第 006 講 速度で運動を比べる

この講でできるようになること

- 時刻と経過時間を区別し、決めた時間区間について平均の速さと平均速度を求められる。
- 移動距離と変位を使い分け、折返しや停止を含む運動を向き・大きさとともに説明できる。
- 区間全体の平均と瞬間の運動を混同せず、比較に必要な条件を示せる。

同じ時間にどれだけ動いたか

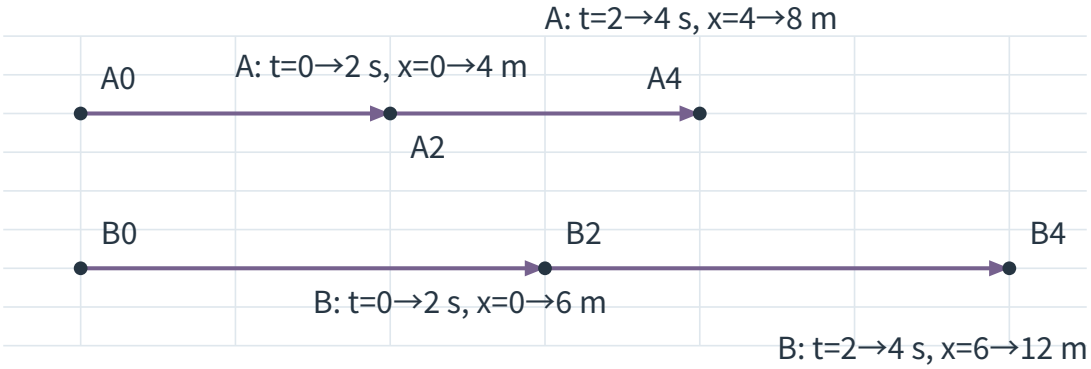
平らな直線のレール上を 2 台の台車 A、B が右向きに動く。どちらが速く動いたかを比べるには、同じ長さの時間区間でどれだけ移動したかを見るとよい。以下は説明のために設定した位置の記録であり、実測値ではない。

ここではレール上の基準点を位置 0 m とし、右向きを正とする。台車上の同じ一点の位置を、時刻ごとに記録する。

時刻 t（s）	A の位置 x（m）	B の位置 x（m）
0	0	0
2	4	6
4	8	12

次の模式図は、各台車の位置を 2 s ごとに追ったものである。上下のレーンは見やすさのために分けたもので、縦方向の運動を表さない。矢印は位置の移り変わりを示し、力を表すものではない。

図中の点 ID は、A0＝（0 s、0 m）、A2＝（2 s、4 m）、A4＝（4 s、8 m）である。B0＝（0 s、0 m）、B2＝（2 s、6 m）、B4＝（4 s、12 m）であり、いずれも括弧内は時刻、位置の順を表す。図の横方向は位置 x（単位 m）である。



時刻 t とは、時間を測る基準から数えた「いつか」を表す値である。これに対し、**経過時間**は、終わりの時刻から始まりの時刻を引いた時間の長さである。始まりを t_1、終わりを t_2 とすれば、経過時間 Δt は $\Delta t = t_2 - t_1$ と表し、ここでは必ず $\Delta t > 0$ とする。

0 s から 2 s までの間に、A は 4 m、B は 6 m 移動している。同じ 2 s なら B の方が長く進むため、この区間では B の方が速い。

平均の速さ

ある時間区間で進んだ道筋の長さを**移動距離**といい、その区間の移動距離を経過時間で割ったものを**平均の速さ**という。

$$\text{平均の速さ} = \frac{\text{移動距離}}{\text{経過時間}}$$

移動距離を m、経過時間を s で表すと、平均の速さの単位は $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$（メートル毎秒）となる。移動距離は負にならないため、平均の速さも負にならない。

向きも含めて運動を表す

同じレールで右向きに 6 m 動く台車と、左向きに 6 m 動く台車は、移動距離だけを見れば同じである。しかし、運動の向きは反対であり、この違いを表すには**変位**を使う。

始めの位置を x_1、終わりの位置を x_2 とすると、右を正とした変位 Δx は $\Delta x = x_2 - x_1$ である。変位は始点と終点だけで決まり、途中で通った道筋にはよらない。

