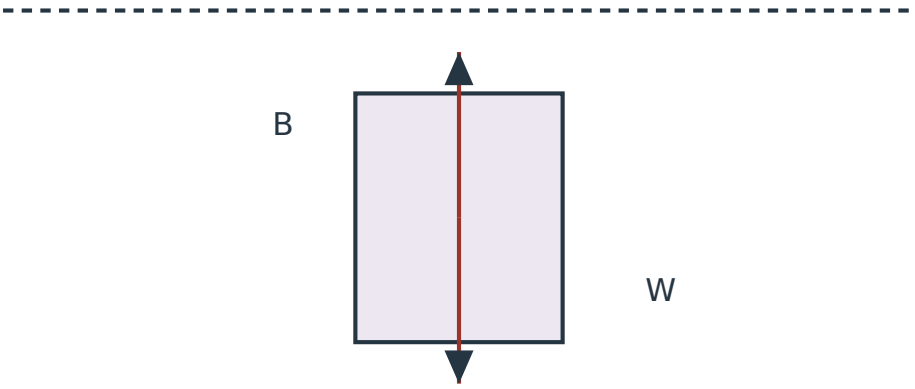

図 4　質量 1.00 kg の物体 B。完全水没で浮力 10 N と重力 10 N がつり合う。初め静止ならそのまま静止を保つ。破線は液面である。

物体 A は下向きに動き始める。一方、物体 B は静止した状態から解放しても、そのまま静止を保つ。

両物体の浮力は等しい。運動の違いを生んだのは、重力の大きさの違いである。

また、これらの図に描いたのは物体に働く重力と、液体圧力の合力としての浮力だけである。液面の破線は床ではなく、垂直抗力などの接触力を加える必要はない。

5. 深さと浮力を混同しない

浮力の式をもう一度見ると、

$$B = \rho_{液} g V_{没}$$

である。

密度が一様な液体中で、物体が完全に水没したまま上下に移動しても、体積が変わらなければ $V_{没}$ は変わらない。

液体の密度と重力加速度も一定であれば、浮力の大きさは変化しない。

深くなるほど水圧自体は大きくなる。しかし、上面の水圧と下面の水圧がともに増えるため、両者の差は同じままである。

したがって、**完全に水没した同じ物体では、深く沈めるだけで浮力が大きくなるわけではない。**

ただし、液面をまたいで物体が上下に動き、水没体積が変わるときは別である。浮力の変化を考える際には、深さだけでなく、押しのけている液体の体積が変わっているかを確認する。

浮き沈みを判断する順序

1. 物体が完全水没しているか、部分的に液面から出ているかを確認する。
2. $V_{没}$ を特定し、$B = \rho_{液} g V_{没}$ を求める。
3. $W = mg$ を求め、浮力と重力を比較する。
4. 静止から解放した直後なのか、すでに静止してつり合っているのかを区別する。

同じ物体でも、状態によって $V_{没}$ と B が異なることが重要である。

演習問題

以下の各問題では、特に指定しない限り、液体は静止して密度が一様、重力加速度は一定とする。物体は変形せず、容器の底・側壁に接触しない。また、支持する手や糸の力はなく、空気の浮力、表面張力、流体抵抗を無視する。

1

密度 $1000\,\mathrm{kg/m^3}$ の水中に、直方体を完全に沈めた。上面の深さは $0.10\,\mathrm{m}$、下面の深さは $0.25\,\mathrm{m}$ であり、上下面の面積はそれぞれ $0.0080\,\mathrm{m^2}$ である。

