第 104 講 磁場中の荷電粒子の運動

この講でできるようになること

- 磁場による力が円運動の向心力として働くことを説明できる。
- 荷電粒子の円軌道の半径と周期を、条件を確かめて求められる。
- 電荷や磁場の向きから回転方向を判断し、条件を変えたときの軌道を比較できる。
- 円運動の移動距離・変位・時間を区別し、磁力の仕事と加速度の関係を説明できる。
- 磁場に斜めに入る場合や磁力が働かない場合の運動を、速度成分から判断できる。

1. 磁場の中で粒子はどう動くか

電気を帯びた小さな粒子を、**荷電粒子**という。荷電粒子が磁場の中を運動すると、進む向きが曲がることがある。

例えば、紙面の奥向きに磁場がある場所へ正の電荷を持つ粒子を右向きに入れると、粒子は上向きの磁力を受ける。進む方向が少しずつ変化し、条件がそろえば円軌道を描く。

では、なぜ円運動になるのだろうか。また、円の大きさや 1 周にかかる時間は何で決まるのだろうか。

この講では、第 103 講の磁力と第 038 講の向心力を結び付けて考える。

この講で考える条件

まず、次のような理想化した運動を扱う。

- 磁場は一様で、場所によらず大きさと向きが同じであり、時間によっても変化しない。
- 必要な運動時間と軌道全体にわたって磁場が存在する。
- 電場、重力、空気抵抗など、磁力以外の力を無視できる。
- 粒子の速さは光速に比べて十分小さく、通常の運動方程式が使える。

最初は、粒子の初速度が磁場に垂直である場合を考える。

使用する記号は次のとおりである。

記号	意味	単位
m	粒子の質量	kg
q	粒子の符号付き電荷	C
v	粒子の速さ	m/s
B	磁束密度の大きさ	T
F	磁力の大きさ	N
r	円軌道の半径	m
T	1 周にかかる時間（周期）	s