平均速度

ある時間区間の**平均速度**とは、その区間の変位を経過時間で割った、向きをもつ量である。一直線上では正負の符号を使って表せる。

$$\text{平均速度} = \frac{\text{変位}}{\text{経過時間}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

位置を m、時刻を s で表すと、平均速度の単位も $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。右を正に定めた場合、正の平均速度は右向き、負の平均速度は左向きの変位を表す。

平均の速さと平均速度は、同じ $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ を使っていても表す内容が異なる。平均の速さは「道筋に沿ってどれだけ動いたか」、平均速度は「始点から終点へどちら向きにどれだけ位置が変わったか」をそれぞれ時間で割った量である。

符号は速さの順位ではない

平均速度が $-4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ の台車は、平均速度が $+2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ の台車より「遅い」という意味ではない。負号は定めた正方向と逆向きであることを示す。**向きは符号、変化の大きさは絶対値**を見て比べる。ただし、折返しを含む区間では、平均速度の絶対値は平均の速さと一致するとは限らない。

©ミライコーチング

例題 1｜折返した台車

台車が一直線上を次の順に動いた。位置の単位は m、時刻の単位は s とし、右向きを正とする。0〜4 s は右向き、4〜8 s は左向きに、それぞれ途中で折り返さず進んだ。

時刻 t（s）	位置 x（m）
0	2
4	10
8	6

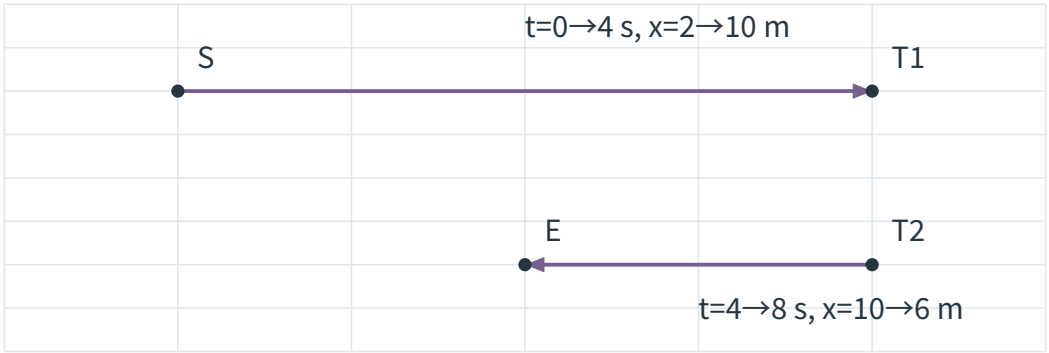
(1) 0 s から 8 s までの移動距離と変位を求めよ。

(2) この区間の平均の速さと平均速度を求めよ。

解答・解説

台車はまず右に動き、その後、位置 10 m で折り返して左へ戻る。次の図では往路と復路を上下にずらして示す。両段の $x = 10\,\mathrm{m}$ は同じ折返し位置を表し、上下のずれは実際の移動ではない。

図中の点 ID は、S＝（0 s、2 m）、T1＝（4 s、10 m）、T2＝（4 s、10 m）、E＝（8 s、6 m）に対応する。括弧内は時刻、位置の順であり、横方向は位置 x（単位 m）を表す。T1 と T2 は同じ折返し地点を別レーンに示した点である。



(1) 往路の長さは $10-2=8\,\mathrm{m}$、復路の長さは $10-6=4\,\mathrm{m}$ である。したがって移動距離は $8+4=12\,\mathrm{m}$ となる。変位は終点と始点の位置の差だから、$6-2=+4\,\mathrm{m}$ である。

(2) 経過時間は $8-0=8\,\mathrm{s}$ である。平均の速さは $\frac{12}{8}=1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、平均速度は $+\frac{4}{8}=+0.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ となる。同じ 8 s で割っても、分子に移動距離を使うか変位を使うかで値が変わる。平均速度が正であるのは、折返し後も終点が始点より右にあるからである。

止まっている時間も区間に含める

台車が途中で停止したとき、停止中の移動距離は 0 m である。一方、その間も時間は進むため、**区間全体の平均**を求める際には停止時間を経過時間から除かない。

時刻 t（s）	位置 x（m）	運動の様子
0	0	出発
2	6	右へ移動
5	6	2〜5 s は同じ位置に停止
7	3	左へ移動

この例の移動距離は $6+0+3=9\,\mathrm{m}$、変位は $3-0=+3\,\mathrm{m}$ である。区間 0〜7 s の平均の速さは $\frac{9}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、平均速度は $+\frac{3}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ となる。いずれも分母は停止時間を含む 7 s である。