水面での圧力を $100000\,\mathrm{Pa}$、重力加速度の大きさを $10\,\mathrm{m/s^2}$ とする。

(1) 上面と下面の水圧をそれぞれ求めよ。

(2) 各面が受ける水圧による力の大きさと向きを求めよ。

(3) この直方体に働く浮力の大きさと向きを求めよ。

(4) 直方体が排除した水の体積を求め、浮力がその水の重さと等しいことを確かめよ。

2

体積 $1000\,\mathrm{cm^3}$、質量 $0.60\,\mathrm{kg}$ の直方体を、密度 $1000\,\mathrm{kg/m^3}$ の水中へ完全に沈めた。静止させた状態から手を離す。重力加速度の大きさは $10\,\mathrm{m/s^2}$ とする。

(1) 物体の全体積を $\mathrm{m^3}$ で表せ。

(2) 手を離した直後の浮力と重力を求めよ。

(3) 手を離した直後の物体について、浮力と重力を矢印で示した全力図を描け。また、合力の向きと大きさを答えよ。

(4) その後、物体の一部が水面から出て静止したとする。このときの水没体積を $\mathrm{m^3}$ と $\mathrm{cm^3}$ で求め、水没体積の割合を百分率で答えよ。

(5) 手を離した直後と、部分浮上して静止した後の浮力を比較し、違いが生じる理由を説明せよ。

3

体積がいずれも $1.0\times10^{-3}\,\mathrm{m^3}$ の 3 つの物体 A、B、C がある。

質量はそれぞれ次のとおりである。

物体	質量
A	$0.40\,\mathrm{kg}$
B	$1.25\,\mathrm{kg}$
C	$1.00\,\mathrm{kg}$

水の密度を $1000\,\mathrm{kg/m^3}$、重力加速度の大きさを $10\,\mathrm{m/s^2}$ とする。

それぞれの物体を水中に完全に沈め、静止させてから手を離す。

(1) 3 つの物体に働く浮力の大きさを求めよ。

(2) それぞれの物体に働く重力と、手を離した直後の合力の向き・大きさを求めよ。

(3) どの物体が上向きに動き始め、どの物体が下向きに動き始め、どの物体が静止を維持するか答えよ。

(4) 物体 A が一部を水面から出して静止したとき、水没体積と、全体積に対する水没体積の割合を求めよ。

©ミライコーチング

4

上下の断面積が一定で、高さが 16 cm の直方体がある。全体積は $2.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$、質量は 1.5 kg である。

この直方体を密度 $1000\,\mathrm{kg/m^3}$ の水に入れる。重力加速度の大きさを $10\,\mathrm{m/s^2}$ とする。

(1) この直方体を完全に水没させたときの浮力と、物体に働く重力を求めよ。

(2) 完全水没で静止から解放すると、合力はどちら向きに何 N となるか。

(3) 直方体が一部を水面から出して静止するとき、水没体積を求めよ。

(4) 水没している体積の割合と、水中にある部分の高さを求めよ。

(5) 物体全体の平均密度を求め、水の密度との比較から(2)の判断を確かめよ。

5

次の説明について、正しいものには「正しい」、誤っているものには「誤り」と答えよ。誤っている場合は、その理由を説明し、正しい内容に直せ。

(1) 密度が一様な水の中では、同じ物体を完全に水没させたまま深く沈めるほど、必ず浮力が大きくなる。

(2) 水面に一部が出た状態で静止している物体では、浮力が重力よりも大きい。

(3) 水中で下向きに動いている物体に働く合力は、必ず下向きである。

(4) 物体には浮力が働いているので、その全力図には浮力に加えて、上面を押す水圧の力と下面を押す水圧の力もそれぞれ描く必要がある。

(5) 密度が一様な水に浮かぶ中空の物体では、材料そのものの密度だけでなく、空洞も含めた全体の平均密度を考える必要がある。

演習問題の解答・解説

1

(1) 上面と下面の水圧は、それぞれの深さを水圧の式へ代入して求める。

上面では、

$$\begin{aligned} p_{\text{上}} &= (100000\,\mathrm{Pa}) \\ &\quad +(1000\,\mathrm{kg/m^3})(10\,\mathrm{m/s^2})(0.10\,\mathrm{m}) \\ &= 101000\,\mathrm{Pa} \end{aligned}$$

