# 第 105 講 磁束を読む

**この講でできるようになること**

- 面と正の法線を指定し、磁場が面をどの向きに貫くかを説明できる。
- 磁束の式 $\Phi = BS\cos\theta$ を使い、角度・面積・単位に注意して磁束の値と符号を求められる。
- 何を固定し、何を変えたかを区別して、磁束の変化 $\Delta\Phi$ を求められる。
- 磁束の符号が変わる場合と、正の法線の選び方だけを変えた場合を区別できる。

## 1. 磁場が面を貫くとはどういうことか

### 面を先に決める

机の上に長方形の紙を置き、その紙を貫く磁場を考える。磁場が紙に垂直な場合と、紙に沿う場合とでは、磁場と紙の向きの関係が異なる。

この違いを数量として表すのが**磁束**である。磁束を考えるには、磁場だけでなく、どの面について調べるのかを先に決める必要がある。

ここでいう面は、導線で囲まれた実物である必要はない。空間内の長方形など、位置・形・大きさ・向きを決めた仮想的な面でもよい。

長方形の面を正面から見た模式図を考える。辺の長さを $a$、$b$ とすると、面積 $S$ は

$$S = ab$$

である。面積 $S$ は正の大きさとして扱い、面の向きによって負にはならない。

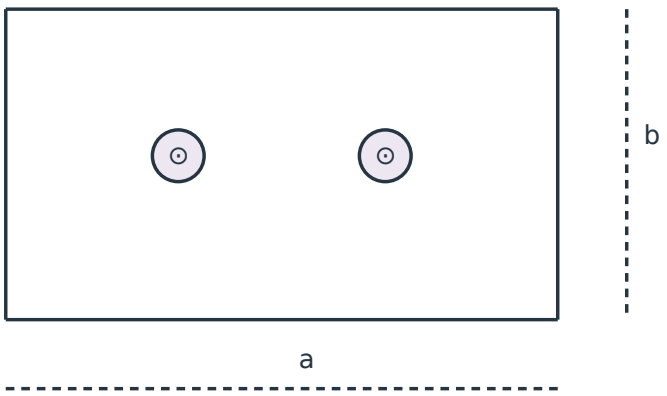


**図 1**　平面を正面から見る。長方形の内部が面積 S、正の法線 n と B はともに手前。

長方形の枠線は、考える面の境界を示している。糸や導線を置いたという意味ではない。

図中の ⊙ は、紙面の奥から手前に向かう向きを示す記号である。左の ⊙ は正の法線 $n$、右の ⊙ は磁場 $B$ の向きを示している。二つの丸は方向記号の表示枠であり、粒子ではない。

この図では、面の正の法線と磁場がどちらも手前を向いている。

©ミライコーチング

### 面には二つの法線方向がある

面に垂直な方向を**法線方向**という。

一枚の平らな紙には表と裏があるため、面に垂直な方向も互いに反対向きの二つがある。磁束の符号を決めるには、そのどちらを正の向きとして使うかを選ぶ。

選んだ正の法線方向を $n$ で表す。ここでの $n$ は向きだけを示す単位ベクトルであり、大きさは 1 である。

例えば、紙面の手前向きを正の法線に選べば、奥向きはその反対方向になる。逆に奥向きを正に選んでもよいが、計算や比較の途中で勝手に変更してはいけない。

**磁束を読む前の確認**

最初に指定するのは、**面・面積・正の法線**である。

磁場の向きだけを見て磁束の正負を決めるのではなく、選んだ正の法線に対して磁場がどちらを向いているかを調べる。

## 2. 磁束を式で表す

### 磁束密度と磁束の違い

磁束密度は、磁場の向きと強さを表す物理量である。第 101 講では、磁場の向きと磁束密度を扱った。

ここでは磁束密度の**大きさ**を $B$ と表し、単位をテスラ（T）とする。$B$ は大きさなので、$B \geq 0$ である。

これに対して磁束は、指定した一つの面を磁場がどの向きに、どれだけ貫くかを表す量である。磁束の記号にはギリシャ文字の $\Phi$（ファイ）を用いる。

磁束密度 $B$ と磁束 $\Phi$ は、同じ物理量ではない。

本講の $\Phi$ は、指定した一つの面の磁束である。巻数を掛けた量とは区別し、本講では扱わない。

### 法線と磁場の角度を使う

一様な磁場の中に平面を置いた場合を考える。一様な磁場とは、考える範囲で磁束密度の大きさと向きが同じ磁場である。

次の三つの量を使う。

| 記号 | 表す量 | 単位・条件 |
|---|---|---|
| $B$ | 磁束密度の大きさ | T、$B \geq 0$ |
| $S$ | 指定した平面の面積 | $\mathrm{m}^2$、正の大きさ |
| $\theta$ | 正の法線と磁場の向きがなす角 | $0^\circ$ から $180^\circ$ |