電荷qは正にも負にもなる。力や半径などの大きさを計算するときは、電荷の大きさ$|q|$を使う。

2. 磁力が向心力になる

速度と磁力の向き

第 103 講では、運動する荷電粒子に働く磁力を学んだ。

磁場と速度が垂直なとき、磁力の大きさは

$$F = |q|vB$$

である。

磁力は、その瞬間の速度と磁場の両方に垂直な方向に働く。

粒子が進む向きが変わると、磁力の向きも変わる。一様な磁場に垂直な平面内では、磁力は常に速度に垂直になり、円運動の中心を向く。

一方、第 038 講では、速さvで半径rの等速円運動をする質量mの物体について、中心向きの合力の大きさが

$$F_{\text{中心}} = \frac{mv^2}{r}$$

となることを学んだ。

ここで重要なのは、**向心力とは円運動に必要な中心向きの合力の呼び名であり、独立した新しい種類の力ではない**という点である。

今回の条件では、磁力そのものが中心向きの合力になっている。

したがって、磁力にさらに向心力を足すのではなく、同じ力を二つの式で表す。

磁力と向心力の対応

磁場に垂直に運動する荷電粒子について、磁力以外の力を無視できるとき、

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}$$

が成立する。

左辺は磁力の大きさ、右辺は円運動に必要な中心向きの合力の大きさを表す。両辺は別々の力ではなく、同じ力である。

円軌道での速度と力

次の図では、磁場Bは紙面の奥向きである。記号⊗は紙面の奥へ向かう向き、⊙は紙面の手前へ向かう向きを表す。

左側では正電荷が円の右端を上向きに通過し、右側では負電荷が円の右端を下向きに通過している。どちらも磁力Fは円の中心Oを向く。

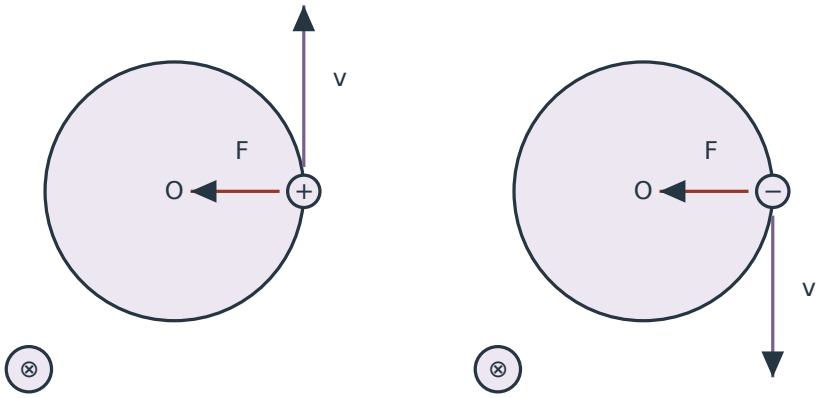


図 1　円周は軌道のガイド。B は紙面奥。正電荷は反時計回り、負電荷は時計回り。

図の大きな灰色の円は、円周だけが粒子の軌道を示すガイドである。灰色の円板が物体や磁場の存在範囲を表しているわけではない。小さい＋または−の円が粒子であり、下の⊗は磁場の向きを示す記号である。

円の右端では、速度vは円への接線方向を向き、磁力Fは中心Oを向く。この二つは垂直である。

また、この図は**正負それぞれの円軌道の右端での様子を比べた図**である。正電荷の速度は上、負電荷の速度は下であり、両者の初速度を同じにして比較した図ではない。

初期位置と初速度を同じにそろえた場合の比較は、後で考える。

3. 円軌道の半径を求める

磁力と中心向きの合力を対応させた式から、半径rを求めよう。

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}$$

両辺にrを掛けると、

$$|q|vBr = mv^2$$

となる。

速さ$v > 0$として、両辺を$|q|vB$で割る。

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

磁場中の円軌道の半径

一様な磁場に垂直に運動する荷電粒子が、磁力だけを受けて円運動するとき、

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

である。

この式は、$m > 0$、$v > 0$、$|q| > 0$、$B > 0$であり、他の力を無視できる場合に用いる。

半径rは正の長さである。電荷の符号は半径の正負を表すものではない。

式から、他の条件を変えずに一つの量だけを変えたときの関係が読み取れる。

- 質量mが大きいほど、半径は大きい。
- 速さvが大きいほど、半径は大きい。
- 電荷の大きさ$|q|$が大きいほど、半径は小さい。
- 磁束密度の大きさBが大きいほど、半径は小さい。

これらは、比較する量以外を同じに保つ場合の関係である。

例えば、速さだけを 2 倍にすると磁力も 2 倍になるが、半径も 2 倍になる。磁力が大きくなることだけを見て、円が必ず小さくなると判断してはいけない。

4. 円運動の周期を求める

円運動では、半径とともに**周期**Tも重要である。周期とは、粒子が円を 1 周するのにかかる時間をいう。

円周の長さは$2\pi r$である。速さが一定なので、

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

が成り立つ。

半径の式を代入すると、

$$T = \frac{2\pi}{v} \times \frac{mv}{|q|B}$$

$$= \frac{2\pi m}{|q|B}$$

となる。

磁場中の円運動の周期

一様な磁場に垂直に運動する荷電粒子が、磁力だけを受けて円運動するとき、

$$T = \frac{2\pi m}{|\,q\,|\,B}$$

である。

この式は、実際に円運動が存在する場合に使う。

同じm、$|\,q\,|$、Bで比較すると、非相対論的な範囲では周期Tは速さvに依存しない。

速さが大きくなると、円周の長さも大きくなる。その増え方が速さの増え方と同じなので、1 周にかかる時間は変わらない。

1 秒間の周回数を表す振動数fを使う場合は、$f = \frac{1}{T}$である。

半径と周期を比較する

変更する条件	半径r	周期T
速さだけ 2 倍	2 倍	変わらない
質量だけ 2 倍	2 倍	2 倍
磁束密度の大きさだけ 2 倍	1/2 倍	1/2 倍
電荷の大きさだけ 2 倍	1/2 倍	1/2 倍
電荷の符号だけ反転	変わらない	変わらない

