高校化学 L01 第 70 講 気体の状態方程式

対象：高 2 相当

この講でできるようになること

- 気体の圧力・体積・物質量・絶対温度の関係を、気体の状態方程式で表せる。
- 圧力・体積・物質量・温度のうち、未知量を選んで計算できる。
- 気体定数の単位に合わせて、圧力と体積の単位を正しくそろえられる。
- 一定量の気体について、二つの状態を比較する関係式を使える。

1. 気体の状態を表す四つの量

一つの気体の状態を四つの量で表す

一定量の気体が平衡状態にあるとき、その状態は圧力 P、体積 V、物質量 n、絶対温度 T を使って表すことができる。

この講では気体を理想気体として近似し、各状態で温度と圧力が一様で、化学変化や液化が起こらないものとして扱う。

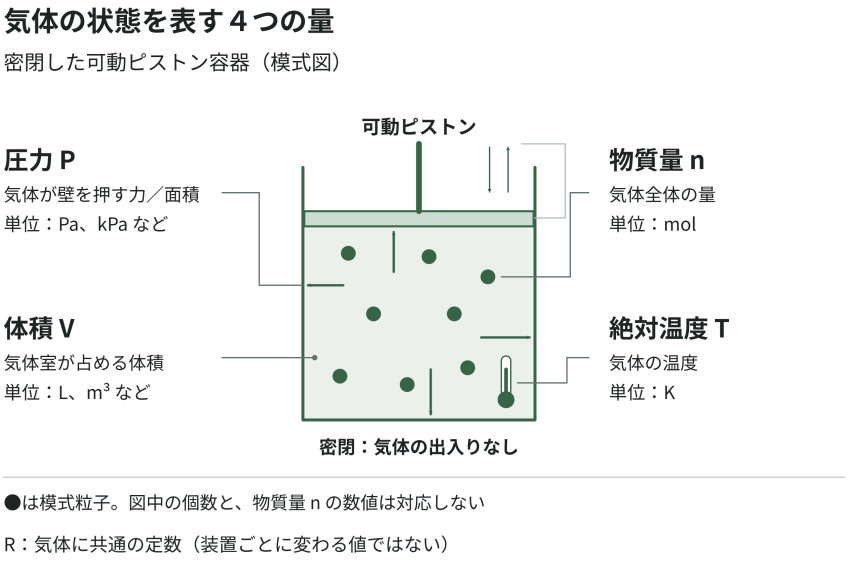


図 1　気体の状態を表す四つの量。

図中の粒子は気体の存在を模式的に示したものであり、描かれた粒子数を実際の物質量と対応させるものではない。

四つの状態量

- P：気体の**絶対圧力**
- V：気体が占める**体積**
- n：気体の**物質量**
- T：気体の**絶対温度**

温度は K で表す。この講の計算ではセルシウス温度 t から $T = t + 273$ として変換し、厳密な 273.15 の代わりに 273 を用いる。

2. 気体の状態方程式

気体の状態方程式

理想気体では、圧力・体積・物質量・絶対温度の間に次の関係が成り立つ。

$$PV = nRT$$

これを**気体の状態方程式**という。R は気体定数であり、この講では次の値を用いる。

$$R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$$

式に入れる前に四つの量を確認する

状態方程式を使うときは、最初に P, V, n, T のうち、与えられている量と求める量を整理する。例えば体積を求めるなら $V = nR\frac{T}{P}$、物質量を求めるなら $n = P\frac{V}{RT}$ のように、求める量について式を整理してから数値を代入するとよい。

質量と物質量を混同しない

状態方程式の n は物質量であり、単位は mol である。質量を g で与えられた場合、その値をそのまま n に代入してはいけない。

モル質量 M が与えられている場合は、質量 m から物質量を $n = \frac{m}{M}$ で求めてから状態方程式を使う。

3. 気体定数と単位の整合

R の単位に P と V を合わせる

気体定数 R の数値は、使う単位系によって変わる。この講では主に $R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を使うので、圧力を kPa、体積を L にそろえる。