磁場が $B > 0$ のとき、角度 $\theta$ は選んだ正の法線から磁場の向きまでの角である。面そのものと磁場がなす角ではない。

**磁束**

一様な磁場の中に置かれた平面について、選んだ正の法線を基準とする磁束は

$$\Phi = BS\cos\theta$$

である。

ここで $B$ は磁束密度の大きさ、$S$ は面積の正の大きさ、$\theta$ は選んだ正の法線と磁場の向きがなす角である。

磁束 $\Phi$ の単位はウェーバ（Wb）である。

この式は、面の面積 $S$ と、磁場のうち正の法線方向に対応する成分を掛けている。

磁場が正の法線と同じ方向なら、磁束は正となる。反対方向なら負となり、面に沿う方向なら 0 となる。

ただし、$B = 0$ の場合には磁場の向きが定まらないため、$\theta$ を定義する必要はない。このときは磁束が 0 であると直接判断できる。

## 3. cos と角度の関係を確かめる

### なぜ cos を使うのか

第 004 講で学んだ成分の考え方を使う。

直角三角形で、斜辺の長さに対する、注目する角に隣り合う辺の長さの比が cos である。

例えば、角が 60° なら

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

となる。斜辺に相当する大きさの半分が、その方向への成分に対応する。

磁束の式では、磁束密度の大きさ $B$ に $\cos\theta$ を掛けることで、選んだ正の法線方向の成分を求める。

この符号付き成分を $B_n$ と表すと、

$$B_n = B\cos\theta$$

であり、磁束は

$$\Phi = B_n S$$

とも書ける。

ただし、ここで重要なのは $\theta$ が**面との角ではなく、正の法線との角**であるという点である。

### 正面図と断面図を区別する

面を正面から見ると、面積や紙面に垂直な向きを捉えやすい。一方、磁場が面に対して斜めになっている場合、角度を読むには横から見た断面図が役立つ。

次の図では、横線が平面と紙面との交線である。実際の面は紙面の奥行き方向にも広がっているため、横線の長さがそのまま面積 $S$ を表すわけではない。

図の紙面は、正の法線 $n$ と磁場 $B$ の両方向を含むように取っている。これは立体を横から切って考えた二次元の模式図であり、三次元の面そのものを描いたものではない。

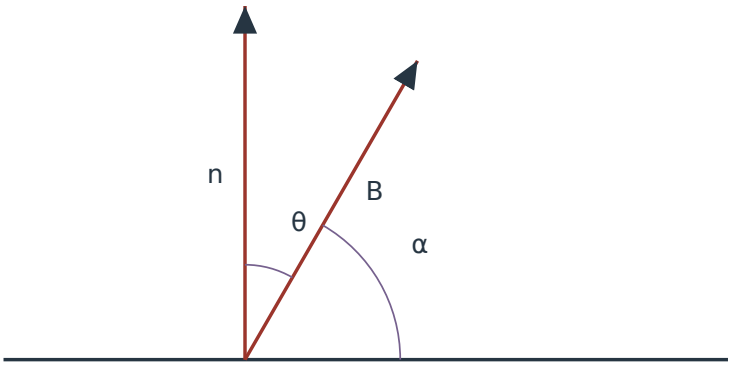


**図 2**　面を横から見る断面図。θ は選んだ正の法線 n と B の角、α は面と B の鋭角。

この図では、正の法線と磁場の角が $\theta = 30^\circ$、面と磁場の鋭角が $\alpha = 60^\circ$ である。

法線は面に垂直なので、この図のように磁場と正の法線の角が鋭角の場合、

$$\theta + \alpha = 90^\circ$$

が成り立つ。

例えば、面と磁場の鋭角が $\alpha = 30^\circ$ で、磁場が正の法線側を向いているなら、$\theta = 60^\circ$ である。

この場合は

$$\Phi = BS\cos 60^\circ = BS\sin 30^\circ$$

とも表せる。

しかし、面との鋭角 $\alpha$ だけでは、磁場が正の法線側を向くのか、その反対側を向くのかは分からない。そのため、$\alpha$ だけで磁束の正負を決めることはできない。

**角度の取り違えに注意**

公式 $\Phi = BS\cos\theta$ の $\theta$ は、選んだ正の法線と磁場の向きがなす角である。

面と磁場の鋭角をそのまま $\theta$ に代入してはいけない。また、面との鋭角を使うだけで磁束の符号まで決めてはいけない。

# 4. 磁束の正・0・負を読み分ける

## 角度によって何が変わるか

同じ面積 $S$ と、同じ磁束密度の大きさ $B>0$ を考える。正の法線を固定して、磁場の向きだけを変えたとき、$\cos\theta$ は次のようになる。

| $\theta$ | $\cos\theta$ | 法線方向の磁場成分 | 磁束の符号 |
|---|---|---|---|
| $0^\circ$ | $1$ | $+B$ | 正 |
| $60^\circ$ | $\frac{1}{2}$ | $+\frac{1}{2}B$ | 正 |
| $90^\circ$ | $0$ | $0$ | $0$ |
| $120^\circ$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}B$ | 負 |
| $180^\circ$ | $-1$ | $-B$ | 負 |

$0^\circ$、$60^\circ$、$90^\circ$ までは、直角三角形の成分の考え方を使える。

$120^\circ$ では、磁場の法線方向の成分は、選んだ正の法線とは逆向きになる。そのため、$\cos 120^\circ=-\frac{1}{2}$ となる。

$180^\circ$ では磁場が正の法線と完全に反対方向を向き、$\cos 180^\circ=-1$ となる。

負号が付く理由は、面積が負になるからではない。**選んだ正の法線に対する磁場の成分が負になるから**である。

## 三つの向きを比較する

次の断面図では、三つの面の面積を同じ $S$ とし、磁束密度の大きさも同じ $B>0$ とする。

正の法線 $n$ はいずれも右向きに固定し、磁場の向きだけを比較する。

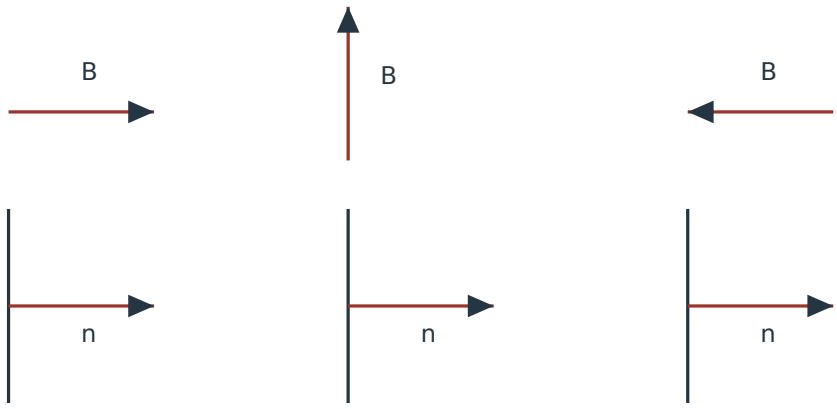


**図 3**　左から θ=0°,90°,180°。各面の正の法線 n は右向きで固定し、B だけ変える。

各図の縦線は、面を横から見たときの断面線である。面の面積そのものや、導線を表しているわけではない。

磁場は一様なので、図では磁場の矢印を上側へ平行移動して描いている。磁場と法線の矢印の始点が異なっていても、矢印の向き同士を比較すれば角度を読める。

左では、磁場が正の法線と同方向なので、磁束は $+BS$ である。中央では磁場が面に平行であり、磁束は 0 となる。右では磁場が正の法線と逆方向なので、磁束は $-BS$ である。