各行では、変更する条件以外は固定している。最後の行では、電荷の大きさを変えず、正負だけを反転させる。

周期が速さに依存しないという結果も、質量・電荷の大きさ・磁束密度の大きさを固定した条件付きの関係である。

5. 電荷の符号と回転方向

半径や周期の式には$|\,q\,|$が使われるが、回転する向きは電荷の符号によって決まる。

磁場が紙面の奥向き⊗である場合、

- 正電荷は反時計回りに回転する。
- 負電荷は時計回りに回転する。

磁場の向きだけを反転させても、回転方向は逆になる。電荷の符号と磁場の向きを同時に反転させた場合は、同じ初速度に対する磁力の向きは元と同じである。

同じ初期条件で比較すると

紙面奥向きの磁場の中で、同じ位置から同じ速さで右向きに進み始める二つの粒子を考える。質量と電荷の大きさも等しく、違うのは電荷の符号だけとする。

このとき、正電荷の磁力は上向き、負電荷の磁力は下向きである。

したがって、初期位置から見た円の中心は、

- 正電荷では上側
- 負電荷では下側

となる。

中心までの距離はいずれもrである。

先ほどの円軌道の図では、それぞれの円の右端にある粒子を比較したため、速度が上下逆になっていた。**同じ円周上の位置での比較と、同じ初期位置・初速度での比較は区別する必要がある。**

軌道の中心を決める方法

初期位置での磁力の向きを求め、その向きに半径rだけ進んだところが円軌道の中心となる。

電荷の符号を変えても半径の大きさは変わらないが、磁力の向きが逆になるため、同じ初期位置・初速度なら中心は反対側になる。

6. 例題で円運動を確かめる

例題 1

質量$m = 3.2 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$、電荷$q = +1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$の粒子が、磁束密度の大きさ$B = 0.20\,\mathrm{T}$の一様な磁場に垂直に、速さ$v = 2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}$で入った。

電場、重力など磁力以外の力は無視でき、粒子は磁場中で円運動を続ける。磁場は紙面の奥向きとする。

- 例題 1(1) 粒子に働く磁力の大きさを求めよ。
- 例題 1(2) 円軌道の半径rを求めよ。
- 例題 1(3) 円運動の加速度の大きさaを求めよ。
- 例題 1(4) 周期Tを求めよ。
- 例題 1(5) 回転方向と、円の右端での速度・磁力の向きを答えよ。

解答・解説

例題 1(1)

磁場と速度が垂直なので、

$$F = |\,q\,|\,vB$$

を使う。

$$\begin{aligned} F &= (1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 6.4 \times 10^{-15}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

答えは$6.4 \times 10^{-15}\,\mathrm{N}$である。

例題 1(2)

磁力が中心向きの合力になるので、

$$r = \frac{mv}{|\,q\,|\,B}$$

を使う。

$$\begin{aligned} r &= \frac{(3.2\times10^{-27}\,\mathrm{kg})(2.0\times10^{5}\,\mathrm{m/s})}{(1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\ &= 0.020\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

答えは$0.020\,\mathrm{m}$である。

例題 1(3)

円運動の加速度は中心向きであり、その大きさは

$$a = \frac{v^2}{r}$$

である。

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2.0\times10^{5}\,\mathrm{m/s})^2}{0.020\,\mathrm{m}} \\ &= 2.0\times10^{12}\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

答えは$2.0\times10^{12}\,\mathrm{m/s^2}$である。

例題 1(4)

周期の式を用いる。

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi m}{|\,q\,|\,B} \\ &= \frac{2\pi(3.2\times10^{-27}\,\mathrm{kg})}{(1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\ &= 2\pi\times10^{-7}\,\mathrm{s} \\ &\approx 6.28\times10^{-7}\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

答えは$2\pi\times10^{-7}\,\mathrm{s}$、約$6.28\times10^{-7}\,\mathrm{s}$である。

例題 1(5)

磁場は紙面奥向き⊗であり、粒子は正電荷なので反時計回りとなる。

円の右端では速度は上向き、磁力は中心に向かう左向きである。

円運動の向きは、電荷の符号と磁場の向きから判断する。

例題 2

例題 1 と同じ質量・磁場・速さの粒子について、電荷だけを$q = -1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$に変更する。

- 例題 2(1) 半径と周期が変わるか答えよ。
- 例題 2(2) 磁場が紙面奥向きのときの回転方向と、円の右端での速度の向きを答えよ。
- 例題 2(3) 正負の粒子を同じ位置から右向きに出発させたとき、円の中心がどちら側にあるかをそれぞれ答えよ。

解答・解説

例題 2(1)

