

GOAL この講でできるようになること

- ・ 同類項を見つけて、正しくまとめられる。
- ・ 多項式どうしの加法を計算できる。
- ・ 多項式どうしの減法で、括弧の前のマイナスを正しく処理できる。
- ・ 式を整理するとき、どの項どうしを計算できるか判断できる。

EXPLANATION / 解説 足せるのは同じ種類の項だけ

$3x + 5x$ は計算できます。

x が 3 個と x が 5 個あると考えると、合わせて x が 8 個なので、 $3x + 5x = 8x$ です。

一方、 $3x + 5x^2$ は 1 つの項にはまとめられません。 x と x^2 は文字の部分が違うからです。

この違いは、りんご 3 個とりんご 5 個なら「りんご 8 個」とまとめられるのに、りんご 3 個とみかん 5 個を「果物 8 個」と言っても「りんご 8 個」とは言えないことに似ています。

多項式の加法・減法では、**文字の部分が同じ同類項だけをまとめる**ことが基本です。

DEFINITION 同類項をまとめる

文字の部分が同じ項を同類項といいます。

例えば、 $4x^2$ と $-7x^2$ は同類項です。

同類項どうしは、係数だけを加減してまとめることができます。

$4x^2 - 7x^2$ では、係数を計算して $4 - 7 = -3$ となるので、 $4x^2 - 7x^2 = -3x^2$ です。

文字の部分 x^2 は変えません。

POINT 同類項をまとめる手順

同類項をまとめるときは、次の順に考えます。

1. 文字の部分が同じ項を探す。
2. その項の係数だけを加減する。
3. 文字の部分はそのまま残す。

例えば、 $5x^2 - 3x + 2x^2 + 7x$ では、 x^2 の項どうし、 x の項どうしをまとめます。

$$\begin{aligned} 5x^2 - 3x + 2x^2 + 7x &= 5x^2 + 2x^2 - 3x + 7x \\ &= 7x^2 + 4x \end{aligned}$$

CAUTION / 注意 次数が違えばまとめられない

$2x^2 + 3x$ を $5x^2$ や $5x$ としてははいけません。

x^2 と x は文字の部分が異なるため、同類項ではありません。

式を見たら、係数より先に文字の部分を比べます。

EXPLANATION / 解説 多項式の加法は同類項を探す計算

多項式どうしを足すときも、考え方は同じです。

例えば、 $(3x^2 + 2x - 1) + (x^2 - 5x + 4)$ を考えます。

括弧の前がプラスなので、そのまま括弧を外せます。

$$\begin{aligned} (3x^2 + 2x - 1) + (x^2 - 5x + 4) &= 3x^2 + 2x - 1 + x^2 - 5x + 4 \\ &= 3x^2 + x^2 + 2x - 5x - 1 + 4 \\ &= 4x^2 - 3x + 3 \end{aligned}$$

式が長くなっても、やっていることは「同類項を探してまとめる」だけです。

EXPLANATION / 解説 減法では括弧の中の符号が全部変わる

多項式の減法では、最も注意したいのが括弧の前のマイナスです。

例えば、 $(5x + 2) - (3x - 4)$ を考えます。

後ろの括弧全体を引くので、 $3x$ だけでなく -4 の符号も変わります。

$$\begin{aligned} (5x + 2) - (3x - 4) &= 5x + 2 - 3x + 4 \\ &= 2x + 6 \end{aligned}$$

$-(3x - 4)$ は $-3x + 4$ です。

括弧の前にマイナスがあるときは、**括弧内のすべての項の符号を変える**と考えます。

POINT マイナスは括弧全体にかかる

$A - B$ は、 $A + (-B)$ と考えることができます。

したがって、多項式を引くときは、引く多項式の各項の符号をすべて反対にしてから加えます。
例えば、

$$-(2x^2 - 3x + 5) = -2x^2 + 3x - 5$$

です。
真ん中の $-3x$ が $+3x$ に変わることも忘れないようにします。

例題 1 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

$$4x + 7x - 3$$

ANSWER / 解答 例題 1 の解答・解説

$4x$ と $7x$ は、文字の部分がどちらも x なので同類項です。

係数を加えると $4 + 7 = 11$ なので、

$$4x + 7x - 3 = 11x - 3$$

です。
 -3 は文字を含まない項なので、 x の項とはまとめられません。

例題 2 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

$$3x^2 - 5x + 2 + 4x^2 + 2x - 7$$

ANSWER / 解答 例題 2 の解答・解説

文字の部分が同じ項を集めます。

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 2 + 4x^2 + 2x - 7 &= 3x^2 + 4x^2 - 5x + 2x + 2 - 7 \\ &= 7x^2 - 3x - 5 \end{aligned}$$