この矢印は磁場の向きを示しており、力や粒子の速度を示していない。

**磁束の符号を決める基準**

$B>0$、$S>0$ のとき、磁束の符号は $\cos\theta$ の符号で決まる。

- $0^\circ \le \theta < 90^\circ$ なら正
- $\theta = 90^\circ$ なら 0
- $90^\circ < \theta \le 180^\circ$ なら負

面積 $S$ と磁束密度の大きさ $B$ は負にならない。磁束の負号は、磁場の法線方向の成分が逆向きであることを示す。

### 磁力線の本数というイメージの限界

磁束は、面を貫く磁場の量を表すものである。

磁力線を描くとき、磁場の強い場所では線を密に描くことがある。そのため、磁束を面を貫く磁力線と結び付けてイメージすることはできる。

ただし、磁力線は磁場を図示するための線であり、実際に数えられる物体ではない。磁束を磁力線の実際の本数と定義することはできず、磁荷という物質が面を通って流れる量でもない。

磁束は、指定した面の面積と向き、磁場の大きさと向きから計算する物理量である。

## 5. 磁束の単位と面積の換算

### ウェーバとテスラの関係

磁束の式は

$$\Phi = BS\cos\theta$$

である。$\cos\theta$ には単位がないので、磁束の単位は磁束密度と面積の単位の積になる。

$$1\,\mathrm{Wb} = 1\,\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2$$

したがって、磁束を求めるときは、磁束密度を T、面積を $\mathrm{m}^2$ にそろえる。

### $\mathrm{cm}^2$を $\mathrm{m}^2$に変える

例えば、縦 20 cm、横 30 cm の長方形を考える。

長さの単位換算は

$$1\,\mathrm{cm} = 0.01\,\mathrm{m}$$

である。面積では、縦と横の両方を換算する必要がある。

$$\begin{aligned} S &= (20\,\mathrm{cm})(30\,\mathrm{cm}) \\ &= (0.20\,\mathrm{m})(0.30\,\mathrm{m}) \\ &= 0.060\,\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

同じことを面積単位で表せば、

$$\begin{aligned} 1\,\mathrm{cm}^2 &= (0.01\,\mathrm{m})(0.01\,\mathrm{m}) \\ &= 0.0001\,\mathrm{m}^2 \\ &= 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

となる。よって、$\mathrm{cm}^2$ で表した面積を $\mathrm{m}^2$ に直すときは、数値を $10^{-4}$ 倍する。

$20\,\mathrm{cm} \times 30\,\mathrm{cm} = 600\,\mathrm{cm}^2$ だから、

$$600\,\mathrm{cm}^2 = 0.060\,\mathrm{m}^2$$

である。

**面積の換算倍率**

$1\,\mathrm{cm} = 10^{-2}\,\mathrm{m}$ であるが、$1\,\mathrm{cm}^2 = 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$ である。

面積の換算で長さと同じ $10^{-2}$ 倍を使うと、磁束の計算結果も誤る。

## 6. 磁束の変化を読む

### 変化前と変化後を分ける

磁束は、磁場の大きさ、面積、面の向きと磁場の向きの関係によって決まる。

例えば、面積と向きを固定して磁束密度を大きくすると、磁束の大きさが変わる場合がある。また、磁束密度と面積を固定したまま面を回転させても、磁束は変化する。

変化を調べるときは、まず何が固定され、何が変化したかを明らかにする。

磁束の変化 $\Delta\Phi$ は、次のように定義する。

**磁束の変化**

変化前の磁束を $\Phi_{\text{前}}$、変化後の磁束を $\Phi_{\text{後}}$ とすると、

$$\Delta\Phi = \Phi_{\text{後}} - \Phi_{\text{前}}$$

である。

磁束の変化は符号を含む引き算である。磁束の大きさがどれだけ変わったかとは区別する。

### 正から負に変わる場合

同じ磁束密度の大きさ $B = 0.20\,\mathrm{T}$、同じ面積 $S = 0.060\,\mathrm{m}^2$ を考える。

選んだ側の法線を面とともに追跡しながら、磁場は固定したまま面を回転させ、$\theta$ を $60^\circ$ から $120^\circ$ に変える。

変化前の磁束は

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{前}} &= BS\cos 60^\circ \\ &= (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m^2}) \times \frac{1}{2} \\ &= +0.0060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

変化後の磁束は

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{後}} &= BS\cos 120^\circ \\ &= (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m^2}) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -0.0060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

したがって、磁束の変化は

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= \Phi_{\text{後}} - \Phi_{\text{前}} \\ &= (-0.0060\,\mathrm{Wb}) - (+0.0060\,\mathrm{Wb}) \\ &= -0.012\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

変化前も変化後も磁束の大きさは $0.0060\,\mathrm{Wb}$ で等しい。しかし、符号付きの磁束は変化しているため、$\Delta\Phi$ は $0$ ではない。

---

**磁束の変化と大きさの変化**

磁束の大きさが同じでも、正から負へ変われば磁束そのものは変化している。

「符号付きの磁束の変化」を求めるときは、必ず $\Phi_{\text{後}} - \Phi_{\text{前}}$ を計算する。

---

## 正の法線だけを選び直した場合

一枚の面に対して、二つの法線方向のどちらを正にするかは選ぶことができる。

例えば、物理的な面も磁場もそのままで、正の法線だけを反対向きに選び直すと、磁束の数値は正負が逆になる。

しかし、これは面が回転したことでも、磁場が反転したことでもない。磁束を表すための**符号の規約を変更した**のである。

したがって、同じ規約で計算した変化と、途中で規約を変更して得た数値の違いを同一視してはいけない。

反対に、正の法線を固定したまま磁場を逆向きにする場合は、磁場そのものが物理的に変化している。

さらに、磁場の向きと正の法線を両方とも反転すると、その間の角度は元と同じになるため、磁束の数値は元と等しくなる。ただし、磁場を反転させた事実までなくなるわけではない。