区間の平均と、その瞬間の運動

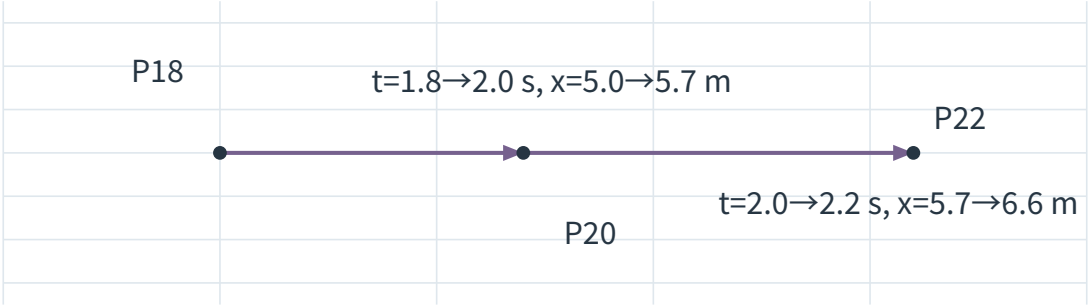
平均の速さや平均速度は、始まりと終わりを決めた**時間区間全体**を表す。たとえば 10 s 間の平均速度を計算しても、その 10 s のどの瞬間にも同じ速度だったとはいえない。

これに対し、**瞬間の速度**は、ある一つの時刻における運動の向きと速さを表す。時刻の前後にある短い区間の平均速度は、その付近での運動を考える手掛かりになるが、有限の長さをもつ区間の平均を瞬間の速度そのものと決めつけてはならない。

たとえば、次の位置記録は、一直線上を右向きに移動する物体について設定したものである。

時刻 t（s）	位置 x（m）
1.8	5.0
2.0	5.7
2.2	6.6

図中の点 ID は、P18＝（1.8 s、5.0 m）、P20＝（2.0 s、5.7 m）、P22＝（2.2 s、6.6 m）に対応する。括弧内は時刻、位置の順であり、横方向は位置 x（単位 m）を表す。



時刻 2.0 s を挟む 1.8〜2.2 s の平均速度は、$\frac{6.6-5.0}{2.2-1.8}=+4.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。これは**幅 0.4 s の区間の平均**であり、$t=2.0\,\mathrm{s}$ での瞬間速度を厳密に確定した値ではない。図中の矢印は各短区間での位置変化であり、瞬間速度の矢印ではない。

異なる長さの時間区間を合わせるとき

区間を二つに分けて平均の速さを計算しても、全体の平均の速さがその二つの数値の単純平均になるとは限らない。たとえば、最初の 2 s で 8 m、次の 8 s で 8 m 進んだ場合、区間ごとの平均の速さはそれぞれ $4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、$1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。

しかし、全体では 10 s に 16 m 進んでいるため、平均の速さは $\frac{16}{10}=1.6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ となる。二つの平均の単純平均 $2.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ は、長さの異なる時間区間を同じ重みで扱ってしまっている。

©ミライコーチング

区間全体の平均を求める順序

全区間の平均の速さは、各区間の移動距離を足し、**全経過時間で割る**。全区間の平均速度は、始点から終点までの変位を求め、**同じ全経過時間で割る**。区間ごとの平均の数値だけを無条件に足したり、単純平均にしたりしない。

単位をそろえて比較する

速度や速さを比べるときは、単位もそろえる。$1\,\mathrm{m} = 0.001\,\mathrm{km}$、$1\,\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$ である。これらを用いると、$1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ は次のように $\mathrm{k}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$ に換算できる。

$$1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{0.001\,\mathrm{km}}{\left(\frac{1}{3600}\right)\mathrm{h}} = 3.6\,\mathrm{k}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$$

したがって、$1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ は $3.6\,\mathrm{k}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$ に等しい。逆に $1\,\mathrm{k}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}} = \frac{1}{3.6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。向きをもつ平均速度を換算するときは、**符号を保ったまま数値と単位を換える**。