x^2 の項、 x の項、定数項の 3 種類に分けて考えると整理しやすくなります。

例題 3 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

$$(2x^2 + 3x - 1) + (5x^2 - x + 4)$$

ANSWER / 解答 例題 3 の解答・解説

括弧の前がプラスなので、そのまま括弧を外します。

$$\begin{aligned} (2x^2 + 3x - 1) + (5x^2 - x + 4) &= 2x^2 + 3x - 1 + 5x^2 - x + 4 \\ &= 2x^2 + 5x^2 + 3x - x - 1 + 4 \\ &= 7x^2 + 2x + 3 \end{aligned}$$

多項式どうしの加法でも、最後は同類項をまとめます。

例題 4 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

$$(4x^2 + 2x - 3) - (x^2 - 5x + 1)$$

ANSWER / 解答 例題 4 の解答・解説

後ろの多項式全体を引くので、後ろの括弧内の各項の符号を変えます。

$$\begin{aligned} (4x^2 + 2x - 3) - (x^2 - 5x + 1) &= 4x^2 + 2x - 3 - x^2 + 5x - 1 \\ &= 4x^2 - x^2 + 2x + 5x - 3 - 1 \\ &= 3x^2 + 7x - 4 \end{aligned}$$

$-5x$ を引くと $+5x$ になるところが重要です。

練習問題 1 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

- (1) $3x + 8x$
- (2) $7a - 2a$
- (3) $5x^2 - 9x^2$
- (4) $6ab + 3ab$

練習問題 2 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

- (1) $5x + 3 - 2x + 4$
- (2) $4x^2 + 3x + 2x^2 - 5x$
- (3) $7a^2 - 3a + 2 - 5a^2 + a - 6$

練習問題 3 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

- (1) $(3x + 2) + (5x - 7)$
- (2) $(2x^2 - x + 4) + (3x^2 + 6x - 1)$
- (3) $(4a^2 + 3a - 5) + (a^2 - 7a + 2)$

練習問題 4 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

- (1) $(7x + 5) - (2x + 1)$
- (2) $(5x^2 + 3x - 2) - (2x^2 + x + 4)$
- (3) $(6a^2 - 2a + 3) - (4a^2 - 5a - 1)$

練習問題 5 EXERCISE

次の式を簡単にしなさい。

$$(3x^2 - 4x + 5) - (-2x^2 + 3x - 1)$$

練習問題 6 EXERCISE

$A = 2x^2 + 5x - 3$ 、 $B = 4x^2 - 2x + 1$ とします。次の式を簡単にしなさい。

- (1) $A + B$
- (2) $A - B$

練習問題 7 EXERCISE

次の計算には誤りがあります。

$$(5x^2 - 3x + 2) - (2x^2 - x - 4) = 3x^2 - 2x - 2$$

どこが誤っているか説明し、正しい答えを求めなさい。

SECTION 2 演習問題の解答・解説

ANSWER / 解答 練習問題 1 の解答・解説

(1) $3x$ と $8x$ は同類項なので、係数を加えます。したがって、 $3x + 8x = 11x$ です。

(2) $7a$ と $-2a$ は同類項なので、 $7a - 2a = 5a$ です。

(3) $5x^2$ と $-9x^2$ は同類項なので、 $5x^2 - 9x^2 = -4x^2$ です。

(4) $6ab$ と $3ab$ は同類項なので、 $6ab + 3ab = 9ab$ です。

同類項をまとめるときは、文字の部分を変えずに係数だけを計算します。

ANSWER / 解答 練習問題 2 の解答・解説

(1) x の項と定数項をそれぞれまとめます。

$$\begin{aligned} 5x + 3 - 2x + 4 &= 5x - 2x + 3 + 4 \\ &= 3x + 7 \end{aligned}$$