### 面積や磁場の大きさが変わる場合

$\theta$ を固定すれば、磁束は磁束密度の大きさ $B$ と面積 $S$ の積に比例する。

例えば、面積と角度を固定したまま $B$ を 2 倍にすれば、磁束も 2 倍になる。ただし、元の磁束が 0 なら、$B$ だけを変えても 0 のままである場合がある。

同様に、磁場と角度を固定して面積を 2 倍にすれば、磁束は 2 倍になる。

ただし、面の一部だけに磁場が存在する場合は注意が必要である。磁場のない部分の磁束への寄与は 0 なので、面全体の面積をそのまま一つの $B$ に掛けることはできない。

## 7. 例題で考える

**例題 1**

一様な磁場の磁束密度の大きさが $B = 0.20\,\mathrm{T}$ である。縦 $20\,\mathrm{cm}$、横 $30\,\mathrm{cm}$ の長方形の面を磁場中に置く。

この面について、正の法線を一つ選んで固定する。面全体には一様な磁場が存在するものとする。

例題 1(1)では、面積 $S$ を $\mathrm{m}^2$ で求めよ。

例題 1(2)では、磁場と正の法線が同方向の場合の磁束を求めよ。

例題 1(3)では、面積と磁束密度の大きさを変えず、磁場と正の法線の角を $60^\circ$ とした場合の磁束を求めよ。

**例題 1(1)の解説**

面積を求めるときは、縦と横をそれぞれメートルに直す。

$$\begin{aligned} S &= (0.20\,\mathrm{m})(0.30\,\mathrm{m}) \\ &= 0.060\,\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

したがって、面積は $0.060\,\mathrm{m}^2$ である。

**例題 1(2)の解説**

同方向なので $\theta = 0^\circ$ である。$\cos 0^\circ = 1$ より、

$$\begin{aligned} \Phi &= BS\cos 0^\circ \\ &= (0.20\,\mathrm{T})\left(0.060\,\mathrm{m}^2\right) \times 1 \\ &= +0.012\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

となる。正の法線と磁場が同方向なので、答えは $+0.012\,\mathrm{Wb}$ である。

**例題 1(3)の解説**

$\theta = 60^\circ$ であり、$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ を使う。

$$\begin{aligned}\Phi &= BS\cos 60^\circ \\ &= (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m^2}) \times \frac{1}{2} \\ &= +0.0060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

磁場の法線方向の成分は、例題 1(2)の場合の半分である。面積と磁束密度の大きさを固定したため、磁束も半分になる。

**例題 2**

一様な磁場の磁束密度の大きさを $B = 0.20\,\mathrm{T}$、面積を $S = 0.060\,\mathrm{m^2}$ とする。

正の法線は面の一方の側を向くように選んでおく。磁場の向きと大きさを固定し、その面を回転させる。回転中も、最初に選んだ側の法線を面とともに追跡する。

回転前の角は $\theta = 60^\circ$、回転後は $\theta = 120^\circ$ である。

例題 2(1)では、回転前後の磁束をそれぞれ求めよ。

例題 2(2)では、磁束の変化 $\Delta\Phi$ を求めよ。

例題 2(3)では、回転前後で磁束の大きさがどう変わったかを説明せよ。

**例題 2(1)の解説**

面積と磁束密度の大きさは同じなので、角度だけが計算結果を変える。

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{前}} &= (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m^2})\cos 60^\circ \\ &= +0.0060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

回転後は法線方向の成分が逆向きになる。

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{後}} &= (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m^2})\cos 120^\circ \\ &= -0.0060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

**例題 2(2)の解説**

磁束の変化は、後の値から前の値を引く。

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= (-0.0060\,\mathrm{Wb}) - (+0.0060\,\mathrm{Wb}) \\ &= -0.012\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

答えは $-0.012\,\mathrm{Wb}$ である。

**例題 2(3)の解説**

回転前も回転後も、磁束の大きさは $0.0060\,\mathrm{Wb}$ である。

大きさは変わらないが、符号が正から負へ変わっている。このため、磁束の変化 $\Delta\Phi$ は 0 ではない。

**例題 3**

一様な磁場中に、面積 $S = 0.060\,\mathrm{m}^2$ の平面がある。磁束密度の大きさは $B = 0.20\,\mathrm{T}$ であり、最初に選んだ正の法線と磁場との角は $60^\circ$ である。

最初の状態を基準として、次の各操作を独立に行うものとする。一つの操作の結果を次の操作へ引き継がない。

例題 3(1)では、面と磁場を動かさず、正の法線だけを反対向きに選び直す。新しい角度と磁束を求め、この操作で磁場が変化したかを答えよ。

例題 3(2)では、最初の正の法線を固定したまま、磁場の向きだけを反転する。新しい角度と磁束を求めよ。

例題 3(3)では、磁場の向きと正の法線を両方とも反転する。新しい角度と磁束を求め、最初の状態と比較せよ。

**例題 3(1)の解説**

正の法線を反対向きにすると、磁場との角度は $120^\circ$ になる。

$$\Phi = (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m}^2)\cos 120^\circ$$

$$= -0.0060\,\mathrm{Wb}$$

最初の磁束は $+0.0060\,\mathrm{Wb}$ なので、符号だけが反転している。

ただし、この操作は正の法線の選び方の変更であり、面も磁場も物理的には変化していない。

**例題 3(2)の解説**

正の法線は固定し、磁場だけを反転している。したがって、角度は $60^\circ$ から $120^\circ$ へ変わる。

$$\Phi = -0.0060\,\mathrm{Wb}$$

磁束の数値は例題 3(1)と同じだが、こちらは磁場の向きが物理的に変化している。

**例題 3(3)の解説**

正の法線と磁場を両方反転すると、両者のなす角は再び $60^\circ$ となる。

$$\Phi = (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m}^2)\cos 60^\circ$$

$$= +0.0060\,\mathrm{Wb}$$

磁束の数値は最初と等しい。しかし、磁場そのものは反転しており、同時に磁束の符号の基準も変更している。

数値が等しいという事実だけで、物理的な状態が同じだと判断してはいけない。

©ミライコーチング

**例題 4**

一様な磁場中の平面について、正の法線を固定する。最初の状態は $B = 0.20\,\mathrm{T}$、$S = 0.060\,\mathrm{m}^2$、$\theta = 60^\circ$ である。

