第 090 講 導体と静電誘導

この講でできるようになること

- 静電平衡にある導体の材料内部で電場が 0 になる理由を説明し、電場と電位を区別できる。
- 静電誘導と接地による電子の移動を読み取り、帯電体と接地線を外す順序から最終的な電荷を判断できる。
- 導体材料と空洞を区別し、静電遮蔽の成立条件と導体殻の内面・外面の電荷を判断できる。

1. 帯電体を近づけると金属の内部で何が起こるか

電気を帯びた棒を金属球に近づけると、棒と金属球が触れていなくても、金属球の電荷分布が変わることがある。金属球全体が中性であっても、表面の場所によって電荷の偏りが生じるためである。

この現象を理解するには、まず金属の中で何が動けるのかを考える必要がある。

1.1 導体と絶縁体

導体と自由電子

導体とは、内部で電荷が移動しやすい物質である。金属では、原子に強く束縛されずに移動できる**自由電子**が電荷の移動を担う。

一方、**絶縁体**では、電荷が導体ほど自由に移動できない。電場によって内部の正負の電荷がわずかにずれることはあっても、金属の自由電子と同じように物体全体を移動するとは限らない。

金属の中には負の電荷を持つ自由電子と、原子の位置にほぼ固定された正の電荷がある。金属中で電子が移動しても、正のイオンが一緒に反対方向へ動くわけではない。

ここでは、絶縁された支持台に置いた中性の金属球へ、正に帯電した棒を近づける。棒と金属球は接触せず、金属球は大地にもつながっていない。

©ミライコーチング

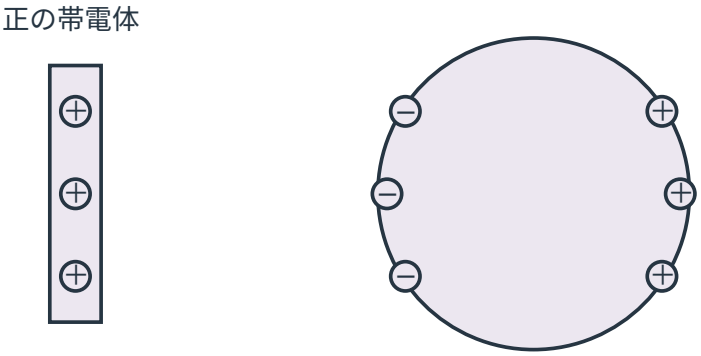

図 1　非接触の静電誘導。金属全体は中性、表面の分布が偏る。

正の帯電体は負の電荷を持つ自由電子を引きつける。そのため、金属球の自由電子は棒に近い側へ移動し、近い側では電子が過剰になり、遠い側では電子が不足する。

図の「−」は電子の過剰、「＋」は電子の不足を模式的に表す。記号の個数や間隔は電荷の実際の個数や表面電荷密度を測定したものではなく、支持台も省略している。大きな円は金属球そのものであり、内部に空洞を描いたものではない。

ここで重要なのは、**金属球の外へ電子が出入りしていない**ことである。近い側が負、遠い側が正になっても、金属球全体の正味電荷は 0 のままである。

静電誘導

帯電体を導体に近づけるなどして外部の電場を加えると、導体内部の自由電子が移動し、導体表面の電荷分布が変わる。この現象を**静電誘導**という。

帯電体と接触しなくても起こり、外部との電荷の出入りがなければ導体全体の正味電荷は変わらない。

棒を十分遠ざけ、ほかに電場をつくる物体がなければ、金属球の電荷の偏りは解消される。球全体が初めから中性だったので、最終的にも中性である。

1.2 静電平衡では導体材料内部の電場が 0 になる

棒を近づけた直後には、自由電子に電気力が働き、電子が移動する。その移動によって金属表面に電荷の偏りができ、偏った電荷が新たな電場をつくる。

最終的に自由電子の巨視的な移動が収まった状態を**静電平衡**という。

静電平衡にある導体

静電平衡では、導体材料内部の電場は

$$\vec{E} = \vec{0}$$

である。

ここで $\vec{E}$ は電場を表し、その単位は N/C である。電場が 0 であれば、自由電子に働く正味の静電気力も 0 となり、電場によって電子が一方向へ移動し続けることはない。

もし導体材料内部に 0 でない電場が残れば、自由電子に電気力が働き、電荷の再分布が続いてしまう。したがって、静電平衡では、外部の電場と導体表面の電荷がつくる電場が合わさった結果、導体材料内部の電場が 0 になる。

静電平衡にある導体では、余分な電荷は表面に分布する。内部に空洞がある場合は、その空洞内の電荷の有無によって内面にも電荷が現れることがある。

また、静電平衡にある導体の滑らかな表面のすぐ外側では、電場に表面に沿う成分はなく、電場が 0 でなければ表面に垂直な向きとなる。表面に沿う電場があれば、自由電子がその方向へ移動してしまうからである。

1.3 電場が 0 でも電位は 0 とは限らない

電場と電位は異なる量である。電場はその場所で電荷に働く電気力を表し、電位は単位正電荷あたりの電気的な位置エネルギーを表す。

静電平衡にある一つながりの導体材料内部では、電場が 0 なので、内部のどの 2 点間にも電位差がない。

電場と電位の区別

静電平衡にある一つながりの導体では、

$$\vec{E} = \vec{0}, \qquad V_A = V_B$$

が成り立つ。A, B は同じ導体材料内の任意の 2 点、V_A, V_B はそれぞれの電位である。

これは導体が**等電位**であることを意味するが、共通の電位が必ず 0 V であることは意味しない。

電位の 0 は基準の取り方にも関係する。導体を大地につながず、無限遠の電位を 0 と定めた場合、帯電した導体の電位は 0 でないことがある。

2. 接地すると電子の出入りが可能になる

2.1 孤立と接地の違い

金属球が絶縁されていて、ほかの物体との間で電荷を受け渡さない状態を**孤立**しているという。このとき、金属球の内部で電子が移動しても、金属球全体の正味電荷は保存される。

一方、金属球を導線で大地につなぐことを**接地**という。大地は非常に大きな電荷の受け渡し先として扱えるので、接地中には金属球と大地の間で電子が移動できる。

理想的な接地では、大地の電位を基準の 0 V とすると、静電平衡に達した接地導体の電位も 0 V となる。ただし、**電位が 0 であることと、導体の正味電荷が 0 であることは別**である。

