第 061 講 周期・波長・波の速さ

ひもの端を規則正しく上下させると、ひもの各部分はその場で振動する一方、山や谷の形はひもに沿って進んでいく。第 060 講で区別した「媒質の振動」と「波の伝播」を、今回は時間と距離で表す。

一つの点が振動を繰り返す時間と、**隣り合う山の距離**が分かれば、山が進む速さを求められる。何が振動し、何が進むのかを区別することが出発点である。

この講でできるようになること

- 一つの媒質部分の周期 T と振動数 f を説明し、相互に求められる。
- 同じ時刻の波形から波長 λ を判断し、周期と取り違えずに表せる。
- 一周期で一波長進む理由から、波の伝播の速さ v を求められる。
- 媒質の振動と波の伝播、変わらない量と変わる量を条件に即して区別できる。

1. 一つの点の振動を時間で表す

ひも上の一点 A を選び、その点の上下運動を観察する。**周期** T とは、A が同じ位置に同じ動き方で初めて戻るまでの時間であり、単位は秒（s）である。例えば最も高い位置から出発した A が、次に同じ最も高い位置に戻るまでが一周期となる。

周期

周期 T：一つの媒質部分が振動を一回繰り返すのに必要な時間。単位は s であり、$T > 0$ である。

同じ位置に戻っても、途中で反対向きに動いているなら一周期とは限らない。「位置」と「動き方」をそろえて数える。

次に、**振動数** f を「一秒あたり何回振動するか」を表す量として定める。単位はヘルツ（Hz）で、$1\,\mathrm{Hz} = 1\,\mathrm{s}^{-1}$、すなわち一秒あたり一回を意味する。

振動数

振動数 f：一秒あたりの振動回数。単位は Hz（ヘルツ）である。

一回の振動に T 秒かかるなら、一秒あたりの回数は 1 s を T 秒で割った値となる。したがって、周期と振動数には次の**逆数の関係**がある。

$$f = \frac{1}{T}, \qquad T = \frac{1}{f}$$

周期が短いほど、同じ一秒間に多く振動するため振動数は大きい。ここでの f は、波形の山が一秒間に通過する回数としても表せるが、まず一つの媒質部分の振動から意味を理解する。

©ミライコーチング

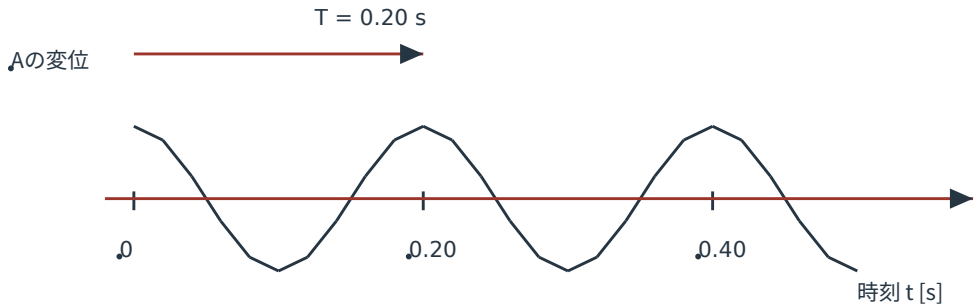


図 1　位置を固定した 1 つの媒質部分 A の記録。横軸は時刻。

この図は**位置を固定した A の変位が、時間とともにどう変わるか**を示す。横軸は時刻 t（秒）であり、A が横方向に移動した距離ではない。同じ最大変位が 0.20 s ごとに現れるので、$T = 0.20\,\mathrm{s}$、$f = 5.0\,\mathrm{Hz}$ と読める。

2. 波形の繰り返しを距離で表す

今度は、ある**一つの時刻**にひも全体を撮影したと考える。隣り合う山から次の山までの距離が、空間内の繰り返しを表す。

波長

波長 λ（ラムダ）：同じ時刻において、隣り合う同じ振動状態の点どうしの最短距離。単位は m である。規則正しい横波では隣り合う山から山、または谷から谷の距離で読める。