その後、角度と面積を固定して磁束密度の大きさを $0.30\,\mathrm{T}$ にする。さらに、磁束密度と角度を固定して面積を $0.120\,\mathrm{m}^2$ にする。

例題 4(1)では、最初の磁束を求めよ。

例題 4(2)では、磁束密度を変えた直後の磁束と、その直前からの変化を求めよ。

例題 4(3)では、面積を変えた後の磁束と、その直前からの変化を求めよ。

**例題 4(1)の解説**

最初の状態では、

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= (0.20\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m}^2)\times\frac{1}{2}\\ &= +0.0060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

**例題 4(2)の解説**

この段階では、面積 $S$ と角度 $\theta$ を固定し、$B$ だけを変える。

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= (0.30\,\mathrm{T})(0.060\,\mathrm{m}^2)\times\frac{1}{2}\\ &= +0.0090\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

直前からの磁束の変化は

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{1\to2} &= \Phi_2 - \Phi_1\\ &= (+0.0090\,\mathrm{Wb}) - (+0.0060\,\mathrm{Wb})\\ &= +0.0030\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

**例題 4(3)の解説**

今度は、$B = 0.30\,\mathrm{T}$ と $\theta = 60^\circ$ を固定し、面積だけを変える。

$$\begin{aligned}\Phi_3 &= (0.30\,\mathrm{T})(0.120\,\mathrm{m}^2) \times \frac{1}{2} \\ &= +0.018\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

直前の状態との磁束の変化は

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{2\to3} &= \Phi_3 - \Phi_2 \\ &= (+0.018\,\mathrm{Wb}) - (+0.0090\,\mathrm{Wb}) \\ &= +0.0090\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

面積が $0.060\,\mathrm{m}^2$ から $0.120\,\mathrm{m}^2$ へ 2 倍になったため、固定した $B$ と $\theta$ の下で磁束も 2 倍になっている。

**例題 5**

面積 $0.060\,\mathrm{m}^2$ の長方形の平面を考える。正の法線は面に垂直な上向きに固定する。

この面の一部には、正の法線と同方向の一様な磁場 $B = 0.20\,\mathrm{T}$ が存在する。残りの部分では磁場は 0 である。磁場のある部分とない部分を明確に区別できるものとする。

最初、磁場と重なる部分の面積は $0.020\,\mathrm{m}^2$ である。その後、面全体の面積と向きは固定したまま、磁場と重なる部分の面積が $0.040\,\mathrm{m}^2$ になった。

例題 5(1)では、最初の磁束を求めよ。

例題 5(2)では、変化後の磁束を求めよ。

例題 5(3)では、磁束の変化を求め、面全体の面積を一つの $B$ に掛けてはいけない理由を説明せよ。

**例題 5(1)の解説**

磁場がある部分では $\theta = 0^\circ$ である。

磁場のある部分の面積だけを用いて、

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{前}} &= (0.20\,\mathrm{T})(0.020\,\mathrm{m}^2) \times 1 \\ &= +0.0040\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

残りの部分では $B = 0$ なので、その部分の磁束への寄与は 0 である。

**例題 5(2)の解説**

変化後も、磁場の向きと大きさは同じである。重なる面積だけが $0.040\,\mathrm{m}^2$ に増えている。

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{後}} &= (0.20\,\mathrm{T})(0.040\,\mathrm{m}^2)\times 1\\ &= +0.0080\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

**例題 5(3)の解説**

磁束の変化は

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= (+0.0080\,\mathrm{Wb})-(+0.0040\,\mathrm{Wb})\\ &= +0.0040\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

面全体の面積は $0.060\,\mathrm{m}^2$ であるが、そのすべてに同じ磁場が存在するわけではない。

そのため、面全体を $B=0.20\,\mathrm{T}$ の一様な磁場が貫いているとみなして計算することはできない。磁場のある部分の寄与と、磁場が 0 の部分の寄与を分けて考える必要がある。

## 8. 演習問題

以下の演習では、特に断らない限り、磁場は指定した平面の全体で一様とする。磁束は、各問題で指定された一つの面と正の法線について求める。

解答・解説は、すべての演習問題の後にまとめてある。各小問について、同じ演習番号と小問番号を参照すること。

**演習 1**

一様な磁場の磁束密度の大きさは $B=0.25\,\mathrm{T}$ である。縦 $12\,\mathrm{cm}$、横 $20\,\mathrm{cm}$ の長方形の平面を考え、正の法線を一つ選んで固定する。