電荷の符号だけを変えても$|\,q\,|$は変わらない。

したがって、半径と周期は例題 1 と同じである。

$$r = 0.020\,\mathrm{m}$$

$$T = 2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

例題 2(2)

負電荷なので、紙面奥向きの磁場では時計回りである。

円の右端では速度は下向きとなる。磁力は中心へ向かう左向きである。

例題 2(3)

同じ初期位置から右向きに進む場合、正電荷には上向き、負電荷には下向きの磁力が働く。

したがって、正電荷の中心は初期位置の上側、負電荷の中心は下側である。

例題 2(2)はそれぞれの円の右端での比較であり、例題 2(3)は初期速度を同じにした比較である。

7. 磁力は速さを変えるか

磁場中の粒子には磁力が働く。それなのに、ここまでの円運動では速さvを一定として扱った。

これは、**磁力が常にその瞬間の速度に垂直だから**である。

力が速度に垂直であるとき、その力が粒子にする仕事は 0 である。磁力だけが働く場合、運動エネルギーは変化しない。

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

質量が一定で運動エネルギーが変わらないので、速さvも一定である。

ただし、速度は大きさと向きを持つ量である。速さが一定でも、向きが変化すれば速度は変化している。

したがって、円運動では加速度は 0 ではない。

仕事が 0 でも加速度は 0 とは限らない

磁力だけが働く円運動では、

- 磁力の仕事は 0
- 運動エネルギーは一定
- 速さは一定
- 速度の向きは変化する
- 中心向きの加速度は 0 ではない

という関係が同時に成立する。

「仕事が 0 だから力も加速度も 0」と考えてはいけない。

第 087 講で学んだ電場による力は、粒子の進行方向に成分を持つ場合、仕事をして速さを変え得る。一方、この講で扱う磁力は速さを変えず、進行方向を曲げる働きをする。

半周と 1 周の移動

円運動では、移動距離と変位も区別する必要がある。

移動距離は実際に通った軌道の長さ、**変位**は始点から終点への向きのある位置の変化である。

半径rの円軌道について整理すると、次のようになる。

運動した区間	かかった時間	移動距離	変位の大きさ
半周	$\frac{T}{2}$	πr	$2r$
1 周	T	$2\pi r$	0

半周では始点と終点が直径の両端にあるため、変位の大きさは$2r$となる。1 周すると元の位置に戻るので、移動距離は 0 でないが変位は 0 である。

例題 3

例題 1 の粒子が円軌道を半周する場合を考える。半径は$r = 0.020\,\mathrm{m}$、周期は$T = 2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$である。

- 例題 3(1) 半周にかかる時間を求めよ。
- 例題 3(2) 半周の移動距離を求めよ。
- 例題 3(3) 半周の変位の大きさを求めよ。
- 例題 3(4) 半周の間に磁力が粒子にする仕事を求め、理由を説明せよ。

解答・解説

例題 3(1)

半周は 1 周の半分なので、

$$
\begin{aligned}
t &= \frac{T}{2} \\
&= \frac{2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}}{2} \\
&= \pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

である。

例題 3(2)

半周の道のりは円周の半分なので、

$$\begin{aligned} s &= \pi r \\ &= \pi(0.020\,\mathrm{m}) \\ &= 0.020\pi\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

例題 3(3)

半周すると直径の反対側へ移るため、

$$\begin{aligned} |\,\Delta\vec{r}\,| &= 2r \\ &= 2(0.020\,\mathrm{m}) \\ &= 0.040\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。ここで$\Delta\vec{r}$は変位を表す。

例題 3(4)

磁力は各瞬間の速度に垂直であり、仕事をしない。

したがって、磁力の仕事は0 Jである。

半周して変位が生じても、磁力が仕事をしたことにはならない。

8. 条件を変えたときの軌道を考える

半径と周期の式を使うと、粒子や磁場の条件を変えたときの運動を予測できる。

例えば、例題 1 の条件で速さだけを 2 倍にすると、

$$v' = 4.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}$$

となる。新しい半径は

$$r' = 2r = 0.040\,\mathrm{m}$$

である。

一方、周期は速さに依存しないため、

$$T' = T = 2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

のままである。

磁力の大きさは速さに比例するので、

$$\begin{aligned} F' &= 2F \\ &= 2\bigl(6.4 \times 10^{-15}\,\mathrm{N}\bigr) \\ &= 1.28 \times 10^{-14}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