同じ気体定数は、次のようにも表せる。

圧力と体積の単位	気体定数 R
kPa と L	$8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Pa と $\mathrm{m^3}$	$8.30\,\mathrm{Pa\,m^3\,mol^{-1}\,K^{-1}}$
Pa と L	$8.30 \times 10^3\,\mathrm{Pa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$

どの形を使っても同じ物理関係を表している。

よく使う単位換算

単位換算では次の関係を用いる。

- $1\,\mathrm{kPa} = 10^3\,\mathrm{Pa}$
- $1\,\mathrm{L} = 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$
- $1\,\mathrm{mL} = 10^{-3}\,\mathrm{L}$
- $1\,\mathrm{kPa\,L} = 1\,\mathrm{Pa\,m^3}$

圧力だけを Pa へ変えて体積を L のままにするなど、R と合わない単位を混ぜないことが重要である。

©ミライコーチング

4. 一定量の気体の二つの状態

n が一定なら$P\frac{V}{T}$が一定になる

気体の状態方程式 $PV = nRT$ を T で割ると、$P\frac{V}{T} = nR$ となる。

同じ一定量の気体について二つの平衡状態を比べるなら n と R は同じなので、次の関係が成り立つ。

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

物質量が変わるときには使えない

$P\frac{V}{T}$ が一定なのは、同じ一定量の気体を比較するときである。

気体が出入りして物質量 n が変われば、$P\frac{V}{T} = nR$ の右辺も変わるため、二つの状態で $P\frac{V}{T}$ が同じとは限らない。

例題

例題 1

台に固定された密閉丸底フラスコと透明な接続管の中に気体が入っており、圧力センサーにつながっている。液体は入っておらず、加熱もしていない。

容器と接続管を含む気体全体の体積は 2.49 L、絶対圧力は 100 kPa、温度は 27 ℃である。気体は理想気体として扱い、$R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ とする。

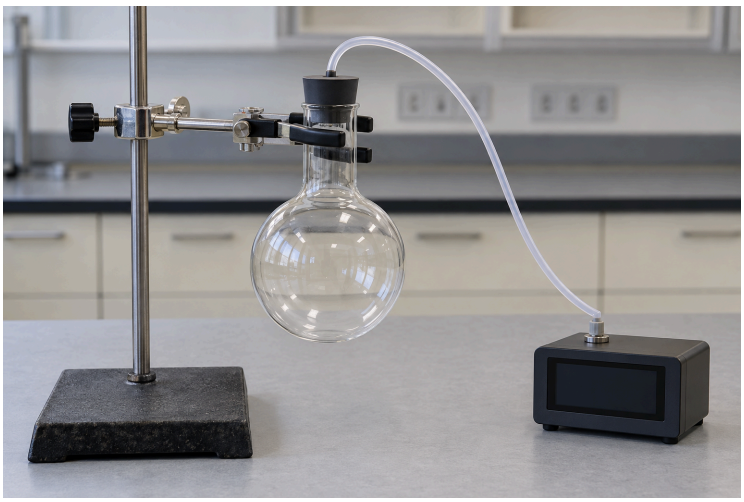


図 2　密閉容器と圧力センサーを用いる実験のイメージ。

1. 容器内の気体の物質量を求めよ。
2. 圧力を Pa、体積を $\mathrm{m^3}$へ換算し、$R = 8.30\,\mathrm{Pa\,m^3\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を用いて同じ物質量が得られることを確かめよ。

解答・解説

1.