面積と磁束密度の大きさは変えず、正の法線と磁場の角度だけを比較する。

演習 1(1)では、面積を $\mathrm{m}^2$ で求めよ。

演習 1(2)では、$\theta=0^\circ$ の磁束を求めよ。

演習 1(3)では、$\theta=60^\circ$ の磁束を求めよ。

演習 1(4)では、$\theta=90^\circ$ の磁束を求め、その値になる理由を説明せよ。

演習 1(5)では、$\theta=120^\circ$ と $\theta=180^\circ$ の磁束をそれぞれ求めよ。

各小問の解説は、末尾の演習 1(1)〜演習 1(5)を参照する。

**演習 2**

一様な磁場の磁束密度の大きさを $B = 0.40\,\mathrm{T}$、平面の面積を $S = 0.050\,\mathrm{m}^2$ とする。

磁場と面がなす鋭角は $\alpha = 30^\circ$ である。最初に選んだ正の法線と磁場の角は $\theta = 60^\circ$ とする。

演習 2(1)では、最初の磁束を求めよ。

演習 2(2)では、物理的な面と磁場を変えず、正の法線だけを逆向きに選び直す。このときの $\theta$ と磁束を求めよ。

演習 2(3)では、面と磁場の鋭角 $\alpha = 30^\circ$ だけを知っていても磁束の符号を決定できない理由を説明せよ。

各小問の解説は、末尾の演習 2(1)〜演習 2(3)を参照する。

**演習 3**

一様な磁場の磁束密度の大きさを $B = 0.30\,\mathrm{T}$、平面の面積を $S = 0.10\,\mathrm{m}^2$ とする。

磁場を固定したまま面を回転させる。最初に正の法線として選んだ面の側を回転中も一貫して追跡する。面積は変わらず、正の法線と磁場の角度が次の順に変わった。

$$0^\circ \longrightarrow 90^\circ \longrightarrow 180^\circ$$

演習 3(1)では、三つの角度における磁束をそれぞれ求めよ。

演習 3(2)では、$0^\circ$ から $90^\circ$、および $90^\circ$ から $180^\circ$ の各変化について、磁束の変化を求めよ。

演習 3(3)では、最初の $0^\circ$ の状態から最後の $180^\circ$ の状態までの磁束の変化を求めよ。

演習 3(4)では、最初と最後の磁束の大きさを比較し、磁束の変化が 0 になるかどうかを説明せよ。

各小問の解説は、末尾の演習 3(1)〜演習 3(4)を参照する。

**演習 4**

一様な磁場中の平面について、正の法線と磁場の角は $\theta = 60^\circ$ に固定する。

最初の状態では、磁束密度の大きさが $B = 0.20\,\mathrm{T}$、面積が $S = 0.050\,\mathrm{m}^2$ である。

次に面積を固定したまま、磁束密度の大きさを $0.50\,\mathrm{T}$ にする。その後、磁束密度の大きさを $0.50\,\mathrm{T}$ に保ち、面積を $0.080\,\mathrm{m}^2$ に変える。

演習 4(1)では、最初の磁束を求めよ。

演習 4(2)では、磁束密度の大きさだけを変えた後の磁束と、最初の状態からの磁束の変化を求めよ。

演習 4(3)では、面積を変えた後の磁束と、その直前からの磁束の変化を求めよ。

演習 4(4)では、最初の状態から最後の状態までの磁束の変化を求めよ。

各小問の解説は、末尾の演習 4(1)〜演習 4(4)を参照する。

©ミライコーチング

**演習 5**

面積 $0.10\,\mathrm{m}^2$ の平面がある。正の法線は上向きに固定する。

この面の一部だけに、正の法線と同方向の一様な磁場 $B = 0.35\,\mathrm{T}$ が存在し、それ以外の部分では $B = 0$ である。

磁場と重なる面積が、最初の $0.020\,\mathrm{m}^2$ から $0.060\,\mathrm{m}^2$ に増加した。面全体の面積と正の法線は変わらない。

演習 5(1)では、最初の磁束を求めよ。

演習 5(2)では、変化後の磁束を求めよ。

演習 5(3)では、磁束の変化を求めよ。

演習 5(4)では、磁束の計算に面全体の $0.10\,\mathrm{m}^2$ をそのまま使わない理由を説明せよ。

各小問の解説は、末尾の演習 5(1)〜演習 5(4)を参照する。

**演習 6**

面積 $S = 0.080\,\mathrm{m}^2$ の平面を考える。

基準となる状態では、一様な磁場の磁束密度の大きさが $B = 0.15\,\mathrm{T}$ であり、磁場は選んだ正の法線と同方向である。

以下の変更はすべてこの基準状態から独立に行う。一つ前の小問の変更を引き継がない。

演習 6(1)では、基準状態の磁束を求めよ。

演習 6(2)では、磁場をなくして $B = 0$ にする。磁束を求め、角度 $\theta$ を定義する必要があるか答えよ。

演習 6(3)では、正の法線を固定したまま、磁場の大きさを $0.15\,\mathrm{T}$ に保ち、磁場を面に平行な方向にする。磁束を求めよ。

演習 6(4)では、正の法線を固定したまま、磁場だけを逆向きにする。磁束を求めよ。

演習 6(5)では、面と磁場を動かさず、正の法線だけを反対向きに選び直す。磁束を求め、この操作の意味を説明せよ。

演習 6(6)では、磁場の向きと正の法線の両方を反転する。磁束を求め、基準状態と数値を比較せよ。

各小問の解説は、末尾の演習 6(1)〜演習 6(6)を参照する。

©ミライコーチング

**演習 7**

磁束について、次の説明を検討する。

演習 7(1)では、「磁束を考えるためには、必ず導線で囲まれた面を用意する必要がある」という説明が正しいか答え、理由を述べよ。

演習 7(2)では、「磁束が負になったときは、磁場が貫く面積が負になった」という説明が正しいか答え、磁束が負になる理由を述べよ。

演習 7(3)では、「磁束は面を通り抜ける磁力線の実際の本数であり、単位は T である」という説明の誤りを指摘せよ。

演習 7(4)では、「正の法線だけを選び直して磁束の値が変わったので、磁場が物理的に変化した」という判断が正しいか答え、理由を述べよ。

各小問の解説は、末尾の演習 7(1)〜演習 7(4)を参照する。

# 演習問題の解答・解説

## 解答 1

**演習 1(1)の解答・解説**

縦と横をメートルに換算して面積を求める。

$$\begin{aligned} S &= (12\,\mathrm{cm})(20\,\mathrm{cm}) \\ &= (0.12\,\mathrm{m})(0.20\,\mathrm{m}) \\ &= 0.024\,\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

答えは $S = 0.024\,\mathrm{m}^2$ である。

**演習 1(2)の解答・解説**

$\theta = 0^\circ$ なので、$\cos 0^\circ = 1$ である。

$$\begin{aligned} \Phi &= (0.25\,\mathrm{T})\left(0.024\,\mathrm{m}^2\right) \times 1 \\ &= +0.0060\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