2.2 正の帯電体を使って金属球を負に帯電させる

初めに中性で孤立した金属球へ、正の帯電体を近づける。前の図で見たように、電子は帯電体に近い側へ集まるが、この段階では金属球全体の電荷は 0 である。

次に、正の帯電体を同じ場所に保持したまま、金属球を接地する。

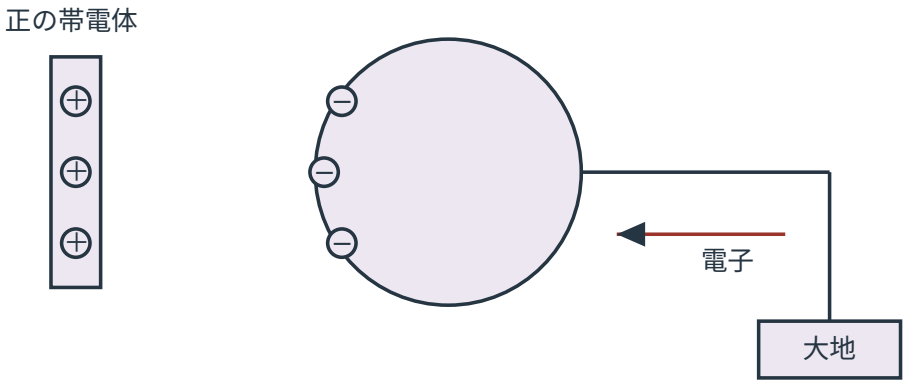

図 2　正の帯電体を保持して接地。電子は大地から金属へ入る。

正の帯電体に引きつけられるように、電子が大地から金属球へ流れ込む。図の矢印は、この接地操作に伴う電子の一時的な移動方向を表している。

電子の移動方向は、正電荷の移動方向として定める慣用電流の向きとは逆である。静電平衡に達した後も電流が流れ続けているという意味ではない。

接地された金属球の電位は大地と同じ 0 V になるが、余分な電子を受け取っているため、金属球は負の正味電荷を持つことがある。

ここで、**正の帯電体を動かさず、先に接地導線だけを外す**。

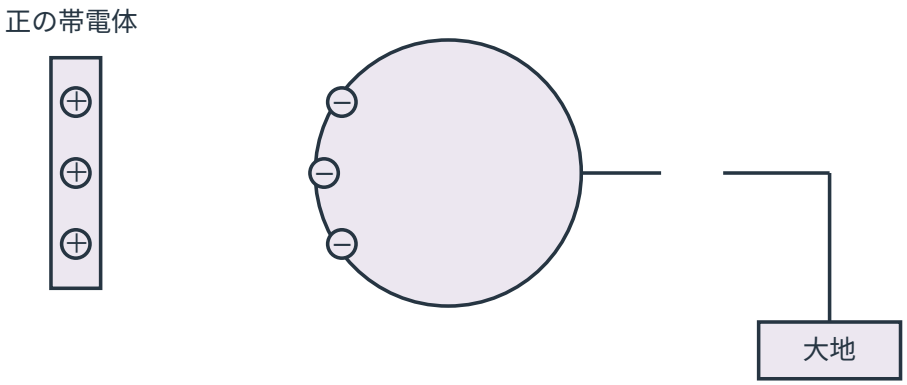

図 3　正順の中間：帯電体は保持、先に接地を切断。隙間は非接続。

図の導線には実際に隙間があり、金属球と大地は電気的につながっていない。したがって、接地中に流れ込んだ余分な電子は金属球に残る。

この段階では、外部の正の帯電体がまだ近くにあるため、金属表面の電荷は偏ったままである。接地を切ったからといって、ただちに球表面の電荷分布が一様になるわけではない。

最後に正の帯電体を十分遠ざける。

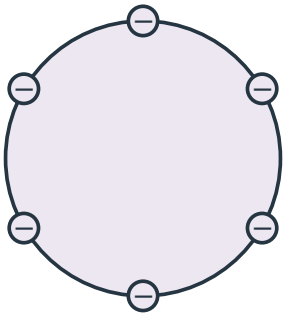

図 4　接地を先に外してから帯電体を遠ざけると負電荷が残る。

金属球はすでに孤立しているため、余分な電子は大地へ戻れない。正の帯電体を遠ざけると外部電場による偏りがなくなり、金属球は負に帯電したまま静電平衡となる。

ここでは、金属球が球形で、ほかに外部電場源がなく、周囲の影響も無視できる条件を考えている。この条件では表面の電荷分布は対称になる。

©ミライコーチング

金属の形がいびつな場合や、ほかの帯電体が近くにある場合まで、表面電荷が一様に分布すると考えてはいけない。

2.3 接地と帯電体を外す順序を逆にする

先ほどの操作では、接地を先に外したため、余分な電子が金属球に残った。

今度は同じ正の帯電体を使い、**接地したまま先に帯電体を遠ざける**とどうなるかを考える。

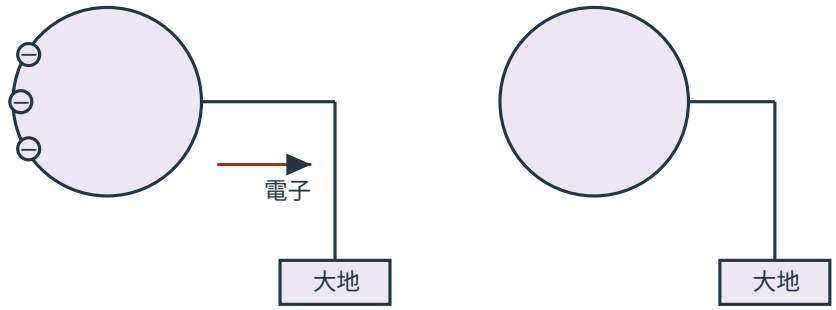

図 5　逆順：帯電体を先に遠ざける→接地を保って電子が戻る→中性。

左側は帯電体を遠ざけた後、電子が金属球から大地へ戻る途中の模式図である。この段階は電子が移動している過渡状態であり、まだ静電平衡ではない。

右側は十分に時間が経過し、金属球が大地と同電位になって電子の過不足がなくなった状態である。ほかに外部電場源がなければ、中性になってから接地を外しても中性のままである。