同じように、元の条件から**別々に**磁束密度の大きさ、質量、電荷の大きさを 2 倍にした場合を考える。

変更条件	新しい半径	新しい周期
磁束密度の大きさだけ 2 倍	$0.010\,\mathrm{m}$	$\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$
質量だけ 2 倍	$0.040\,\mathrm{m}$	$4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$
電荷の大きさだけ 2 倍	$0.010\,\mathrm{m}$	$\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$

これらは変更を積み重ねた結果ではない。各行では、必ず例題 1 の条件に戻し、一つの量だけを変更している。

条件比較の考え方

半径や周期を比べるときは、最初に「何を変え、何を同じに保つか」を決める。

$$r = \frac{mv}{|q|B}, \qquad T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

半径はm、v、$|q|$、Bに依存するが、周期は同じ条件のもとではvに依存しない。

9. 磁場に斜めに入る場合（補足）

ここまでは初速度が磁場に垂直な場合を考えた。

では、粒子が磁場に対して斜めに入る場合はどうなるのだろうか。

初速度を、磁場に垂直な成分と平行な成分に分けて考える。

速度を二つの成分に分ける

初速度の大きさをv、初速度と磁場の正方向がなす角をθとする。角度は0°から180°までを考える。

磁場に垂直な速度成分の大きさを$v_\perp$、磁場方向を正とした符号付きの平行速度成分を$v_\parallel$と表す。

$$v_\perp = v\sin\theta$$

$$v_\parallel = v\cos\theta$$

ここで$v_\perp$は0以上であり、$v_\parallel$は負になる場合もある。

次の図は鋭角θの場合の模式図であり、磁場の正方向を右向きにとっている。

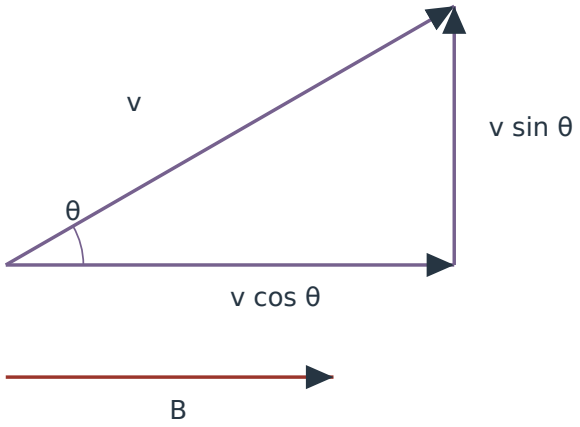


図 2　初速度を磁場に平行・垂直に分ける。半径には垂直成分、軸方向の進みに平行成分を使う。

斜めの矢印が初速度v、右向きの矢印が平行成分$v\cos\theta$、上向きの矢印が垂直成分$v\sin\theta$を表している。

これらは一つの速度を分けて表したものであり、粒子が二つに分かれるわけではない。矢印の長さを図から実測する必要はない。

磁力は磁場に垂直な速度成分によって生じ、磁場に平行な速度成分には直接働かない。

そのため、

- 垂直成分は磁場に垂直な平面内の円運動をつくる。
- 平行成分は磁場の軸方向の等速直線運動をつくる。

この二つが同時に起こると、粒子は空間内で**らせん運動**をする。

らせん運動の半径・周期・ピッチ

$v_\perp > 0$、$B > 0$、$q \neq 0$のとき、円運動部分の半径は

$$r = \frac{m v_\perp}{|\,q\,| B}$$

である。

全速さvではなく、磁場に垂直な成分$v_\perp$を使う点が重要である。