正の法線と磁場は同方向なので、磁束は正である。

**演習 1(3)の解答・解説**

$\theta = 60^\circ$ では $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ となる。

$$\begin{aligned} \Phi &= (0.25\,\mathrm{T})\left(0.024\,\mathrm{m}^2\right) \times \frac{1}{2} \\ &= +0.0030\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

答えは $+0.0030\,\mathrm{Wb}$ である。

**演習 1(4)の解答・解説**

$\theta = 90^\circ$ では $\cos 90^\circ = 0$ なので、

$$\Phi = 0\,\mathrm{Wb}$$

である。

このとき磁場は面に平行であり、選んだ正の法線方向の磁場成分が 0 になるため、磁束も 0 となる。

**演習 1(5)の解答・解説**

$\theta = 120^\circ$ では $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ なので、

$$\begin{aligned}\Phi_{120^\circ} &= (0.25\,\mathrm{T})(0.024\,\mathrm{m}^2) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -0.0030\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

$\theta = 180^\circ$ では $\cos 180^\circ = -1$ なので、

$$\begin{aligned}\Phi_{180^\circ} &= (0.25\,\mathrm{T})(0.024\,\mathrm{m}^2) \times (-1) \\ &= -0.0060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

いずれも磁場の法線方向の成分が正の法線とは逆向きなので、磁束は負である。

## 解答 2

**演習 2(1)の解答・解説**

最初の正の法線と磁場の角は $\theta = 60^\circ$ と指定されている。

$$\begin{aligned}\Phi &= (0.40\,\mathrm{T})\left(0.050\,\mathrm{m}^2\right)\cos 60^\circ \\ &= (0.40\,\mathrm{T})\left(0.050\,\mathrm{m}^2\right)\times\frac{1}{2} \\ &= +0.010\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

答えは $+0.010\,\mathrm{Wb}$ である。

**演習 2(2)の解答・解説**

正の法線を逆向きに選び直すと、角度は

$$\theta = 120^\circ$$

となる。

したがって、

$$\begin{aligned}\Phi &= (0.40\,\mathrm{T})\left(0.050\,\mathrm{m}^2\right)\cos 120^\circ \\ &= -0.010\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

面と磁場は変わっていない。変わったのは正の法線の選び方なので、磁束の符号が逆になる。

**演習 2(3)の解答・解説**

面との鋭角 $\alpha = 30^\circ$ という情報だけでは、磁場が正の法線側を向いているか、反対側を向いているか分からない。

実際に演習 2(1)と演習 2(2)では、面と磁場の鋭角は同じ $30^\circ$ であるが、磁束の符号は異なる。

よって、磁束の符号を決めるには、正の法線と磁場の向きの関係が必要である。

©ミライコーチング

## 解答 3

**演習 3(1)の解答・解説**

面積と磁束密度の大きさは一定なので、

$$BS = (0.30\,\mathrm{T})(0.10\,\mathrm{m}^2) = 0.030\,\mathrm{Wb}$$

である。

$\theta = 0^\circ$ では、

$$\Phi_{0^\circ} = +0.030\,\mathrm{Wb}$$

となる。

$\theta = 90^\circ$ では、

$$\Phi_{90^\circ} = 0\,\mathrm{Wb}$$

となる。

$\theta = 180^\circ$ では、

$$\Phi_{180^\circ} = -0.030\,\mathrm{Wb}$$

となる。

**演習 3(2)の解答・解説**

$0^\circ$ から $90^\circ$ への磁束の変化は、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{0^\circ\to90^\circ} &= (0\,\mathrm{Wb}) - (+0.030\,\mathrm{Wb}) \\ &= -0.030\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

$90^\circ$ から $180^\circ$ への磁束の変化は、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{90^\circ\to180^\circ} &= (-0.030\,\mathrm{Wb}) - (0\,\mathrm{Wb}) \\ &= -0.030\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

いずれの区間でも磁束は $0.030\,\mathrm{Wb}$ だけ負の方向へ変化している。

**演習 3(3)の解答・解説**

最初から最後までの磁束の変化は、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{0^\circ\to180^\circ} &= (-0.030\,\mathrm{Wb}) - (+0.030\,\mathrm{Wb}) \\ &= -0.060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

途中の二つの変化を足しても、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= (-0.030\,\mathrm{Wb}) + (-0.030\,\mathrm{Wb}) \\ &= -0.060\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

と一致する。

**演習 3(4)の解答・解説**

最初と最後の磁束の大きさは、どちらも $0.030\,\mathrm{Wb}$ である。

しかし、最初は正、最後は負なので、符号付きの磁束は異なる。

したがって、磁束の大きさの変化は $0$ であるが、磁束そのものの変化は $-0.060\,\mathrm{Wb}$ である。

## 解答 4

**演習 4(1)の解答・解説**

最初の状態では $B = 0.20\,\mathrm{T}$、$S = 0.050\,\mathrm{m}^2$、$\theta = 60^\circ$ である。

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= (0.20\,\mathrm{T})(0.050\,\mathrm{m}^2) \times \frac{1}{2} \\ &= +0.0050\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

答えは $+0.0050\,\mathrm{Wb}$ である。

**演習 4(2)の解答・解説**

面積と角度を固定し、磁束密度の大きさだけを $0.50\,\mathrm{T}$ に変える。

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= (0.50\,\mathrm{T})(0.050\,\mathrm{m}^2) \times \frac{1}{2} \\ &= +0.0125\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

よって、磁束の変化は

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{1\to2} &= (+0.0125\,\mathrm{Wb}) - (+0.0050\,\mathrm{Wb}) \\ &= +0.0075\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

**演習 4(3)の解答・解説**

磁束密度の大きさと角度を固定し、面積だけを $0.080\,\mathrm{m}^2$ に変える。

$$\begin{aligned}\Phi_3 &= (0.50\,\mathrm{T})(0.080\,\mathrm{m}^2) \times \frac{1}{2} \\ &= +0.0200\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

直前からの磁束の変化は、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{2\to3} &= (+0.0200\,\mathrm{Wb}) - (+0.0125\,\mathrm{Wb}) \\ &= +0.0075\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