同じ正の帯電体を使っても、操作順によって最終状態は異なる。

操作順序	最終的な金属球
帯電体を保持 → 接地を外す → 帯電体を遠ざける	負に帯電
接地を保持 → 帯電体を遠ざける → 平衡後に接地を外す	中性

静電誘導による帯電の判断

接地中は大地と電子を受け渡せるが、接地を切った後は外部との電荷の交換ができない。

そのため、誘導帯電の問題では、帯電体の符号だけでなく、**接地を切った瞬間に帯電体がまだ存在するか**を確認することが重要である。

3. 負の帯電体では電子の移動方向が逆になる

3.1 負の帯電体を近づける

次に、初めは中性で孤立している金属球へ、負の帯電体を近づける。金属球は接地しておらず、帯電体とも接触していない。

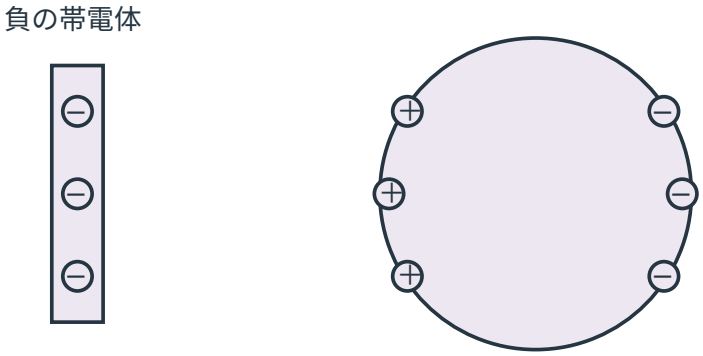

図 6　非接触の静電誘導。金属全体は中性、表面の分布が偏る。

負の帯電体は、同じ負の電荷を持つ自由電子を反発する。そのため自由電子は帯電体から遠い側へ移り、近い側が電子不足の正、遠い側が電子過剰の負になる。

電子が導体の外へ出ていないので、金属球全体の正味電荷は 0 である。図の「＋」は正イオンが移動したことではなく、電子が不足した状態を表している。

3.2 負の帯電体を保持して接地する

負の帯電体を近づけたまま、金属球を大地につなぐ。

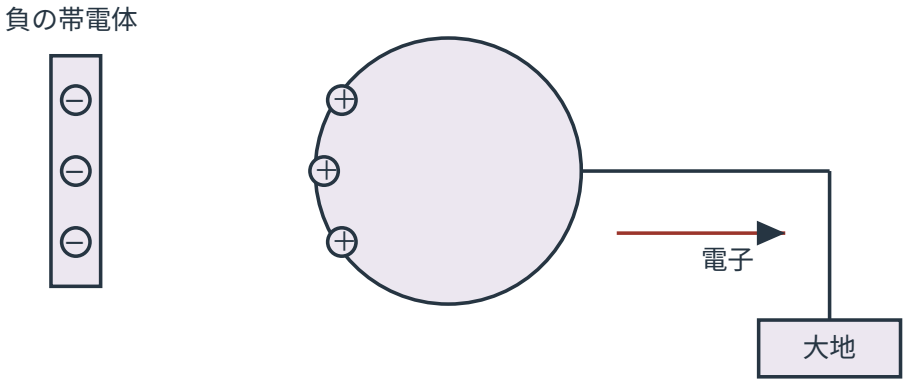

図 7　負の帯電体を保持して接地。電子は金属から大地へ出る。

負の帯電体によって反発された自由電子の一部が、導線を通って金属球から大地へ出ていく。したがって、金属球には電子不足が生じ、正の正味電荷が残る。

図の矢印は電子が大地へ出る一時的な移動であり、慣用電流の向きではない。接地中に静電平衡となった金属球の電位は 0 V であるが、正味電荷は正になり得る。

©ミライコーチング

3.3 負の帯電体を保持して接地を先に外す

金属球から電子が大地へ出た後も、負の帯電体を同じ場所に保持する。その状態で、先に接地導線を外す。

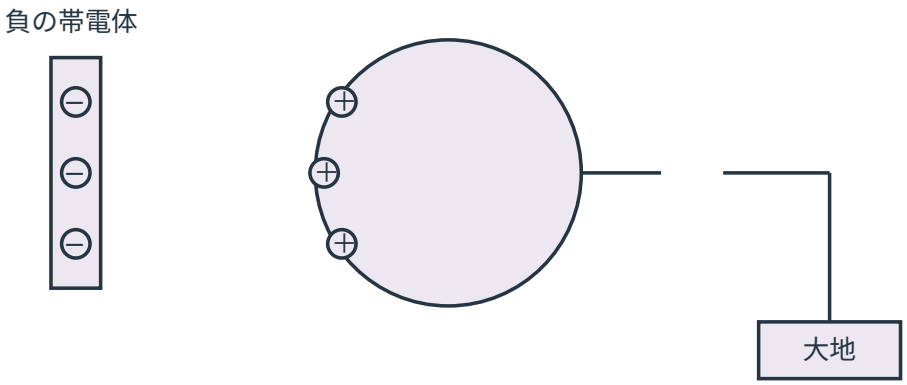

図 8　正順の中間：帯電体は保持、先に接地を切断。隙間は非接続。

導線の途中に隙間があり、金属球と大地はすでに切り離されている。電子不足の金属球は正の正味電荷を持つが、負の帯電体はまだ近くにあるため、表面の電荷分布は偏っている。

接地切断後は大地から電子が戻れない。そのため、次に負の帯電体を遠ざけても、金属球の正味電荷は正のままである。

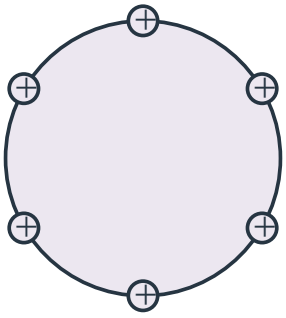

図 9　接地を先に外してから帯電体を遠ざけると正電荷が残る。

最終的には、金属球が孤立し、ほかの外部電場源がないとする。この条件では、電子不足による正の電荷が球表面に対称に分布する。

図の正電荷記号は分布の模式表示であり、実際の個数や電荷密度を表すものではない。

©ミライコーチング

3.4 負の帯電体でも逆順なら中性に戻る

今度は、金属球を接地したまま、先に負の帯電体を遠ざける。

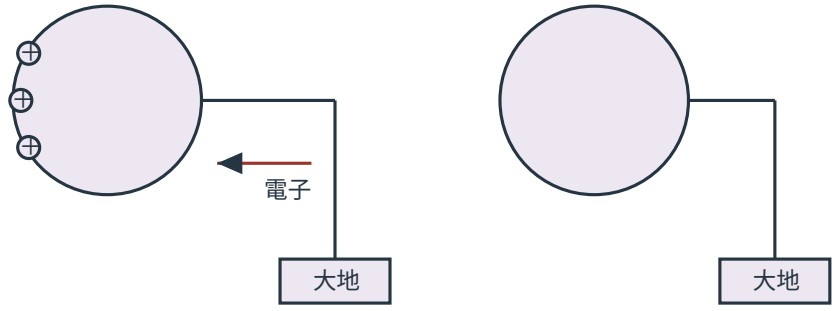

図 10　逆順：帯電体を先に遠ざける→接地を保って電子が戻る→中性。

左側は、負の帯電体を遠ざけた後に、大地から金属球へ電子が戻る途中の状態である。正の電荷記号は電子不足を表し、正イオンが移動しているわけではない。

右側は、電子が戻って金属球が中性になった後の静電平衡である。その後に接地を外しても、ほかの電場源がなければ中性を保つ。

正の帯電体と負の帯電体で電子の移動方向は逆だが、帯電体を先に遠ざけて接地を保持すると中性に戻るという判断は共通である。

近づける帯電体	接地中に移動する電子	接地を先に外した最終状態	帯電体を先に遠ざけた最終状態
正	大地から導体へ	負に帯電	中性
負	導体から大地へ	正に帯電	中性