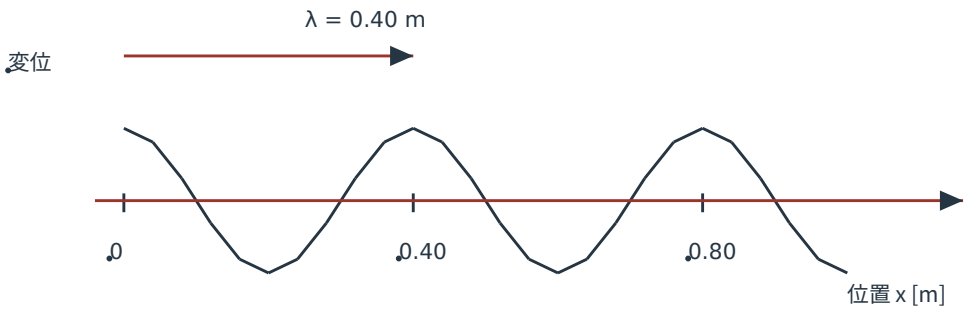


図 2　同じ時刻のひもの形。横軸は位置であり時間ではない。

図では隣り合う山の位置が 0 m、0.40 m、0.80 m なので、波長は 0.40 m である。山からすぐ隣の谷までの距離は、この図では半波長にあたるが、一波長ではない。

同じ曲線のように見える図でも、**横軸が位置なら繰り返しの距離、横軸が時刻なら繰り返しの時間**を表す。横軸の文字と単位を先に確かめることが大切である。

3. 一周期で一波長進む

波の形が変わらず、一定の速さで一方向へ伝わる周期的な波を考える。ある山が通り過ぎた場所には、一周期 T の後、次の山がやってくる。その間に**同じ山**は、隣り合う山の間隔である一波長 λ だけ進んでいる。

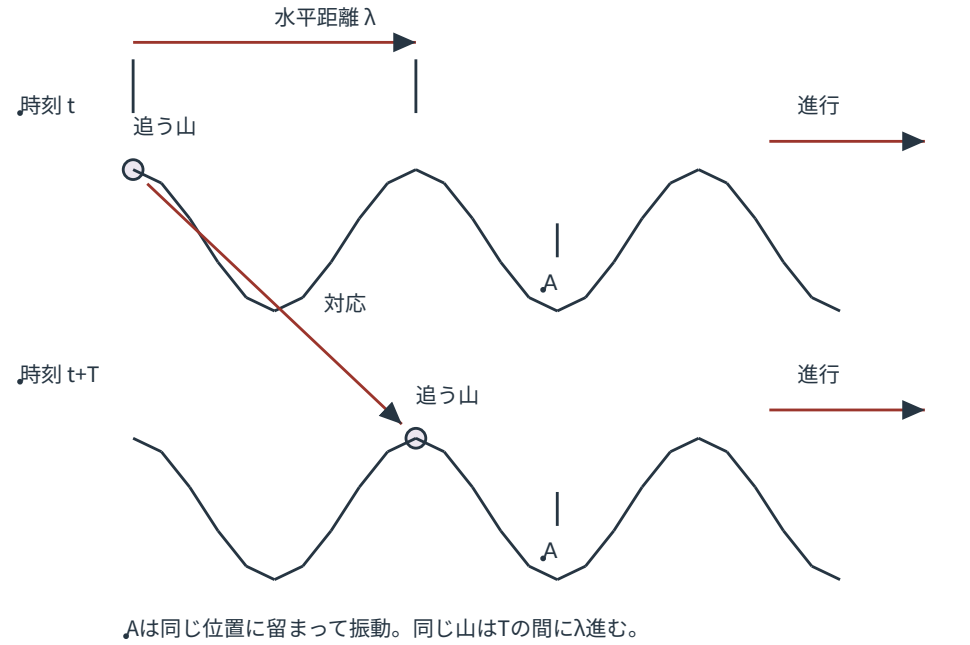


図 3　右向きに形を変えず伝わる波。水平矢印は移動距離、斜め矢印は異なる時刻の同じ山の対応。

図の**水平矢印**は、追っている同じ山が右方向へ進んだ距離 λ を示す。**斜め矢印**は、異なる二時刻の図に描かれた同じ山の対応を示す線であり、山が斜めに進んだ軌道ではない。媒質部分 A は、一周期後も同じ横位置で振動しており、右へ一波長運ばれたわけではない。

ここでの**波の速さ** v は、山のような波形が進行方向へ伝わる速さであり、単位は m/s である。距離を時間で割ると、

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

となる。さらに $f = \frac{1}{T}$ を用いれば、

$$v = f\lambda$$

も得られる。この二つは同じ関係を別の量で表したものである。

一周期と一波長を対応させる

形を変えず一定の速さで一方向へ伝わる周期波では、同じ山は T **秒間に** λ **メートル**進む。したがって $v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$ である。v は媒質の小部分が上下や前後に振動する速さではない。