27 ℃は $27 + 273 = 300\,\mathrm{K}$ である。状態方程式 $PV = nRT$ より、物質量は $n = P\frac{V}{RT}$ と表せる。

$n = \frac{100 \times 2.49}{8.30 \times 300} = 0.100\,\mathrm{mol}$ となるので、答えは **0.100 mol** である。

2.
$100\,\mathrm{kPa} = 1.00 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$、$2.49\,\mathrm{L} = 2.49 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$ である。

したがって、$n = \frac{1.00\times10^5\times2.49\times10^{-3}}{8.30\times300} = 0.100\,\mathrm{mol}$ となり、問 1 と同じ結果が得られる。

単位系を変えても、P、V、R の単位をそろえれば物質量は変わらない。

例題 2

酸素 $\mathrm{O_2}$ 1.60 g を 27 ℃、絶対圧力 100 kPa のもとで理想気体として扱う。酸素のモル質量は 32.0 g/mol、$R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ とする。

1. 酸素の物質量を求めよ。
2. この酸素の体積を求めよ。

解答・解説

1.
質量を状態方程式の n に直接入れず、まず $n = \frac{m}{M}$ を使う。 $n = \frac{1.60}{32.0} = 0.0500\,\mathrm{mol}$ となるので、答えは **0.0500 mol** である。

2.
27 ℃は 300 K である。状態方程式を $V = nR\frac{T}{P}$ と変形すると、$V = \frac{0.0500\times8.30\times300}{100} = 1.245\,\mathrm{L}$ となる。

有効数字 3 桁では、答えは **1.25 L** である。

例題 3

0.200 mol の理想気体が、体積 4.15 L、温度 27 ℃の状態にある。$R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ とする。

その後、気体の物質量と体積を変えずに、絶対圧力 150 kPa の別の平衡状態にしたものとする。

1. 初めの状態の絶対圧力を求めよ。
2. 絶対圧力 150 kPa になった状態の絶対温度とセルシウス温度を求めよ。

解答・解説

1.
27 ℃は 300 K である。状態方程式を $P = nR\frac{T}{V}$ とすると、$P = \frac{0.200\times8.30\times300}{4.15} = 120\,\mathrm{kPa}$ となる。

答えは **120 kPa** である。

2.
同じ n と V であるから、状態方程式を $T = P\frac{V}{nR}$ として使う。

$T = \frac{150\times4.15}{0.200\times8.30} = 375\,\mathrm{K}$ であり、セルシウス温度は $375 - 273 = 102$ ℃ となる。

したがって、答えは **375 K、102 ℃**である。

例題 4

一定量の理想気体を、漏れのない可動ピストン容器で状態 1 から状態 2 へ変化させる。各状態では温度と圧力が一様で、化学変化や液化は起こらないものとする。

状態 1 は $P_1 = 100\,\mathrm{kPa}$、$V_1 = 2.49\,\mathrm{L}$、$T_1 = 300\,\mathrm{K}$ である。状態 2 では $P_2 = 150\,\mathrm{kPa}$、$T_2 = 450\,\mathrm{K}$ で、体積 V_2 は未知である。