例題 2｜向きと単位をそろえる

同じ直線道路で右向きを正とする。車 C のある時間区間の平均速度は $+5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、車 D の同じ長さの時間区間の平均速度は $-14.4\,\mathrm{k}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$ であった。各車の変位の向きと、平均速度の大きさを比較せよ。また、これらの値だけで各車の区間中の平均の速さの大小を断定できるか、説明せよ。

解答・解説

C は右向き、D は左向きの変位をした。D の平均速度を $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ に直すと、$-14.4 \div 3.6 = -4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。平均速度の大きさは C が $5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、D が $4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ なので、C の方が大きい。

ただし、途中で折り返したかどうかは与えられていない。平均の速さは移動距離から求めるため、平均速度の値だけでは各車の平均の速さの大小までは断定できない。

演習問題

演習 1｜向きと大きさの比較

同じ直線レールを動く台車 A、B について、右向きを正として次の位置を記録した。

時刻 t（s）	A の位置 x（m）	B の位置 x（m）
0	0	10
2	4	7
4	8	4

両台車はそれぞれ区間 0〜4 s で折り返さず、表に示す向きに進んだものとする。

(1) A、B それぞれの平均の速さを求めよ。

(2) A、B それぞれの平均速度を符号付きで求めよ。

(3) どちらの平均の速さが大きいか。また、両台車の変位の向きは同じか、答えよ。

演習 2｜折返しを含む運動

台車が右を正とする直線上で、時刻 0 s に位置 1 m を出発し、2 s に位置 9 m へ到達した。その場で折り返し、6 s に位置 5 m へ到達した。それぞれの区間では途中の折返しはない。

(1) 全区間の移動距離と変位を求めよ。

(2) 全区間の平均の速さと平均速度を求めよ。

(3) 平均の速さと平均速度が異なる理由を、経路と始点・終点に触れて説明せよ。

演習 3｜停止して出発点へ戻る

台車は右を正とする直線レール上で次のように動いた。各時刻の間は、示された位置間を折り返さず移動するか、その位置で停止しているものとする。

時刻 t（s）	位置 x（m）
0	0
2	6
5	6
8	0

(1) 停止していた時間の長さ、全区間の移動距離、変位をそれぞれ求めよ。

(2) 全区間の平均の速さと平均速度を求めよ。

(3)「平均速度が $0\ \mathrm{\frac{m}{s}}$ だから、台車は全区間を通じて静止していた」という説明が誤りである理由を述べよ。

演習 4｜時間の長さが異なる区間

一直線の道路を右向きに折り返さず進む台車が、初めの 3 s に 6 m、続く 6 s に 18 m 進んだ。右向きを正とする。

(1) 二つの区間それぞれの平均の速さを求めよ。

(2) 全区間の平均の速さと平均速度を求めよ。

(3) (1) の二つの数値の単純平均では (2) が求まらない理由を説明せよ。

演習 5｜負の平均速度と単位換算

同じ直線道路で右を正とする。車 E のある区間の平均速度は $+3.0\ \mathrm{\frac{m}{s}}$、車 F の同じ長さの区間の平均速度は $-4.0\ \mathrm{\frac{m}{s}}$ である。

(1) 車 F の平均速度を $\mathrm{k\frac{m}{h}}$ で表せ。

(2) どちらの平均速度の大きさが大きいか。また、車 F の平均速度が負であることは、車 F の「動きが遅い」ことを意味するか、説明せよ。

(3) E、F とも途中で折り返さなかった場合、どちらの平均の速さが大きいか、理由とともに答えよ。

演習 6｜短い区間と瞬間

右向きを正とする直線上を動く物体について、次の位置記録が得られた。表の時間区間では右向きに折り返さず動くものとする。ここでは表の値をそのまま使って計算する。

時刻 t（s）	位置 x（m）
2.0	8.0
2.9	12.0
3.1	12.9
4.0	16.0

(1) 2.0〜4.0 s の平均速度を求めよ。

(2) 3.0 s を挟む 2.9〜3.1 s の平均速度を求めよ。

(3) (2) の値を、時刻 3.0 s での瞬間速度そのものと断定してよいか。理由を説明せよ。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