下面では、

$$\begin{aligned} p_{\text{下}} &= (100000\,\mathrm{Pa}) \\ &\quad +(1000\,\mathrm{kg/m^3})(10\,\mathrm{m/s^2})(0.25\,\mathrm{m}) \\ &= 102500\,\mathrm{Pa} \end{aligned}$$

となる。

(2) 各面に働く力の大きさは圧力と面積の積である。

上面では、

$$\begin{aligned} F_{\text{上}} &= (101000\,\text{Pa})(0.0080\,\text{m}^2) \\ &= 808\,\text{N} \end{aligned}$$

であり、向きは下向きである。

下面では、

$$\begin{aligned} F_{\text{下}} &= (102500\,\text{Pa})(0.0080\,\text{m}^2) \\ &= 820\,\text{N} \end{aligned}$$

であり、向きは上向きである。

(3) 下面の上向きの力のほうが大きいので、浮力は鉛直上向きとなる。

$$\begin{aligned} B &= (820\,\text{N}) - (808\,\text{N}) \\ &= 12\,\text{N} \end{aligned}$$

よって、**浮力は鉛直上向きに** 12 N である。

(4) 直方体の高さは、

$$(0.25\,\text{m}) - (0.10\,\text{m}) = 0.15\,\text{m}$$

である。

完全水没しているので、排除した水の体積は、

$$\begin{aligned} V_{\text{没}} &= (0.0080\,\text{m}^2)(0.15\,\text{m}) \\ &= 1.2 \times 10^{-3}\,\text{m}^3 \end{aligned}$$

となる。

排除した水の重さは、

$$\begin{aligned} W_{\text{水}} &= (1000\,\text{kg/m}^3) \\ &\quad \times (1.2 \times 10^{-3}\,\text{m}^3) \\ &\quad \times (10\,\text{m/s}^2) \\ &= 12\,\text{N} \end{aligned}$$

であり、浮力と等しい。

圧力の差から求めた結果と、排除した液体の重さから求めた結果は一致する。

2

(1) 体積を m^3 に換算する。

$$\begin{aligned} V_{\text{全}} &= (1000)(10^{-6}\,\text{m}^3) \\ &= 1.0 \times 10^{-3}\,\text{m}^3 \end{aligned}$$

(2) 完全水没しているため、$V_{没} = V_{全}$ である。

浮力は、

$$\begin{aligned} B &= (1000\,\mathrm{kg/m^3}) \\ &\quad \times (10\,\mathrm{m/s^2}) \\ &\quad \times (1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}) \\ &= 10\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

物体に働く重力は、

$$W = (0.60\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) = 6.0\,\mathrm{N}$$