円運動部分の周期は

$$T = \frac{2\pi m}{|\,q\,| B}$$

となる。

粒子が円運動部分を 1 回転する間に、磁場の軸方向へ移動する量を考える。

磁場の正方向を基準とした符号付きの軸方向移動量を$\Delta x_\parallel$とすると、

$$\Delta x_\parallel = v_\parallel T$$

である。

一方、らせんの**ピッチ**hは、1 回転する間に軸方向へ進む距離であり、負にならない量である。

$$h = \left| v_{\parallel} \right| T$$

$\Delta x_{\parallel}$は正負を持つ軸方向移動量、hはその距離である。

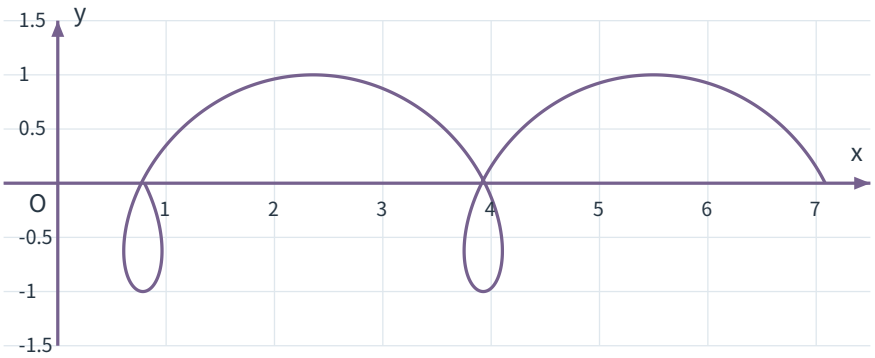
電荷qの符号を反転させると円運動の回転方向は逆になるが、初期平行速度が同じなら軸方向へ進む向きは変わらない。

空間らせんの斜投影

次の図は、一様な磁場が空間の$+X$方向にあり、正電荷がその方向へ進みながら回転する例を斜めから見たものである。

横方向への進みと上下への変化が重なって見えるが、これは平面内を波のように上下する運動ではなく、三次元空間のらせんを平面に投影したものである。

この例では、1 回転する間に軸方向へπr進む条件を選んでいる。一般のらせんすべてがこのピッチになるわけではない。



この図の横軸は図中でxと表示されるが、意味しているのは投影座標$\frac{u}{r}$である。縦軸は$\frac{w}{r}$を表す。uは軸方向Xの位置と横方向Yの位置を斜めに重ねた投影量、wはZ方向に対応する投影量である。

図中の横軸xと縦軸は、空間の物理座標X、Yをそのまま表すものではない。 いずれも半径rで割った無次元の投影座標である。

軸方向の$+X$と磁場の正方向は、図ではおおむね右向きである。

この曲線は次の順に進む。

1. 開始位置は投影座標$(0.8,\ 0)$である。
2. 4 分の 1 回転後は$(\frac{\pi}{4},\ -1)$であり、下側へ移る。
3. 1 回転後は$(\pi + 0.8,\ 0)$で、開始時と同じ回転位置に戻るが、軸方向に進んでいる。
4. その後も同じ回転を続け、2 回転分までの軌道を示している。

1 回転後は、投影図の横方向にπだけ進んだ同位相の点に達する。これは空間の軸方向にπr進むことと対応している。

この曲線を平面波やばねの形そのものと解釈してはいけない。投影の計算方法を覚える必要はなく、**円運動と軸方向の移動が同時に起こる**ことを読み取ればよい。

磁場方向から見たらせん運動

先ほどの斜投影と同じ正電荷の運動を、空間の$+X$側から原点へ向かって見たものが次の端面図である。

この視点では磁場が観察者の手前を向くので、⊙で表される。

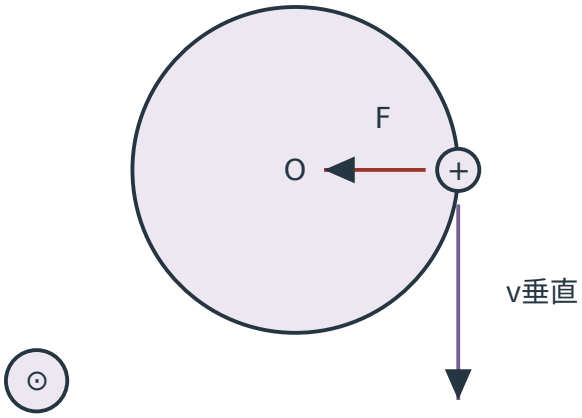


図 4　磁場の正方向側から原点を見る端面図。B は手前⊙、正電荷は時計回り。

この端面図では、紙面右を空間の$+Y$方向、上を$+Z$方向とする。

粒子が円の右端、すなわち$Y = r$、$Z = 0$にいるとき、垂直速度成分は下向き、磁力は中心へ向かう左向きとなる。したがって、観察者から見ると正電荷は時計回りである。