解答 1

(1) A の移動距離は $8-0=8\,\mathrm{m}$ なので、平均の速さは $\frac{8}{4}=2.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。B の移動距離は $10-4=6\,\mathrm{m}$ なので、平均の速さは $\frac{6}{4}=1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。

(2) A の変位は $8-0=+8\,\mathrm{m}$ であり、平均速度は $+\frac{8}{4}=+2.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。B の変位は $4-10=-6\,\mathrm{m}$ であり、平均速度は $-\frac{6}{4}=-1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。

(3) 平均の速さが大きいのは A である。A の変位は右向き、B の変位は左向きなので、向きは反対である。負号を「遅い」という意味に読み替えてはならない。

解答 2

(1) 出発点から折返し点までは $9-1=8\,\mathrm{m}$、折返し点から終点までは $9-5=4\,\mathrm{m}$ 進む。移動距離は $8+4=12\,\mathrm{m}$、変位は $5-1=+4\,\mathrm{m}$ である。

(2) 全経過時間は $6-0=6\,\mathrm{s}$ なので、平均の速さは $\frac{12}{6}=2.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、平均速度は $+\frac{4}{6}=+\frac{2}{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ となる。

(3) 移動距離は右へ進んだ道筋と左へ戻った道筋の長さを両方足す。一方、変位は始点 $1\,\mathrm{m}$ と終点 $5\,\mathrm{m}$ の位置の差だけで決まる。折返しで戻った分だけ両者が異なるため、同じ経過時間で割っても結果は一致しない。

解答 3

(1) 位置が $6\,\mathrm{m}$ のまま変わらないのは時刻 2〜5 s なので、停止時間は $3\,\mathrm{s}$ である。移動距離は $6+0+6=12\,\mathrm{m}$、変位は $0-0=0\,\mathrm{m}$ である。

(2) 全経過時間は停止中も含めて $8\,\mathrm{s}$ であり、平均の速さは $\frac{12}{8}=1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、平均速度は $\frac{0}{8}=0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ となる。

(3) 平均速度が 0 なのは、出発点へ戻って変位が 0 となったためである。実際には右へ $6\,\mathrm{m}$、左へ $6\,\mathrm{m}$ 動いており、全区間で静止していたわけではない。

解答 4

(1) 初めの区間の平均の速さは $\frac{6}{3}=2.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、次の区間は $\frac{18}{6}=3.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。

(2) 全移動距離は $6+18=24\,\mathrm{m}$、全経過時間は $3+6=9\,\mathrm{s}$ なので、平均の速さは $\frac{24}{9}=\frac{8}{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。右向きに折り返さず進んだため、変位は $+24\,\mathrm{m}$、平均速度は $+\frac{8}{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ となる。

(3) 2.0 と 3.0 の単純平均は $2.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ だが、二つの区間は $3\,\mathrm{s}$ と $6\,\mathrm{s}$ で長さが異なる。全体の平均は、全移動距離を全経過時間で割る必要がある。

解答 5

(1) $1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}=3.6\,\mathrm{k}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$ より、車 F の平均速度は $-4.0\times3.6=-14.4\,\mathrm{k}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{h}}$ である。

(2) 平均速度の大きさは E が $3.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、F が $4.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ なので F の方が大きい。F の負号は変位が左向きであることを表し、動きが遅いことは意味しない。

(3) 途中で折り返さなければ移動距離は変位の大きさと一致する。したがって平均の速さは E が $3.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$、F が $4.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ となり、F の方が大きい。

©ミライコーチング

解答 6

(1) 変位は $16.0 - 8.0 = +8.0\,\mathrm{m}$、経過時間は $4.0 - 2.0 = 2.0\,\mathrm{s}$ なので、平均速度は $+\frac{8.0}{2.0} = +4.0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。

(2) 変位は $12.9 - 12.0 = +0.9\,\mathrm{m}$、経過時間は $3.1 - 2.9 = 0.2\,\mathrm{s}$ なので、平均速度は $+\frac{0.9}{0.2} = +4.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ である。

(3) 断定してはならない。(2) は $3.0\,\mathrm{s}$ の前後にある $0.2\,\mathrm{s}$ 間の平均速度であり、一つの時刻だけの値ではない。短い区間での位置変化は付近の運動を知る手掛かりになるが、この記録だけで瞬間速度を厳密に確定したことにはならない。