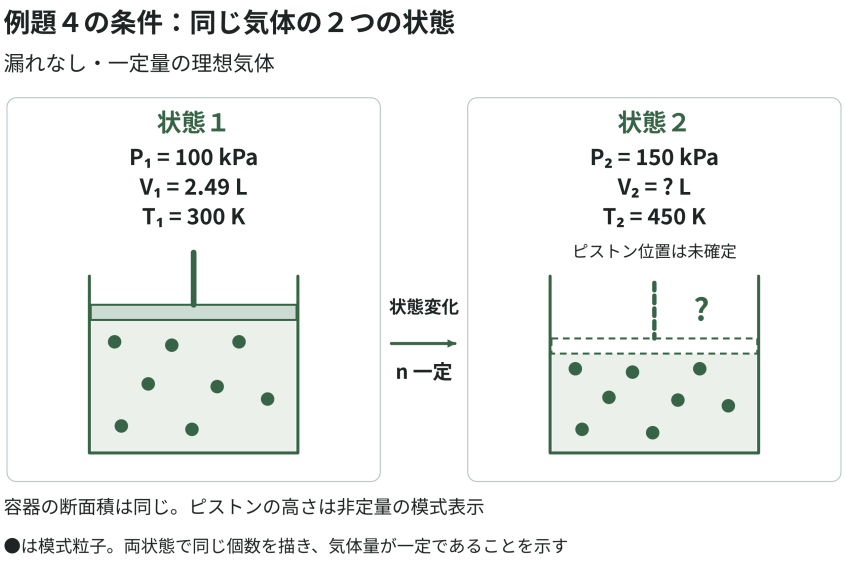


図 3　一定量の気体の二つの状態。

1. 状態 1 から、この気体の物質量を求めよ。
2. 一定量の気体について成り立つ二状態の関係を用いて、状態 2 の体積を求めよ。

解答・解説

1.
状態方程式より $n = P\dfrac{V}{RT}$ である。 $n = \dfrac{100\times2.49}{8.30\times300} = 0.100\,\mathrm{mol}$ となるので、答えは **0.100 mol** である。

2.
物質量が一定なので、$\dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{P_2V_2}{T_2}$ を用いる。
$\dfrac{100\times2.49}{300} = \dfrac{150\times V_2}{450}$ より、$V_2 = 2.49\,\mathrm{L}$ となる。
圧力と絶対温度がともに 1.5 倍になったため、この条件では体積は変わらない。したがって、「加熱すれば必ず気体が膨張する」のではなく、圧力など他の条件も同時に確認する必要がある。

演習問題

演習 1

気体定数と単位について答えよ。

1. 250 kPa を Pa、750 mL を L、3.20 L を m^3へそれぞれ換算せよ。
2. 圧力を Pa、体積を m^3で扱うときに、この講で用いる気体定数 R の値と単位を答えよ。また、圧力を kPa、体積を L で扱う場合との違いを説明せよ。

演習 2

理想気体について、$R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を用いる。

1. 絶対圧力 83.0 kPa、体積 3.00 L、温度 27 ℃の気体の物質量を求めよ。
2. 0.150 mol の気体を 127 ℃、絶対圧力 166 kPa にしたときの体積を求めよ。

演習 3

窒素 $\mathrm{N_2}$ を理想気体として扱い、モル質量 28.0 g/mol、$R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ とする。

1. 窒素 2.80 g の物質量を求めよ。
2. 問 1 の窒素を 27 ℃、絶対圧力 100 kPa にしたときの体積を求めよ。

演習 4

理想気体について、$R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を用いる。

1. 0.250 mol の気体が体積 5.00 L、温度 127 ℃で平衡状態にある。絶対圧力を求めよ。
2. 0.100 mol の気体が絶対圧力 83.0 kPa、体積 4.00 L で平衡状態にある。絶対温度とセルシウス温度を求めよ。

演習 5

一定量の理想気体について、二つの平衡状態を比較する。

1. 状態 1 が $P_1 = 100\,\mathrm{kPa}$、$V_1 = 3.00\,\mathrm{L}$、$T_1 = 300\,\mathrm{K}$ である。状態 2 で $P_2 = 120\,\mathrm{kPa}$、$T_2 = 360\,\mathrm{K}$ となったとき、V_2 を求めよ。
2. $\frac{PV}{T}$ を二つの状態で一定として扱うために、一定でなければならない量を答えよ。また、その理由を状態方程式から説明せよ。

演習 6

気体の状態方程式の使い方について答えよ。

1. ある生徒が 27 ℃をそのまま $T = 27$ として $PV = nRT$ に代入した。この計算が誤りである理由と、正しく代入する温度を答えよ。
2. 別の生徒が酸素 3.20 g について、$n = 3.20$ として状態方程式へ代入した。また、圧力を Pa、体積を L で表したまま $R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を使った。この計算に含まれる二つの誤りを説明せよ。酸素のモル質量は 32.0 g/mol とする。

演習 7

同じ容器について状態 1 と状態 2 を比較したところ、途中で気体を追加したため物質量が増えていた。

1. このとき $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ をそのまま用いてはいけない理由を、気体の状態方程式から説明せよ。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

解答 1

1.