この比較では、金属球は初め中性であり、帯電体とは一度も接触しない。また、最終段階にはほかの外部電場源がないものとする。

4. 接触帯電と静電誘導を区別する

電荷の分布が変わることと、物体全体の正味電荷が変わることは同じではない。

例えば、正の帯電体を中性金属球に近づけただけなら、金属球内部で自由電子が再分布するが、金属球全体の電荷は 0 のままである。一方、接触によって電荷が受け渡されれば、金属球の正味電荷が変わることがある。

現象	接触	電荷の移動・再分布
非接触の静電誘導	不要	同じ導体内で自由電子が再分布する
接触帯電	必要	接触した物体同士の間で電荷が受け渡される
接地を利用した誘導帯電	帯電体との接触は不要	導体と大地の間で電子が移動する

電子の移動と正電荷の移動

金属中の電荷移動を説明するとき、通常は自由電子の移動を考える。

「正に帯電する」とは電子が不足することであり、正のイオンが金属内部を動いて集まることではない。また、電子の移動方向は慣用電流の向きとは逆である。

5. 空洞のある導体と静電遮蔽

5.1 導体材料と空洞は別の場所

これまでは中身が金属でできた球を考えた。次に、中が空洞になっている導体殻を考える。

導体殻は、導体材料でできた壁が空洞を囲んでいる物体である。金属の壁の部分と、内側の空気や真空の部分は、同じ「内部」という言葉で呼ばれても物理的には別の領域である。

完全に閉じた空洞を持つ導体殻を考え、その空洞内には電荷を置かない。外部には正に帯電した物体があり、全体は静電平衡に達しているものとする。

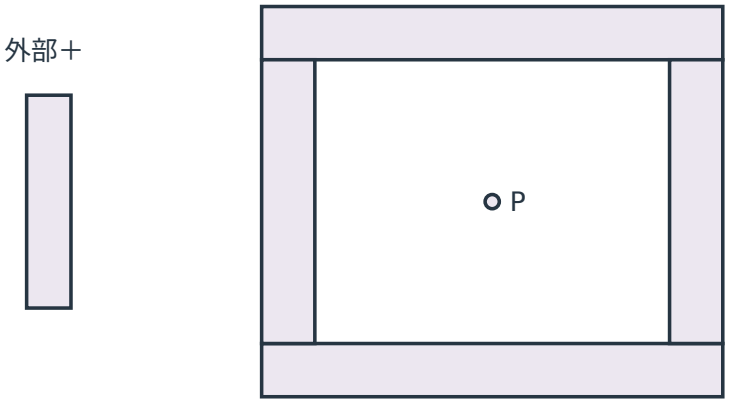

図 11　静電遮蔽：閉じた空洞に電荷なし。灰色が導体、白色が空洞。

図の灰色の壁が導体材料、白い領域が空洞である。図では断面を示しているが、実際には奥行き方向にも完全に閉じた殻を考えている。P は空洞内の観測点であり、電荷を置いた点ではない。

まず、灰色の導体材料内部では静電平衡により電場が 0 である。

さらに、**完全に閉じた空洞の中に電荷がなく、静電平衡にある場合**には、空洞内の電場も 0 となる。外部に帯電体が存在しても、空洞内の静電場は外部の影響を受けない。

静電遮蔽

閉じた導体によって、外部の静電場が内部の空洞へ及ぶことを防ぐ働きを**静電遮蔽**という。

空洞内に電荷がなく静電平衡にある場合、

$$\vec{E}_{\text{cavity}} = \vec{0}$$

となる。ここで $\vec{E}_{\text{cavity}}$ は空洞内の電場である。

空洞内に電荷がない場合、空洞内のどの場所にも電位差は生じず、空洞全体の電位は周囲の導体材料と同じ一様な値になる。この値は、導体が接地されていなければ必ずしも 0 ではない。

外部には電場が存在してよい。導体の外側まで電場が 0 になるという意味ではない。

また、ここで扱うのは静電平衡での遮蔽であり、時間的に変化する電磁波がすべて完全に遮蔽されるという意味ではない。

5.2 空洞内に電荷がある場合

今度は、孤立した導体殻の閉じた空洞内に、正の点電荷 $q = +3.0\,\text{nC}$ を置く。点電荷は空洞の中心から外れた位置にあり、導体材料には接触していない。

導体殻そのものの正味電荷は初めから 0 で、外部との電荷交換はないものとする。

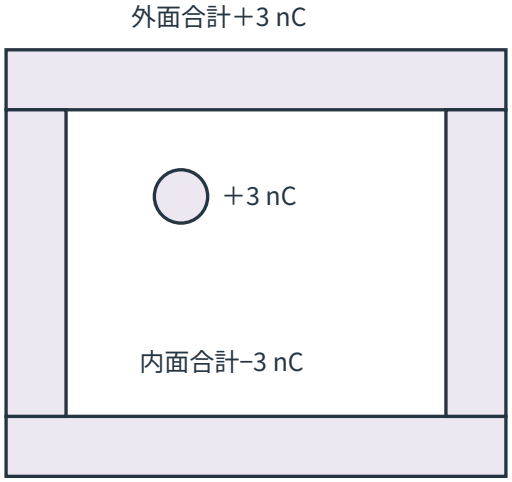

図 12　空洞内に電荷あり：材料中 E=0、空洞内 E は一般に 0 ではない。

この図でも灰色が導体材料、白色が空洞である。内部の正の点電荷は導体殻に接触しておらず、導体殻全体の電荷には含まれない。

正の点電荷が空洞の中にあると、導体材料内部の電場を 0 にするため、空洞を囲む内面に負の電荷が誘導される。

その内面の電荷の**合計**は $-3.0\,\text{nC}$ となる。導体殻そのものは中性であり、外部との電荷交換もないため、外面の電荷の合計は $+3.0\,\text{nC}$ となる。