である。

(3) 全力図は次のようになる。

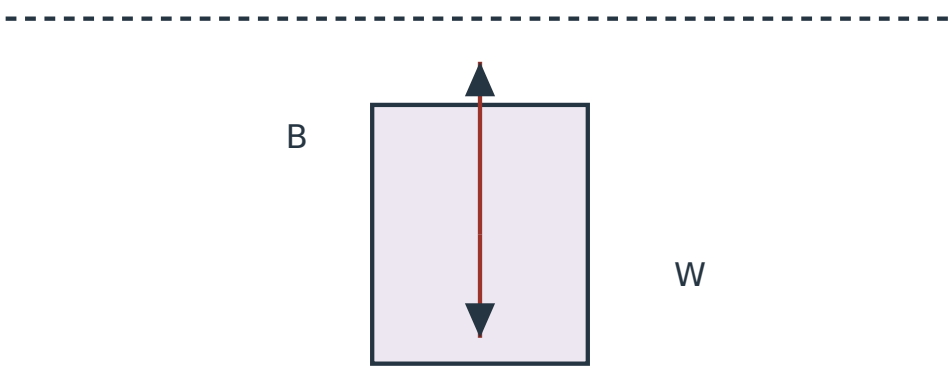

図 5　演習 2 の完全水没・静止解放直後の解答図。上向きの浮力 10 N、下向きの重力 6.0 N。共通尺度 8 画素/N。破線は液面であり床ではない。

この全力図も、力を同じ代表点から描いた質点的な比較図である。実際の作用点を表すものではない。

上向きを正にとると、

$$
\begin{aligned}
F_{\text{合}} &= (10\,\mathrm{N}) - (6.0\,\mathrm{N}) \\
&= 4.0\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

となる。

よって、**合力は鉛直上向きに** $4.0\,\mathrm{N}$ である。

(4) 部分浮上して静止した後は、浮力と重力がつり合う。

$$B = W = 6.0\,\mathrm{N}$$

水没体積は、

$$\begin{aligned} V_{\text{没}} &= \frac{0.60\,\mathrm{kg}}{1000\,\mathrm{kg/m^3}} \\ &= 6.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3} \\ &= 600\,\mathrm{cm^3} \end{aligned}$$

である。

水没体積の割合は、

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{没}}}{V_{\text{全}}} &= \frac{600\,\mathrm{cm^3}}{1000\,\mathrm{cm^3}} \\ &= 0.60 \end{aligned}$$

したがって、60% が水中にある。

(5) 完全水没で手を離した直後の浮力は 10 N であり、一部を水面から出して静止した後の浮力は 6.0 N である。

物体が上昇して液面から一部が出ると、水没体積が小さくなるため、浮力も小さくなる。

静止後は重力と等しい大きさになり、合力が 0 N となる。

3

(1) すべての物体が完全水没しており、体積も同じである。

したがって、浮力は共通で、

$$\begin{aligned} B &= \left(1000\,\mathrm{kg/m^3}\right) \\ &\quad \times \left(10\,\mathrm{m/s^2}\right) \\ &\quad \times \left(1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}\right) \\ &= 10\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

(2) 各物体に働く重力を求める。

物体 A は、

$$W_{\mathrm{A}} = (0.40\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) = 4.0\,\mathrm{N}$$

物体 B は、

$$W_{\mathrm{B}} = (1.25\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) = 12.5\,\mathrm{N}$$

物体 C は、

$$W_{\mathrm{C}} = (1.00\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) = 10\,\mathrm{N}$$

である。

各物体の合力は、浮力から重力を差し引いて判断する。

物体	浮力	重力	合力
A	10 N	4.0 N	上向き 6.0 N
B	10 N	12.5 N	下向き 2.5 N
C	10 N	10 N	0 N

例えば、物体 B の下向きの合力の大きさは、

$$(12.5\,\mathrm{N}) - (10\,\mathrm{N}) = 2.5\,\mathrm{N}$$

である。

(3) 物体 A は浮力のほうが大きいため、上向きに動き始める。

物体 B は重力のほうが大きいため、下向きに動き始める。

物体 C は浮力と重力がつり合うため、初め静止していれば静止を維持する。

(4) 物体 A が部分浮上して静止したとき、

$$B = W_{\mathrm{A}} = 4.0\,\mathrm{N}$$

である。

水没体積は、

$$\begin{aligned} V_{\text{没}} &= \frac{0.40\,\mathrm{kg}}{1000\,\mathrm{kg/m^3}} \\ &= 4.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3} \end{aligned}$$

となる。

水没体積の割合は、

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{没}}}{V_{\text{全}}} &= \frac{4.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3}}{1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}} \\ &= 0.40 \end{aligned}$$

であり、**全体積の** 40% が水中にある。

4

(1) 完全水没したときの浮力は、

$$\begin{aligned} B &= (1000\,\mathrm{kg/m^3}) \\ &\quad \times (10\,\mathrm{m/s^2}) \\ &\quad \times (2.0\times10^{-3}\,\mathrm{m^3}) \\ &= 20\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