$1\,\mathrm{kPa} = 10^3\,\mathrm{Pa}$ より、250 kPa は**$2.50 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$**である。

$1\,\mathrm{mL} = 10^{-3}\,\mathrm{L}$ より、750 mL は **0.750 L** である。また、$1\,\mathrm{L} = 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$ より、3.20 L は**$3.20 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$**である。

2.

圧力を Pa、体積を $\mathrm{m^3}$で扱うときは、$R = 8.30\,\mathrm{Pa\,m^3\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を用いる。

圧力を kPa、体積を L で扱う場合は $R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を用いる。$1\,\mathrm{kPa\,L} = 1\,\mathrm{Pa\,m^3}$ なので数値は同じ 8.30 だが、単位の組が異なる。

解答 2

1.

27 ℃は 300 K である。状態方程式より $n = P\frac{V}{RT}$ なので、$n = \frac{83.0 \times 3.00}{8.30 \times 300} = 0.100\,\mathrm{mol}$ となる。

答えは **0.100 mol** である。

2.

127 ℃は 400 K である。$V = nR\frac{T}{P}$ より、$V = \frac{0.150 \times 8.30 \times 400}{166} = 3.00\,\mathrm{L}$ となる。

答えは **3.00 L** である。

解答 3

1.

質量から物質量を求めるので、$n = \frac{m}{M}$ を用いる。 $n = \frac{2.80}{28.0} = 0.100\,\mathrm{mol}$ となるため、答えは **0.100 mol** である。

2.

27 ℃は 300 K である。$V = nR\frac{T}{P}$ より、$V = \frac{0.100 \times 8.30 \times 300}{100} = 2.49\,\mathrm{L}$ となる。

答えは **2.49 L** である。

解答 4

1.

127 ℃は 400 K である。$P = nR\frac{T}{V}$ より、$P = \frac{0.250 \times 8.30 \times 400}{5.00} = 166\,\mathrm{kPa}$ となる。

答えは **166 kPa** である。

2.

$T = P\frac{V}{nR}$ より、$T = \frac{83.0 \times 4.00}{0.100 \times 8.30} = 400\,\mathrm{K}$ となる。

セルシウス温度は $400 - 273 = 127\,℃$ なので、答えは **400 K、127 ℃**である。

解答 5

1.

物質量が一定なので、$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ を用いる。

$\frac{100\times3.00}{300} = \frac{120\times V_2}{360}$ より、$V_2 = 3.00\,\mathrm{L}$ となる。

答えは **3.00 L** である。

2.

一定でなければならない量は**気体の物質量 n**である。

状態方程式を変形すると $P\frac{V}{T} = nR$ となる。R は定数であるため、n が一定なら $P\frac{V}{T}$ も一定になるが、n が変われば $P\frac{V}{T}$ も変化する。

解答 6

1.

状態方程式の温度 T には絶対温度を使うため、セルシウス温度 27 ℃をそのまま 27 として代入してはいけない。 この講では $T = t + 273$ とするので、27 ℃は **300 K** として代入する。

2.

第一の誤りは、質量 3.20 g を物質量 n として直接代入したことである。酸素の物質量は $n = \frac{3.20}{32.0} = 0.100\,\mathrm{mol}$ と求めてから使う。

第二の誤りは、Pa と L の組に対して $R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を使ったことである。圧力を Pa、体積を L のまま使うなら $R = 8.30\times10^{3}\,\mathrm{Pa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ とするか、圧力を kPa へ直してから $R = 8.30\,\mathrm{kPa\,L\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ を使う必要がある。

解答 7

1.

気体の状態方程式から、各状態について $\frac{PV}{T} = nR$ である。 状態 1 と状態 2 の間で気体を追加すると物質量 n が変わるため、n_1R と n_2R は等しくない。したがって、$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ として扱うことはできない。