ここでは、導体材料内部の電場を 0 にするため、空洞内電荷 q に対して内面全体に $-q$ が誘導されるという関係を用いている。内面の一か所にすべての電荷が集まるという意味ではない。

空洞内電荷と内外面の電荷

外部と電荷を交換しない孤立導体殻について、導体殻自体の正味電荷を Q、空洞内の電荷の合計を q とする。

静電平衡では、

$$Q_{\text{inner}} = -q$$

$$Q_{\text{outer}} = Q + q$$

となる。Q_{inner} は内面全体の電荷、Q_{outer} は外面全体の電荷である。

Q は導体殻自身の正味電荷であり、空洞内に置いた電荷 q を含まない。

この関係では、導体殻の正味電荷が内面と外面の合計に等しいことも使っている。

$$Q_{\text{inner}} + Q_{\text{outer}} = Q$$

図の点電荷は中心から外れているため、内面の電荷密度が場所によって異なり得る。しかし、この講で判断するのは内面・外面それぞれの**合計電荷**である。局所的な電荷密度や複雑な電場線の形を図の記号から推測してはいけない。

5.3 空洞内の電場は必ず 0 ではない

空洞の中に点電荷がある場合でも、導体材料内部では静電平衡により電場が 0 である。

しかし、**空洞内の電場は一般に 0 ではない**。空洞に置かれた点電荷と内面に誘導された電荷が電場をつくるためである。

したがって、次の 2 つを明確に区別する必要がある。

領域・条件	静電平衡での電場
導体材料内部	0
閉じた空洞・内部電荷なし	0
閉じた空洞・内部電荷あり	一般に 0 ではない
導体の外部	0 とは限らない

空洞内に電荷がある場合、空洞内の電位も一般には位置によって変わる。空洞内に電荷がない場合の「空洞全域が導体と同電位」という結論を、そのまま当てはめてはいけない。

孤立した殻と接地された殻

孤立した導体殻では、導体殻自身の正味電荷 Q は保存される。

しかし、接地すると導体殻と大地との間で電子が移動できる。したがって、接地後も孤立時の Q が保存されると仮定して、同じ外面電荷の式を無条件に使用してはいけない。

6. 孤立導体球の電場と電位

ここまで、静電平衡の導体材料内部では電場が 0 になることを学んだ。次は、導体内部の電場と電位を、具体的な数値で比較する。

球形の導体が孤立し、周囲にほかの帯電体や外部電場がなく、静電平衡にある場合を考える。球の半径を R、球自身の正味電荷を Q、静電気力に関する比例定数を k とする。

無限遠の電位を $0\,\mathrm{V}$ とすると、球内部の電位は表面と等しく、

$$V_{\mathrm{inside}} = V_{\mathrm{surface}} = \frac{kQ}{R}$$

となる。

一方、球内部の電場は 0 であり、表面のすぐ外側の電場の大きさは

$$E_{\mathrm{surface}} = \frac{k\,|\,Q\,|}{R^2}$$

である。Q が正なら表面の外向き、負なら表面の内向きである。

これらの球の式は、球対称でほかの外部電場源がない条件によって成り立つ。任意の形の導体や、近くに帯電体がある導体へそのまま適用することはできない。

例題 1

真空中に、半径 $R = 0.10\,\mathrm{m}$、正味電荷 $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ の孤立した金属球がある。球は静電平衡にあり、ほかの外部電場源は存在しない。無限遠の電位を $0\,\mathrm{V}$ とし、

$$k = 9.0 \times 10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$$

とする。

例題 1(1) 球の材料内部の電場の大きさを求めよ。

例題 1(2) 球内部の点 P と表面の点 A の電位を求めよ。

例題 1(3) 球表面のすぐ外側の電場の大きさと向きを求めよ。

例題 1(4) この球の材料内部に新たに 2 点 B, C を選ぶ。電荷 $q_0 = +3.0\,\mathrm{nC}$ を、電位差を調べるための試験電荷として B から C へ移動させるとき、静電気力のする仕事を求めよ。試験電荷が元の電場や電荷分布を変える影響は無視する。

解答・解説

まず、点 P は球内部の観測点、点 A は球表面の観測点である。これらの点は、新たな源電荷を表していない。

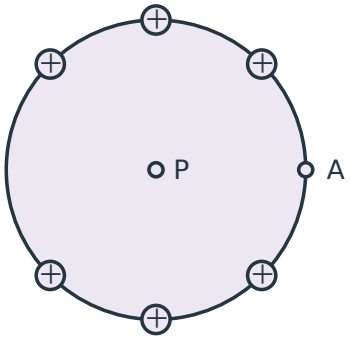

図 13　内部 E=0 と電位 V=0 は別。孤立した正帯電球の電位は正。

図の「＋」は金属球の表面にある余剰の正電荷を模式的に表し、点 P, A に電荷が置かれていることを意味しない。球の正味電荷が $+2.0\,\mathrm{nC}$ であることは問題文から与えられている。

例題 1(1) 静電平衡にある導体材料内部では、自由電子が移動し続ける原因となる電場が残らない。したがって、点 P を含む球内部の電場の大きさは

$$E_P = 0\,\mathrm{N/C}$$

である。

例題 1(2) 球内部と表面は等電位である。無限遠の電位を 0 とした孤立球の式を使い、$Q = +2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C}$ を代入する。

$$\begin{aligned} V_P = V_A &= \frac{kQ}{R} \\ &= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(+2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{0.10\,\mathrm{m}} \\ &= +1.8\times10^{2}\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

よって、$V_P = V_A = +180\,\mathrm{V}$ である。内部の電場が 0 であっても、共通の電位は 0 とは限らない。

例題 1(3) 求めるのは導体材料内部ではなく、球表面の**すぐ外側**の電場である。球の正味電荷の大きさを使うと、

$$\begin{aligned} E_{\text{surface}} &= \frac{k\,|\,Q\,|}{R^2} \\ &= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.10\,\mathrm{m})^2} \\ &= 1.8\times10^{3}\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

となる。球は正に帯電しているため、電場の向きは表面に垂直で、球の中心から遠ざかる外向きである。

例題 1(4) 点 B, C はどちらも同じ導体の材料内部にあるため、$V_B = V_C$ である。電荷 q_0 に静電気力がする仕事を W とすると、

$$\begin{aligned} W &= q_0(V_B - V_C) \\ &= (+3.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})(0\,\mathrm{V}) \\ &= 0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。電位差が 0 なので、移動する電荷が正であっても静電気力の仕事は 0 である。