先ほどの斜投影で、開始位置から 4 分の 1 回転したとき下側へ進む様子と一致している。

最初の円運動の図では磁場が紙面奥向き⊗であり、正電荷は反時計回りであった。一方、この図では磁場が手前向き⊙なので、正電荷は時計回りとなる。**視点と磁場の向きをそろえれば、両方の図は矛盾しない。**

この端面図に軸方向の進みは表示されない。同じ粒子は、回転しながら同時に$+X$方向へ進んでいる。

大きな灰色の円は円周だけが軌道ガイドであり、灰色の円板そのものが粒子や磁場領域ではない。小さな＋の円が粒子である。

三角比を使う例

角度が30°の場合、

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \qquad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

である。

したがって、磁場に垂直な速度成分は全速さの半分、平行な速度成分は全速さの$\frac{\sqrt{3}}{2}$倍となる。

一方、角度が150°の場合は、

$$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}, \qquad \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

となる。垂直成分の大きさは同じだが、平行成分の符号は反対である。

例題 4

質量$m = 3.2 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$、電荷$q = +1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$の粒子が、磁束密度の大きさ$B = 0.20\,\mathrm{T}$の一様な磁場に、全速さ$v = 2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}$、磁場の正方向となす角$\theta = 30^\circ$で入った。

他の力は無視でき、らせん運動を続けるものとする。

- 例題 4(1) 垂直速度成分の大きさ$v_\perp$と、符号付き平行速度成分$v_\parallel$を求めよ。
- 例題 4(2) 円運動部分の半径rと周期Tを求めよ。
- 例題 4(3) らせんのピッチhを求め、軸方向に進む向きを答えよ。

解答・解説

例題 4(1)

垂直成分は、

$$\begin{aligned} v_\perp &= v \sin 30^\circ \\ &= (2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}) \times \frac{1}{2} \\ &= 1.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

平行成分は、

$$\begin{aligned} v_\parallel &= v \cos 30^\circ \\ &= (2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}) \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \sqrt{3} \times 10^{5}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。符号は正である。

例題 4(2)

半径には垂直成分を使う。

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{m v_{\perp}}{|\,q\,| B} \\
&= \frac{(3.2\times10^{-27}\,\mathrm{kg})(1.0\times10^{5}\,\mathrm{m/s})}{(1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\
&= 0.010\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

周期は、

$$
\begin{aligned}
T &= \frac{2\pi m}{|\,q\,| B} \\
&= \frac{2\pi(3.2\times10^{-27}\,\mathrm{kg})}{(1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\
&= 2\pi\times10^{-7}\,\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

である。

例題 4(3)

ピッチは、1 周期の間に軸方向へ進む距離である。

$$
\begin{aligned}
h &= |\,v_{\parallel}\,| T \\
&= \left(\sqrt{3}\times10^{5}\,\mathrm{m/s}\right)(2\pi\times10^{-7}\,\mathrm{s}) \\
&= 0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m} \\
&\approx 0.109\,\mathrm{m}
\end{aligned}
$$

平行速度成分が正なので、粒子は磁場の正方向へ進む。

答えは$h = 0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m}$、約$0.109\,\mathrm{m}$であり、軸方向の進みは磁場の正方向である。

この数値例は、先ほどの斜投影で設定したピッチと半径の比とは異なる条件である。

例題 5

例題 4 の条件から、入射角だけを$\theta = 150^\circ$へ変更する。全速さ、質量、電荷、磁束密度の大きさは変えない。

- 例題 5(1) 垂直成分と平行成分を求めよ。
- 例題 5(2) 半径・周期・ピッチが例題 4 と比べて変わるか答えよ。
- 例題 5(3) 1 回転の符号付き軸方向移動量を求めよ。
- 例題 5(4) 例題 4 の条件で電荷の符号だけを反転させた場合、回転方向と軸方向の進みがどうなるか説明せよ。

解答・解説

例題 5(1)

$$\begin{aligned} v_{\perp} &= v\sin 150^\circ \\ &= \left(2.0\times 10^5\,\mathrm{m/s}\right)\times\frac{1}{2} \\ &= 1.0\times 10^5\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

平行成分は、

$$\begin{aligned} v_{\parallel} &= v\cos 150^\circ \\ &= \left(2.0\times 10^5\,\mathrm{m/s}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= -\sqrt{3}\times 10^5\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。