例えばひもの波が右へ進んでも、ひもの一点は主に上下へ振動する。**波の進行方向と媒質の振動方向は別に考える。** 媒質部分の振動の速さは途中で変わり得るため、この式の v と混同しない。

4. 縦波でも波長を読む

空気中の音やばねの縦波では、媒質の部分は波の進行方向に沿って前後に振動し、**密な部分**と**疎な部分**が順に伝わる。山が見えなくても、同じ時刻の「密の中心から隣の密の中心」までが一波長である。

同じように疎の中心から隣の疎の中心までででもよい。一方、密の中心からすぐ隣の疎の中心までは半波長であり、隣り合う媒質粒子どうしの間隔も波長ではない。

周期 T、振動数 f、波長 λ、波の速さ v の役割は次のように整理できる。

量	何を表すか	単位
周期 T	一つの部分が一回振動する時間	s
振動数 f	一秒あたりの振動回数	Hz
波長 λ	同時刻の繰り返しの距離	m
波の速さ v	波形が伝わる距離を時間で割った値	m/s

なお、同じ媒質・状態で**波の速さが一定と与えられている場合**、振動数が変われば波長は変わる。また、同じ波源で**振動数が一定と与えられている場合**、波の速さが異なる条件では波長が変わる。どちらの量を一定とするかは、問題の条件から判断しなければならない。

例題

例題 1

一本のひもの一点 A が、平衡位置を上向きに通過した瞬間から測定を始めた。A がその後も同じ向きに平衡位置を通過する出来事を数えると、最初の通過から六回目の通過までが 2.0 s であった。規則正しく振動しているものとして、次を求めよ。

例題 1(1) この間の周期数と、周期 T を求めよ。

例題 1(2) 振動数 f を求めよ。

例題 1(1) 解答・解説

六回の通過という**出来事の個数**に対し、その間の**時間間隔は五つ**である。上向き通過から次の上向き通過までが一周期なので、五周期が 2.0 s に相当する。

$$T = \frac{2.0\,\mathrm{s}}{5} = 0.40\,\mathrm{s}$$

答えは **五周期**、$T = 0.40\,\mathrm{s}$ である。

例題 1(2) 解答・解説

振動数は一秒あたりの回数であるから、

$$f = \frac{1}{0.40\,\mathrm{s}} = 2.5\,\mathrm{Hz}$$

答えは $f = 2.5\,\mathrm{Hz}$ である。

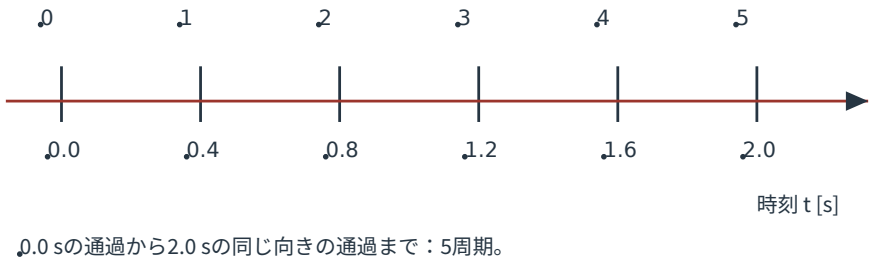


図 4　同じ向きに平衡位置を通過する出来事を数える。端点の数と周期数を区別。

図の上側の数字は経過した周期数である。最初の出来事を「一周期が終わった」と数えず、**六つの同じ状態の出来事の間に五周期がある**ことを確認する。

例題 2

形を変えず一定の速さで右へ伝わるひもの周期波がある。ひもの一点の周期は $T = 0.20\,\mathrm{s}$、同じ時刻の隣り合う山の間隔は $\lambda = 0.40\,\mathrm{m}$ である。

例題 2(1) 振動数 f を求めよ。

例題 2(2) 波が右へ伝わる速さ v を求めよ。

例題 2(1) 解答・解説

周期は一回の振動に必要な時間である。よって、

$$f = \frac{1}{0.20\,\mathrm{s}} = 5.0\,\mathrm{Hz}$$

答えは $f = 5.0\,\mathrm{Hz}$ である。

例題 2(2) 解答・解説

一周期 $0.20\,\mathrm{s}$ の間に山は一波長 $0.40\,\mathrm{m}$ 進む。したがって、

$$v = \frac{0.40\,\mathrm{m}}{0.20\,\mathrm{s}} = 2.0\,\mathrm{m/s}$$

答えは **右向きに伝わる速さ** $2.0\,\mathrm{m/s}$ である。ひもの一点が常に右へ $2.0\,\mathrm{m/s}$ で動くという意味ではない。