仕事は電位差から判断する

静電気力が電荷 q にする仕事は、始点と終点の電位を $V_{\text{start}}, V_{\text{end}}$ とすると、

$$W = q(V_{\text{start}} - V_{\text{end}})$$

である。導体が接地されていなくても、同一の静電平衡導体材料内の 2 点では電位差が 0 となるため、静電気力の仕事は 0 となる。

7. 空洞内の電荷と導体殻自身の電荷を分けて計算する

空洞内に電荷がある導体殻では、空洞内の電荷と、導体殻そのものが持つ電荷を分けて考える必要がある。

内面の電荷は空洞内電荷によって決まり、外面の合計電荷は導体殻全体の正味電荷とのつり合いから求められる。

例題 2

完全に閉じた空洞を持つ導体殻が孤立しており、導体殻自身の正味電荷は $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ である。空洞の中心から外れた位置に、点電荷 $q = -4.0\,\mathrm{nC}$ を導体に接触させずに固定した。全体は静電平衡に達している。

例題 2(1) 導体殻の内面の電荷の合計を求めよ。

例題 2(2) 導体殻の外面の電荷の合計を求めよ。

例題 2(3) 導体材料内部と空洞内の電場について、それぞれ何がいえるか説明せよ。

例題 2(4) この導体殻を接地した場合、接地前の $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ を保存量として外面電荷をそのまま計算してよいか、理由とともに答えよ。

解答・解説

空洞内の電荷 q と、導体殻自身の電荷 Q は異なる対象の電荷である。導体殻の正味電荷 Q に空洞内の点電荷は含まれない。

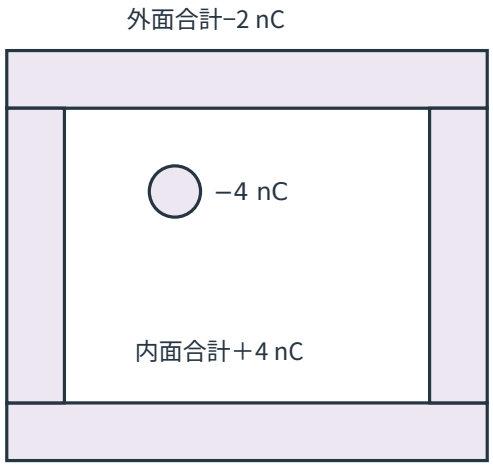

図 14　孤立殻 Q=＋2 nC、内部 q=−4 nC。内面＋4、外面−2 nC。

灰色の部分は導体材料、白い部分は空洞である。点電荷は中心から外れた位置にあり、図の内面・外面の表示はそれぞれの面全体の電荷の合計を示している。

例題 2(1) 静電平衡では導体材料内部の電場が 0 になる。そのため、空洞内の電荷と内面全体の電荷は、大きさが等しく符号が反対になる。

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{inner}} &= -q \\ &= -(-4.0\,\mathrm{nC}) \\ &= +4.0\,\mathrm{nC} \end{aligned}$$

したがって、内面の合計電荷は $+4.0\,\mathrm{nC}$ である。空洞内の負電荷によって電子が内面から遠ざかり、内面が電子不足になると考えられる。

例題 2(2) 導体殻は孤立しており、導体殻自身の正味電荷 $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ が保存される。内面と外面の合計が Q であることから、

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{outer}} &= Q - Q_{\mathrm{inner}} \\ &= (+2.0\,\mathrm{nC}) - (+4.0\,\mathrm{nC}) \\ &= -2.0\,\mathrm{nC} \end{aligned}$$

となる。よって、外面の合計電荷は $-2.0\,\mathrm{nC}$ である。

確かめると、

$$(+4.0\,\mathrm{nC}) + (-2.0\,\mathrm{nC}) = +2.0\,\mathrm{nC}$$

となり、導体殻自身の正味電荷と一致する。

例題 2(3) 導体材料内部は静電平衡であるから、電場は 0 である。

しかし、空洞の中には $-4.0\,\mathrm{nC}$ の点電荷があるため、空洞内の電場は一般に 0 ではない。空洞内の電位も一般には場所によって異なる。導体材料の電場が 0 であることを、空洞内の電場も 0 という結論へ広げてはいけない。

例題 2(4) 接地すると大地と導体殻の間で電子が移動できるため、導体殻の正味電荷は接地前の $+2.0\,\mathrm{nC}$ から変わる可能性がある。

したがって、**接地前の Q が保存されるとして同じ式へ代入してはいけない**。接地後の外面電荷を求めるには、接地後の条件を改めて考える必要がある。

8. 操作順序から最終電荷を判断する

誘導帯電の問題では、図を暗記するだけでは条件の変化に対応できない。どの時点で電子が移動できるのかを追うことが重要である。

例題 3

初め中性の金属球が、絶縁された支持台の上に置かれている。負に帯電した棒を金属球へ近づけ、接触させずに保持する。

例題 3(1) 棒を近づけた直後に静電平衡へ達したとき、金属球の棒に近い側と遠い側の電荷の符号、および金属球全体の正味電荷を答えよ。

例題 3(2) 棒を保持して金属球を接地し、静電平衡に達した後、棒を保持したまま先に接地を切る。その後、棒を十分遠ざけると、金属球は正・負・中性のどれになるか答えよ。

例題 3(3) 接地した後、接地線をつないだまま先に棒を十分遠ざけ、静電平衡に達してから接地を切ると、最終的な金属球はどうなるか答えよ。

©ミライコーチング

解答・解説

例題 3(1) 負の帯電体は自由電子を反発するので、電子は棒から遠い側へ移る。近い側は電子不足で正、遠い側は電子過剰で負となる。金属球と外部との電荷の交換はないため、金属球全体の正味電荷は 0 である。

例題 3(2) 負の棒を保持して接地すると、自由電子は金属球から大地へ出る。その後、棒を保持したまま接地を先に切るので、失われた電子は戻れない。

したがって、棒を遠ざけても電子不足が残り、金属球は**正に帯電**する。

例題 3(3) 接地線をつないだまま負の棒を遠ざけると、棒による反発がなくなり、電子が大地から金属球へ戻る。ほかの外部電場源がなければ、金属球は中性の静電平衡に達する。

その後に接地を切っても中性を保つため、最終的な金属球は**中性**である。

演習問題

演習 1

初め中性の金属球を絶縁された支持台に置き、正に帯電した棒を金属球の左側から近づける。棒と金属球は接触せず、初め金属球は接地されていない。

演習 1(1) 金属球が静電平衡に達したとき、棒に近い側と遠い側の電荷の符号を答えよ。また、金属球全体の正味電荷を答えよ。

演習 1(2) 棒を保持したまま金属球を接地すると、電子は大地から金属球へ移動するか、金属球から大地へ移動するか答えよ。

演習 1(3) 接地した後、棒を保持したまま接地だけを先に切り、最後に棒を遠ざける。最終的な金属球はどの符号に帯電するか答えよ。

演習 1(4) 演習 1(3)とは逆に、接地を保ったまま先に棒を遠ざけ、ほかの外部電場源がない状態で十分待ってから接地を切る。最終的な金属球の正味電荷はどうなるか、電子の移動も含めて説明せよ。