である。

物体に働く重力は、

$$\begin{aligned} W &= (1.5\,\mathrm{kg})(10\,\mathrm{m/s^2}) \\ &= 15\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

(2) 浮力のほうが大きいので、合力は上向きである。

$$\begin{aligned} F_{\text{合}} &= (20\,\mathrm{N}) - (15\,\mathrm{N}) \\ &= 5.0\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

したがって、**鉛直上向きに** 5.0 N の合力が働く。

(3) 一部が水面から出て静止した後は、

$$B = W = 15\,\mathrm{N}$$

となる。

水没体積は、

$$\begin{aligned} V_{\text{没}} &= \frac{1.5\,\mathrm{kg}}{1000\,\mathrm{kg/m^3}} \\ &= 1.5\times10^{-3}\,\mathrm{m^3} \end{aligned}$$

である。

(4) 水没体積の割合は、

$$\begin{aligned} \frac{V_{\text{没}}}{V_{\text{全}}} &= \frac{1.5\times10^{-3}\,\mathrm{m^3}}{2.0\times10^{-3}\,\mathrm{m^3}} \\ &= 0.75 \end{aligned}$$

となる。

したがって、**全体積の** 75% が水中にある。

この直方体は上下の断面積が一定であるため、水没している高さも全高の 75% となる。

$$\begin{aligned} h_{\text{没}} &= (16\,\mathrm{cm}) \times 0.75 \\ &= 12\,\mathrm{cm} \end{aligned}$$

よって、水中にある部分の高さは 12 cm である。

(5) 物体全体の平均密度は、

$$\rho_{物} = \frac{1.5\,\mathrm{kg}}{2.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^3}$$
$$= 750\,\mathrm{kg/m}^3$$

となる。

これは水の密度 $1000\,\mathrm{kg/m}^3$ より小さい。

したがって、完全水没で静止から解放すると上向きの合力が働くという(2)の判断と一致する。

5

(1) 誤り。

密度が一様な水中では、完全水没した物体の体積が変わらなければ、水没体積も一定である。

$$B = \rho_{液} g V_{没}$$

より、液体の密度と重力加速度も一定なら、浮力は深さだけでは変化しない。

深くなると上面・下面の圧力はともに大きくなるが、その差は変わらない。

(2) 誤り。

水面に一部が出た状態で静止している物体では、浮力と重力がつり合っている。

$$B = W$$

であり、合力は 0 N である。

浮力が重力よりも大きいのは、例えば、平均密度が水より小さい物体を完全水没させて静止から解放した直後である。浮上して静止した後も、同じ浮力が働き続けるわけではない。

(3) 誤り。

物体が動いている向きと、合力の向きは必ずしも一致しない。

例えば、下向きに動いている物体に上向きの合力が働いていれば、下向きの速度を減らす向きに加速度が生じる。

したがって、速度の向きだけを根拠に合力の向きを判断することはできない。

(4) 誤り。

浮力は、液体が物体の各面に及ぼす圧力による力をすべて合成した結果である。

そのため、浮力 B を全力図に描いた場合、同じ圧力による上面・下面の力を別々に追加すると二重計上になる。

容器に接触せず支持もない、この講の条件では、物体に働く力として上向きの浮力と下向きの重力を描けばよい。

(5) 正しい。

中空物体では、材料だけの密度と物体全体の平均密度が異なる場合がある。

浮き沈みを判断する際には、物体全体の質量 m と、空洞を含めた全体積 $V_{全}$ を使って、

$$\rho_{物} = \frac{m}{V_{全}}$$

を求める必要がある。

この平均密度が水の密度より小さければ、完全水没で静止から解放したときには浮力が重力より大きくなる。

物体が一部を水面から出して静止できる場合には、その水没割合は平均密度と液体の密度の比から求められる。