例題 3

ある場所の空気中を、音の周期波が一定の速さ $340\,\mathrm{m/s}$ で伝わっている。振動数は $50\,\mathrm{Hz}$ とする。

例題 3(1) 周期 T を求めよ。

例題 3(2) 波長 λ を求めよ。

例題 3(1) 解答・解説

$50\,\mathrm{Hz}$ は一秒あたり五十回の振動を意味する。周期は、

$$T = \frac{1}{50\,\mathrm{Hz}} = 0.020\,\mathrm{s}$$

である。

例題 3(2) 解答・解説

$v = f\lambda$ を波長について変形すると $\lambda = \frac{v}{f}$ となる。よって、

$$\lambda = \frac{340\,\mathrm{m/s}}{50\,\mathrm{Hz}} = 6.8\,\mathrm{m}$$

答えは $\lambda = 6.8\,\mathrm{m}$ である。波長は空間の繰り返しの距離であり、振動数の大きさそのものではない。

©ミライコーチング

例題 4

次の模式図は、右向きに形を変えず伝わる縦波の、ある時刻の密と疎の分布を表す。隣り合う密の中心間の距離が 0.60 m、一つの媒質部分の周期が 0.15 s である。

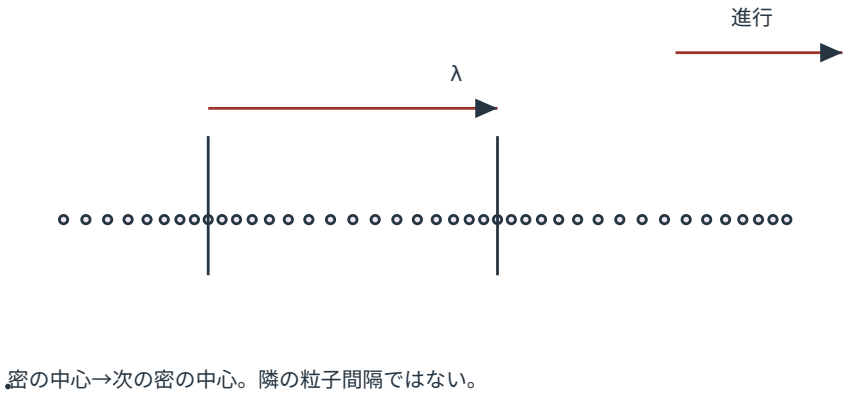


図 5　縦波のある時刻。点は媒質の小部分、密な部分の繰返し間隔が波長。

例題 4(1) 波長 λ を求めよ。

例題 4(2) 振動数 f と波の速さ v を求めよ。振動数は小数第一位までの値も示せ。

例題 4(1) 解答・解説

密の中心から次の密の中心までが同じ振動状態の一回の繰り返しなので、$\lambda = 0.60\,\mathrm{m}$ である。粒子一個分の間隔でも、密から疎までの間隔でもない。

例題 4(2) 解答・解説

周期から振動数を求める。

$$f = \frac{1}{0.15\,\mathrm{s}} = \frac{20}{3}\,\mathrm{Hz} \approx 6.7\,\mathrm{Hz}$$

波の速さは、

$$v = \frac{0.60\,\mathrm{m}}{0.15\,\mathrm{s}} = 4.0\,\mathrm{m/s}$$

である。答えは $f = \frac{20}{3}\,\mathrm{Hz}$（**約** $6.7\,\mathrm{Hz}$）、$v = 4.0\,\mathrm{m/s}$ である。

演習問題

演習 1

形を変えず右向きに一定の速さで伝わる横波について、ある時刻の**隣り合う山**の位置が $x = 0.10\,\mathrm{m}$ と $x = 0.70\,\mathrm{m}$ である。ひもの一点の周期は $T = 0.30\,\mathrm{s}$ である。また、二つの山の間にある谷の位置は $x = 0.40\,\mathrm{m}$ とする。