(2) x^2 の項と x の項をそれぞれまとめます。

$$\begin{aligned} 4x^2 + 3x + 2x^2 - 5x &= 4x^2 + 2x^2 + 3x - 5x \\ &= 6x^2 - 2x \end{aligned}$$

(3) a^2 の項、 a の項、定数項に分けます。

$$\begin{aligned} 7a^2 - 3a + 2 - 5a^2 + a - 6 &= 7a^2 - 5a^2 - 3a + a + 2 - 6 \\ &= 2a^2 - 2a - 4 \end{aligned}$$

ANSWER / 解答 練習問題 3 の解答・解説

(1) 括弧の前がプラスなので、そのまま外します。

$$\begin{aligned} (3x + 2) + (5x - 7) &= 3x + 2 + 5x - 7 \\ &= 8x - 5 \end{aligned}$$

(2) 同類項をまとめます。

$$\begin{aligned} (2x^2 - x + 4) + (3x^2 + 6x - 1) &= 2x^2 - x + 4 + 3x^2 + 6x - 1 \\ &= 5x^2 + 5x + 3 \end{aligned}$$

(3) 同様に整理します。

$$\begin{aligned} (4a^2 + 3a - 5) + (a^2 - 7a + 2) &= 4a^2 + 3a - 5 + a^2 - 7a + 2 \\ &= 5a^2 - 4a - 3 \end{aligned}$$

ANSWER / 解答 練習問題 4 の解答・解説

(1) 後ろの括弧内の各項の符号を変えます。

$$\begin{aligned} (7x + 5) - (2x + 1) &= 7x + 5 - 2x - 1 \\ &= 5x + 4 \end{aligned}$$

(2) 括弧を外してから同類項をまとめます。

$$\begin{aligned} (5x^2 + 3x - 2) - (2x^2 + x + 4) &= 5x^2 + 3x - 2 - 2x^2 - x - 4 \\ &= 3x^2 + 2x - 6 \end{aligned}$$

(3) $-5a$ を引くと $+5a$ 、 -1 を引くと $+1$ になります。

$$\begin{aligned} (6a^2 - 2a + 3) - (4a^2 - 5a - 1) &= 6a^2 - 2a + 3 - 4a^2 + 5a + 1 \\ &= 2a^2 + 3a + 4 \end{aligned}$$

後ろの括弧全体を引くので、すべての項の符号を変えます。

$$\begin{aligned}(3x^2 - 4x + 5) - (-2x^2 + 3x - 1) &= 3x^2 - 4x + 5 + 2x^2 - 3x + 1 \\ &= 5x^2 - 7x + 6\end{aligned}$$

特に、 $-2x^2$ を引くと $+2x^2$ 、 -1 を引くと $+1$ になることに注意します。

(1) $A + B$ に、それぞれの式を代入します。

$$\begin{aligned}A + B &= (2x^2 + 5x - 3) + (4x^2 - 2x + 1) \\ &= 2x^2 + 5x - 3 + 4x^2 - 2x + 1 \\ &= 6x^2 + 3x - 2\end{aligned}$$

(2) $A - B$ では、 B 全体を引きます。

$$\begin{aligned}A - B &= (2x^2 + 5x - 3) - (4x^2 - 2x + 1) \\ &= 2x^2 + 5x - 3 - 4x^2 + 2x - 1 \\ &= -2x^2 + 7x - 4\end{aligned}$$

$A - B$ では、 B の各項の符号をすべて変えることがポイントです。

誤りは、後ろの括弧を外すときに、定数項 -4 の符号を正しく変えていないことです。

$-(2x^2 - x - 4)$ では、括弧内のすべての項の符号を変えるので、 $-2x^2 + x + 4$ となります。
したがって、

$$\begin{aligned}(5x^2 - 3x + 2) - (2x^2 - x - 4) &= 5x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + x + 4 \\ &= 3x^2 - 2x + 6\end{aligned}$$

よって、正しい答えは $3x^2 - 2x + 6$ です。

減法で括弧を外すときは、一部の項だけでなく括弧内のすべての項の符号が変わっているか確認します。