対応解説：巻末「演習 1 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 2

初め中性の孤立金属球に、負に帯電した棒を近づける。棒と金属球は接触しない。接地した場合は十分待って静電平衡に達するものとし、最後には棒を遠ざけ、ほかの外部電場源は存在しないとする。

演習 2(1) 棒を近づけただけで金属球の近い側が正になる理由を、金属内で移動する粒子を明示して説明せよ。

演習 2(2) 負の棒を保持したまま接地すると、金属球の電位と正味電荷について、それぞれ何がいえるか答えよ。大地の電位を $0\,\mathrm{V}$ とする。

演習 2(3) 棒を保持したまま接地を先に切った場合と、接地を保ったまま棒を先に遠ざけた場合について、最終的な金属球の帯電状態をそれぞれ答えよ。

演習 2(4) 帯電体と接触させずに金属球を帯電させた操作と、帯電した物体に直接接触させて電荷を受け渡す操作は、電荷の受け渡し先がどのように異なるか説明せよ。

対応解説：巻末「演習 2 の解答・解説」を参照。

演習 3

真空中に半径 $R = 0.20\,\mathrm{m}$、正味電荷 $Q = -4.0\,\mathrm{nC}$ の孤立した導体球がある。球は静電平衡であり、ほかの外部電場源は存在しない。無限遠の電位を $0\,\mathrm{V}$ とする。

比例定数は

$$k = 9.0 \times 10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2}$$

とする。

演習 3(1) 導体球の材料内部の電場の大きさを求めよ。

演習 3(2) 導体球の材料内部の電位を求めよ。

演習 3(3) 導体球の表面のすぐ外側の電場の大きさと向きを求めよ。

演習 3(4) 球の材料内部に 2 点 A, B を選び、$+3.0\,\mathrm{nC}$ の試験電荷を A から B へ移す。試験電荷による元の電荷分布への影響を無視するとき、静電気力のする仕事を求めよ。

対応解説：巻末「演習 3 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 4

完全に閉じた空洞を持つ導体殻が、外部の正の帯電体による静電場の中に置かれている。殻は静電平衡にあり、空洞内には電荷が置かれていない。空洞は奥行き方向にも完全に閉じている。

演習 4(1) 導体材料内部の電場と空洞内の電場について、それぞれ何がいえるか答えよ。

演習 4(2) 空洞内の電位が場所によって変わるかどうか答えよ。また、その電位が必ず 0 V になるか説明せよ。

演習 4(3) 外部に帯電体がある場合、導体殻の外側の空間の電場も必ず 0 になるか答えよ。

演習 4(4) 空洞内に新たに点電荷を置いた場合、演習 4(1)で考えた空洞内の電場について同じ結論が使えるか、理由を説明せよ。

対応解説：巻末「演習 4 の解答・解説」を参照。

演習 5

完全に閉じた空洞を持つ導体殻が孤立しており、導体殻自身の正味電荷は $Q = -1.0\,\mathrm{nC}$ である。空洞の中心から外れた位置に、点電荷 $q = +5.0\,\mathrm{nC}$ を導体材料と接触しないように置き、静電平衡に達した。

演習 5(1) 導体殻の内面全体の電荷を求めよ。

演習 5(2) 導体殻の外面全体の電荷を求めよ。

演習 5(3) 求めた内面と外面の電荷の和が、導体殻自身の正味電荷と一致することを確かめよ。また、空洞内の点電荷が Q に含まれるか答えよ。

演習 5(4) 点電荷が空洞の中心から外れているとき、内面の各場所の電荷密度が一様であると断定してよいか答えよ。また、導体材料内部と空洞内の電場についてそれぞれ説明せよ。

演習 5(5) この導体殻を接地した場合、接地前と同じ $Q = -1.0\,\mathrm{nC}$ が保存されると仮定して外面電荷を計算してよいか、理由とともに答えよ。

対応解説：巻末「演習 5 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1) 正の帯電体は金属球の自由電子を引きつける。したがって、近い側は電子過剰で負、遠い側は電子不足で正になる。

しかし、金属球は孤立しており、帯電体とも接触していないので、外部との電子の交換はない。
よって、金属球全体の正味電荷は 0 C である。

演習 1(2) 正の棒を保持したまま接地すると、自由電子は正の棒に引きつけられて、**大地から金属球へ**移動する。

接地によって金属球は大地と同電位になるが、電子が流れ込むため、金属球の正味電荷は負になり得る。

演習 1(3) 正の棒を保持して接地を切った時点で、金属球は余分な電子を持ったまま孤立する。この後、正の棒を遠ざけても電子が大地へ戻る経路はない。

したがって、金属球は最終的に**負に帯電**する。ほかの外部電場源がなければ、孤立球の表面電荷分布は対称となる。

演習 1(4) 接地を保ったまま正の棒を遠ざけると、棒に引きつけられていた余分な電子が金属球から大地へ戻る。十分待つと、ほかの外部電場源がないため金属球は中性となる。

その後に接地を切っても、金属球の正味電荷は 0 C のままである。接地を先に切る演習 1(3)とは結果が異なる。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1) 負の帯電体は金属中の自由電子を反発する。自由電子は棒から遠い側へ移動し、近い側では電子が不足するので正に帯電する。

金属内部で正のイオンが近い側へ移動したわけではない。また、外部への電子の出入りはないため、金属球全体の正味電荷は 0 である。

演習 2(2) 接地中の静電平衡では、金属球の電位は大地と等しくなり、

$$V = 0\,\mathrm{V}$$

となる。

一方、負の棒によって自由電子が金属球から大地へ押し出されるため、金属球は正の正味電荷を持ち得る。**電位が 0 でも正味電荷が 0 とは限らない**。

演習 2(3) 棒を保持したまま接地を先に切った場合は、金属球から出ていった電子が戻れない。その後に棒を遠ざけると、金属球は**正に帯電**したままになる。

反対に、接地を保ったまま負の棒を先に遠ざけると、大地から金属球へ電子が戻る。ほかに外部電場源がないので、十分待った後に接地を切れば、金属球は**中性**となる。

演習 2(4) 接地を利用した誘導帯電では、帯電体と金属球は接触しておらず、金属球と大地の間で電子が移動する。

これに対し、接触帯電では、直接接触した物体同士の間で電荷が受け渡される。したがって、帯電体との接触を必要とするかどうかと、どの物体との間で電荷が受け渡されるかが異なる。