演習 1(1) 波長 λ を求めよ。

演習 1(2) 波の速さ v を求めよ。

演習 1(3) 最初の山と谷の間の $0.30\,\mathrm{m}$ を一波長としない理由を説明せよ。

解説参照：巻末「解答 1」の演習 1(1)〜演習 1(3)。

演習 2

同じ媒質・状態で波の速さが $3.0\,\mathrm{m/s}$ **に保たれる**という条件のもと、波源の振動数を $2.0\,\mathrm{Hz}$ から $4.0\,\mathrm{Hz}$ に変える。形を変えずに伝わる周期波として答えよ。

演習 2(1) 変更前と変更後の周期 T_1、T_2 を求めよ。

演習 2(2) 変更前と変更後の波長 λ_1、λ_2 を求めよ。

演習 2(3) 振動数が二倍になったとき、波の速さと波長がどうなるかを、問題の条件と式を使って説明せよ。

解説参照：巻末「解答 2」の演習 2(1)〜演習 2(3)。

演習 3

同じ波源が $5.0\,\mathrm{Hz}$ **で振動し続ける**ものとする。この波源から伝わる周期波について、条件 A では波の速さが $2.0\,\mathrm{m/s}$、条件 B では $3.0\,\mathrm{m/s}$ である。各条件のもとで、波は形を変えず一定の速さで伝わる。

演習 3(1) 条件 A、B に共通する周期 T を求めよ。

演習 3(2) 条件 A、B の波長 λ_{A}、λ_{B} を求めよ。

演習 3(3) 速さが大きい条件 B で波長も長くなる理由を、何が一定かを明示して説明せよ。

解説参照：巻末「解答 3」の演習 3(1)〜演習 3(3)。

©ミライコーチング

演習 4

ある周期波の周期は 4.0 ms、波長は 80 cm である。ただし、1 ms = 0.001 s、100 cm = 1 m とする。波は形を変えず一定の速さで伝わる。

演習 4(1) 周期を秒、波長をメートルで表せ。

演習 4(2) 振動数を Hz で求めよ。

演習 4(3) 波の速さを m/s で求めよ。

解説参照：巻末「解答 4」の演習 4(1)〜演習 4(3)。

演習 5

ひもの一点 A が上下に規則正しく振動しており、右向きに形を変えず一定の速さで伝わる周期波が生じている。A の変位を時刻に対して記録すると、同じ最も高い位置が 0.20 s ごとに現れる。同じ時刻の波形では、隣り合う山の間隔が 0.40 m である。

演習 5(1) A の記録で横軸を「時刻 t（s）」とした図から求められるのは、周期と波長のどちらか。理由も答えよ。

演習 5(2) 同じ時刻の波形で横軸を「位置 x（m）」とした図から求められるのは、周期と波長のどちらか。理由も答えよ。

演習 5(3) 波の速さを求めよ。また、A 自身が右へその速さで進むと判断できるか、説明せよ。

演習 5(4) 一周期後の A の横位置と、同じ山の横位置はそれぞれどうなるか。A はひも上の同じ部分であり、ひも全体は横方向に流れないものとする。

解説参照：巻末「解答 5」の演習 5(1)〜演習 5(4)。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

解答 1

演習 1(1) 解答・解説

隣り合う山の位置の差が一波長である。同じ時刻の位置の差をとると、

$$\lambda = 0.70\,\mathrm{m} - 0.10\,\mathrm{m} = 0.60\,\mathrm{m}$$

答えは $\lambda = 0.60\,\mathrm{m}$ である。

演習 1(2) 解答・解説

一周期で一波長進むので、

$$v = \frac{0.60\,\mathrm{m}}{0.30\,\mathrm{s}} = 2.0\,\mathrm{m/s}$$

答えは $v = 2.0\,\mathrm{m/s}$ である。

演習 1(3) 解答・解説

山と隣の谷は、媒質部分の変位が反対になっており、同じ振動状態ではない。山から次の山までの $0.60\,\mathrm{m}$ が空間で一回繰り返す距離であり、山から谷までの $0.30\,\mathrm{m}$ はその半分である。