**演習 4(4)の解答・解説**

最初と最後の値を比較する。

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{1\to3} &= \Phi_3 - \Phi_1 \\ &= (+0.0200\,\mathrm{Wb}) - (+0.0050\,\mathrm{Wb}) \\ &= +0.0150\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

この値は、演習 4(2)と演習 4(3)の二つの変化を足した値にも等しい。

磁束の変化を比較するときは、途中のどの状態からどの状態までを引き算しているかを明確にすることが重要である。

## 解答 5

**演習 5(1)の解答・解説**

磁場は面の一部だけに存在するので、磁場と重なる面積 $0.020\,\mathrm{m}^2$ を使う。

正の法線と磁場は同方向であり、$\cos 0^\circ = 1$ である。

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{前}} &= (0.35\,\mathrm{T})\left(0.020\,\mathrm{m}^2\right) \times 1 \\ &= +0.0070\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

**演習 5(2)の解答・解説**

磁場と重なる面積が $0.060\,\mathrm{m}^2$ に変わったため、

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{後}} &= (0.35\,\mathrm{T})\left(0.060\,\mathrm{m}^2\right) \times 1 \\ &= +0.021\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

**演習 5(3)の解答・解説**

磁束の変化は、

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= (+0.021\,\mathrm{Wb}) - (+0.0070\,\mathrm{Wb}) \\ &= +0.014\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

である。

**演習 5(4)の解答・解説**

面全体の面積は $0.10\,\mathrm{m}^2$ であるが、その一部には磁場が存在しない。

磁場が 0 の部分は、磁束へ寄与しない。そのため、面全体に同じ $B = 0.35\,\mathrm{T}$ が存在するとみなして計算することはできない。

この問題では、磁場と重なっている部分の面積を用いる必要がある。

## 解答 6

**演習 6(1)の解答・解説**

基準状態では磁場と正の法線が同方向なので、$\theta = 0^\circ$ である。

$$\begin{aligned}\Phi &= (0.15\,\mathrm{T})\bigl(0.080\,\mathrm{m}^2\bigr) \times 1 \\ &= +0.012\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

答えは $+0.012\,\mathrm{Wb}$ である。

**演習 6(2)の解答・解説**

磁束密度の大きさが $B = 0$ なら、面を貫く磁場は存在しない。

したがって、磁束は

$$\Phi = 0\,\mathrm{Wb}$$

である。

磁場の向きが定まらないため、$\theta$ を無理に定義する必要はない。

**演習 6(3)の解答・解説**

磁場が面に平行なので、正の法線との角は $\theta = 90^\circ$ となる。

$$\begin{aligned}\Phi &= (0.15\,\mathrm{T})\bigl(0.080\,\mathrm{m}^2\bigr) \times \cos 90^\circ \\ &= 0\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

この場合は $B = 0$ ではないが、正の法線方向の磁場成分が 0 なので磁束が 0 になる。

**演習 6(4)の解答・解説**

正の法線を固定したまま磁場だけを逆向きにすると、角度は $\theta = 180^\circ$ になる。

$$\begin{aligned}\Phi &= (0.15\,\mathrm{T})\bigl(0.080\,\mathrm{m}^2\bigr) \times (-1) \\ &= -0.012\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

答えは $-0.012\,\mathrm{Wb}$ である。磁場の向きが物理的に反転したため、磁束の符号も反転した。

**演習 6(5)の解答・解説**

面と磁場を固定し、正の法線だけを反対向きに選ぶと、角度は $\theta = 180^\circ$ になる。

$$\Phi = -0.012\,\mathrm{Wb}$$

となる。

ただし、この操作では磁場も面も物理的には変化していない。磁束を表す正の法線の規約を変更したため、符号が逆になったのである。

**演習 6(6)の解答・解説**

磁場と正の法線を両方反転した場合、両者は再び同方向になる。

したがって、$\theta = 0^\circ$ である。

$$\Phi = (0.15\,\mathrm{T})(0.080\,\mathrm{m}^2) \times 1$$
$$= +0.012\,\mathrm{Wb}$$

磁束の数値は基準状態と等しい。

ただし、磁場の向きは物理的に反転しており、同時に正の法線の選び方も反転している。磁束の数値が同じことだけから、物理的な磁場が変化しなかったとは判断できない。

## 解答 7

**演習 7(1)の解答・解説**

この説明は正しくない。

磁束を考えるために必要なのは、位置・形・大きさ・向きが指定された面である。

面は導線で囲まれた実物である必要はなく、空間内に仮想的な面を指定しても磁束を定義できる。

**演習 7(2)の解答・解説**

この説明は正しくない。

面積 $S$ は正の大きさであり、磁場の向きによって負にはならない。

磁束が負になるのは、選んだ正の法線と磁場の角が $90^\circ$ より大きく、$\cos\theta$ が負になるからである。これは、磁場の法線方向の成分が正の法線と逆向きであることを意味する。

**演習 7(3)の解答・解説**

この説明には二つの誤りがある。

第一に、磁力線は磁場を図示するための線であり、磁束は実際に存在する磁力線の本数ではない。

第二に、T は磁束密度の単位であり、磁束の単位ではない。

磁束の単位はウェーバ（Wb）であり、

$$1\,\mathrm{Wb} = 1\,\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2$$

という関係がある。

磁束は、指定した向き付きの面を貫く磁場の量であり、磁荷の流れでもない。

**演習 7(4)の解答・解説**

この判断は正しくない。

正の法線だけを選び直した場合、磁場や面の物理的な状態は変わっていない。変化したのは、磁束の符号を決めるための規約である。

物理的な磁束の変化を比較するときは、正の法線の選び方を一貫して使う必要がある。

面を回転させる場合も、最初に選んだ面の側を追跡し、その側の法線が面とともにどう向きを変えたかを調べる。

このように、磁束の数値の変化を判断するには、磁場や面が実際に変化したのか、それとも正の法線の選び方だけが変わったのかを区別することが重要である。

©ミライコーチング