©ミライコーチング

演習 3 の解答・解説

演習 3(1) 導体球は静電平衡にあるので、材料内部の電場は 0 である。球が負に帯電していてもこの結論は変わらない。

$$E_{\text{inside}} = 0\,\text{N/C}$$

演習 3(2) 導体球は孤立した球形で、ほかの外部電場源がない。無限遠の電位を 0 とした球の内部電位は

$$V_{\text{inside}} = \frac{kQ}{R}$$

である。$Q = -4.0 \times 10^{-9}\,\text{C}$ を代入すると、

$$\begin{aligned} V_{\text{inside}} &= \frac{(9.0 \times 10^{9}\,\text{N m}^2/\text{C}^2)(-4.0 \times 10^{-9}\,\text{C})}{0.20\,\text{m}} \\ &= -1.8 \times 10^{2}\,\text{V} \end{aligned}$$

となる。よって、球内部の電位は $-180\,\text{V}$ である。電場が 0 でも電位が 0 とは限らないことが、この数値からも分かる。

演習 3(3) 球表面のすぐ外側の電場の大きさは、正味電荷の絶対値を使って求める。

$$\begin{aligned} E_{\text{surface}} &= \frac{k\,|\,Q\,|}{R^2} \\ &= \frac{(9.0 \times 10^{9}\,\text{N m}^2/\text{C}^2)(4.0 \times 10^{-9}\,\text{C})}{(0.20\,\text{m})^2} \\ &= 9.0 \times 10^{2}\,\text{N/C} \end{aligned}$$

したがって、大きさは $900\,\text{N/C}$ である。球は負に帯電しているため、向きは表面に垂直で、球の中心へ向かう**内向き**となる。

演習 3(4) 点 A, B はどちらも同じ導体の材料内部にあるので、電位は等しい。したがって、$V_A - V_B = 0\,\text{V}$ である。

電荷を $q_0 = +3.0\,\text{nC}$ とすると、静電気力の仕事は

$$\begin{aligned} W &= q_0(V_A - V_B) \\ &= (+3.0 \times 10^{-9}\,\text{C})(0\,\text{V}) \\ &= 0\,\text{J} \end{aligned}$$

となる。球が負に帯電していることは、同じ導体材料内部の 2 点間の電位差が 0 であることを変えない。

演習 4 の解答・解説

演習 4(1) 導体材料内部は静電平衡にあるため、電場は 0 である。

また、完全に閉じた空洞の中に電荷がないので、静電遮蔽によって空洞内の電場も 0 となる。

$$\vec{E}_{\mathrm{metal}} = \vec{0}, \qquad \vec{E}_{\mathrm{cavity}} = \vec{0}$$

ここで、$\vec{E}_{\mathrm{metal}}$ は導体材料内部の電場、$\vec{E}_{\mathrm{cavity}}$ は空洞内の電場である。

演習 4(2) 空洞内の電場は 0 なので、空洞内のどの 2 点間にも電位差は生じない。したがって、空洞全域の電位は一様で、周囲の導体材料と同じ値になる。

しかし、この値が必ず 0 V になるとは限らない。例えば、導体殻が接地されていなければ、大地を基準とした導体の電位が 0 でない場合がある。

演習 4(3) 導体殻の外側には帯電体が存在し、その電荷や導体表面の誘導電荷が電場をつくることがある。

したがって、静電遮蔽によって空洞内の電場が 0 になっても、**外部空間の電場が必ず 0 になるわけではない**。

演習 4(4) 空洞内に点電荷を置くと、その電荷によって空洞内に電場が生じ、内面にも電荷が誘導される。

そのため、空洞内の電場は一般に 0 ではなくなる。一方、静電平衡に達した導体材料内部の電場は引き続き 0 である。

したがって、空洞内電荷がない場合の結論を、空洞内に電荷がある場合へそのまま適用することはできない。

©ミライコーチング

演習 5 の解答・解説

演習 5(1) 空洞内にある点電荷は $q = +5.0\,\mathrm{nC}$ である。

静電平衡では導体材料内部の電場を 0 にするため、内面全体に空洞内電荷と反対符号の電荷が誘導される。

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{inner}} &= -q \\ &= -(+5.0\,\mathrm{nC}) \\ &= -5.0\,\mathrm{nC} \end{aligned}$$

したがって、内面の電荷の合計は $-5.0\,\mathrm{nC}$ である。

演習 5(2) 導体殻は孤立しており、導体殻自身の正味電荷は $Q = -1.0\,\mathrm{nC}$ に保たれる。

外面の電荷の合計は、導体殻全体の電荷から内面の電荷を引けばよい。

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{outer}} &= Q - Q_{\mathrm{inner}} \\ &= (-1.0\,\mathrm{nC}) - (-5.0\,\mathrm{nC}) \\ &= +4.0\,\mathrm{nC} \end{aligned}$$

よって、外面の合計電荷は $+4.0\,\mathrm{nC}$ である。

演習 5(3) 内面と外面の電荷を足すと、

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{inner}} + Q_{\mathrm{outer}} &= (-5.0\,\mathrm{nC}) + (+4.0\,\mathrm{nC}) \\ &= -1.0\,\mathrm{nC} \end{aligned}$$

となる。これは導体殻自身の正味電荷 $Q = -1.0\,\mathrm{nC}$ と一致する。

空洞内の点電荷 $q = +5.0\,\mathrm{nC}$ は導体殻に接触しておらず、導体殻自身の電荷 Q には含まれない。空洞内の点電荷まで足したものを導体殻自身の正味電荷と呼んではいけない。

演習 5(4) 点電荷は空洞の中心から外れているので、内面の各場所の電荷密度が一様であるとは断定できない。内面全体の合計が $-5.0\,\mathrm{nC}$ であることと、各場所で同じ密度であることは別である。

導体材料内部の電場は静電平衡によって 0 である。一方、空洞内には $+5.0\,\mathrm{nC}$ の点電荷があるため、空洞内の電場は一般に 0 ではない。空洞内の電位も一般には場所によって変わる。

演習 5(5) 接地した場合、導体殻と大地の間で電子が移動できるため、導体殻自身の正味電荷が接地前の $Q = -1.0\,\mathrm{nC}$ に保たれるとは限らない。

そのため、接地前の Q が保存されるとして

$$Q_{\mathrm{outer}} = Q + q$$

へそのまま代入してはいけない。この式はその時点の導体殻自身の正味電荷 Q を用いる関係であり、接地前後で同じ Q を使えるという意味ではない。接地後の電荷分布を求める場合は、接地後の条件を別に考える必要がある。