解答 2

演習 2(1) 解答・解説

周期は振動数の逆数なので、

$$T_1 = \frac{1}{2.0\,\mathrm{Hz}} = 0.50\,\mathrm{s}$$

$$T_2 = \frac{1}{4.0\,\mathrm{Hz}} = 0.25\,\mathrm{s}$$

答えは $T_1 = 0.50\,\mathrm{s}$、$T_2 = 0.25\,\mathrm{s}$ である。

演習 2(2) 解答・解説

速さ $3.0\,\mathrm{m/s}$ は変わらない。$\lambda = \frac{v}{f}$ を用いて、

$$\lambda_1 = \frac{3.0\,\mathrm{m/s}}{2.0\,\mathrm{Hz}} = 1.5\,\mathrm{m}$$

$$\lambda_2 = \frac{3.0\,\mathrm{m/s}}{4.0\,\mathrm{Hz}} = 0.75\,\mathrm{m}$$

答えは $\lambda_1 = 1.5\,\mathrm{m}$、$\lambda_2 = 0.75\,\mathrm{m}$ である。

演習 2(3) 解答・解説

問題では**同じ媒質・状態で速さ v が一定**と指定されている。$\lambda = \frac{v}{f}$ なので振動数が二倍なら波長は半分になるが、速さは $3.0\,\mathrm{m/s}$ のままである。「振動数が二倍なら速さも二倍」とはならない。

解答 3

演習 3(1) 解答・解説

波源の振動数が共通で 5.0 Hz なので、

$$T = \frac{1}{5.0\,\mathrm{Hz}} = 0.20\,\mathrm{s}$$

答えは $T = 0.20\,\mathrm{s}$ であり、条件 A、B で変わらない。

演習 3(2) 解答・解説

振動数 f を共通として $\lambda = \frac{v}{f}$ を使う。

$$\lambda_{\mathrm{A}} = \frac{2.0\,\mathrm{m/s}}{5.0\,\mathrm{Hz}} = 0.40\,\mathrm{m}$$

$$\lambda_{\mathrm{B}} = \frac{3.0\,\mathrm{m/s}}{5.0\,\mathrm{Hz}} = 0.60\,\mathrm{m}$$

答えは $\lambda_{\mathrm{A}} = 0.40\,\mathrm{m}$、$\lambda_{\mathrm{B}} = 0.60\,\mathrm{m}$ である。

演習 3(3) 解答・解説

この問題では**同じ波源の振動数 $f = 5.0\,\mathrm{Hz}$ が一定**であり、周期も 0.20 s と一定である。$\lambda = vT$ から、同じ一周期の間に速く進む条件 B ほど距離が長くなるため、波長も大きくなる。

解答 4

演習 4(1) 解答・解説

ミリ秒を秒に、センチメートルをメートルにそろえる。

$$T = 4.0\,\mathrm{ms} = 0.0040\,\mathrm{s}$$

$$\lambda = 80\,\mathrm{cm} = 0.80\,\mathrm{m}$$

答えは $T = 0.0040\,\mathrm{s}$、$\lambda = 0.80\,\mathrm{m}$ である。

演習 4(2) 解答・解説

秒に直した周期を使う。

$$f = \frac{1}{0.0040\,\mathrm{s}} = 250\,\mathrm{Hz}$$

答えは $f = 250\,\mathrm{Hz}$ である。

演習 4(3) 解答・解説

$$v = \frac{0.80\,\mathrm{m}}{0.0040\,\mathrm{s}} = 200\,\mathrm{m/s}$$

答えは $v = 200\,\mathrm{m/s}$ である。ms（ミリ秒）と m/s（メートル毎秒）は記号の意味が違うため、単位の換算前に混同しない。

©ミライコーチング

解答 5

演習 5(1) 解答・解説

求められるのは**周期**である。横軸が時刻なので、同じ一点 A が同じ状態を繰り返す**時間間隔**を読める。本問では $T = 0.20\,\mathrm{s}$ である。

演習 5(2) 解答・解説

求められるのは**波長**である。横軸が位置なので、同じ時刻の隣り合う山の**距離**を読める。本問では $\lambda = 0.40\,\mathrm{m}$ である。

演習 5(3) 解答・解説

$$v = \frac{0.40\,\mathrm{m}}{0.20\,\mathrm{s}} = 2.0\,\mathrm{m/s}$$

答えは $v = 2.0\,\mathrm{m/s}$ である。これは山などの波形が右へ伝わる速さであり、A 自身は上下に振動する。したがって、A が右へ同じ速さで進むとは判断できない。

演習 5(4) 解答・解説

A はひも上の固定した一部分なので、**一周期後も横位置は変わらない**。上下の変位と動き方は元の状態に戻る。一方、**追っている同じ山は右へ一波長** $0.40\,\mathrm{m}$ **進む**。媒質の小部分と波形を別々に追うことが判断の根拠である。