例題 5(2)

垂直成分の大きさが変わらないため、円運動部分の半径は変わらない。

周期もm、$|\,q\,|$、Bが同じなので変わらない。平行成分は符号だけが反転し、大きさは同じなのでピッチも変わらない。

$$\begin{aligned} r &= 0.010\,\mathrm{m} \\ T &= 2\pi\times 10^{-7}\,\mathrm{s} \\ h &= 0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。

例題 5(3)

符号付き軸方向移動量は、

$$\begin{aligned} \Delta x_{\parallel} &= v_{\parallel}T \\ &= \left(-\sqrt{3}\times 10^5\,\mathrm{m/s}\right)\left(2\pi\times 10^{-7}\,\mathrm{s}\right) \\ &= -0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

負の符号は、磁場の正方向と逆向きに進むことを表す。ピッチは距離なので正のままである。

例題 5(4)

例題 4 の入射角30°のまま電荷の符号だけを反転させると、磁力の向きが逆になり、円運動部分の回転方向も逆になる。

しかし、平行速度成分は変わらないので、磁場の軸方向には引き続き正方向へ進む。

電荷の符号を反転させるだけで、らせんの軸方向の進みが反転するわけではない。

©ミライコーチング

10. 円運動にならない条件

ここまでの半径・周期の式には、粒子が実際に円運動するという前提がある。

次の場合には、その前提が成り立たない。

条件	磁力	粒子の運動
初速度が 0	0	静止
磁束密度$B = 0$	0	直線等速運動、初速 0 なら静止
電荷$q = 0$	0	直線等速運動、初速 0 なら静止
磁場に垂直な速度成分が 0	0	磁場に平行または反平行な直線等速運動

例えば、粒子が磁場と完全に平行に進む場合、速度と磁場のなす角は0°である。

磁力の大きさは、

$$F = |\,q\,| vB\sin 0^\circ = 0$$

となる。

角度が180°の場合も、$\sin 180^\circ = 0$なので磁力は 0 である。

この場合、粒子は磁場によって曲げられず、直線等速運動を続ける。

一方、角度が90°なら平行成分が 0 であり、垂直な平面内だけの円運動になる。

回転していない粒子に周期を与えない

半径と周期の式は、実際に回転する運動のための式である。

速さ 0、磁束密度 0、電荷 0、または垂直速度成分 0 のときは、磁場による円運動が存在しない。

そのような場合に、式だけを機械的に使って「円運動の周期」や「らせんのピッチ」を答えてはいけない。

特に、$B = 0$や$q = 0$では半径・周期の式の分母が 0 になる。$v_\perp = 0$の場合も、有限の周回運動が存在しないので、式から形式的な値を作って実際の周回周期と解釈しない。

演習問題

以下の問題では、特に断りがない限り、磁場は一様で時間変化せず、電場・重力・抵抗など磁力以外の力は無視できるものとする。また、粒子の速さは光速に比べて十分小さく、必要な軌道全体に磁場が存在するものとする。

演習 1

質量$m = 4.0 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$、電荷$q = +2.0 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$の粒子が、磁束密度の大きさ$B = 0.20\,\mathrm{T}$の一様な磁場に垂直に、速さ$v = 1.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}$で入った。

- 演習 1(1) 磁力の大きさを求めよ。
- 演習 1(2) 円軌道の半径を求めよ。
- 演習 1(3) 周期を求めよ。
- 演習 1(4) 加速度の大きさを求めよ。
- 演習 1(5) 磁力と向心力を別々に足してはいけない理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 1 の解答・解説」を参照。

演習 2

紙面奥向き⊗の一様な磁場の中で、同じ質量、同じ電荷の大きさ、同じ速さを持つ正電荷と負電荷を考える。

- 演習 2(1) 正電荷と負電荷の回転方向をそれぞれ答えよ。
- 演習 2(2) それぞれの円軌道の右端では、速度と磁力はどちらを向くか答えよ。
- 演習 2(3) 二つの粒子を同じ位置から同じ初速度で右向きに入れた場合、それぞれの円の中心は初期位置のどちら側にあるか答えよ。
- 演習 2(4) 電荷の符号だけを反転させたとき、半径と周期が変わるか説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 2 の解答・解説」を参照。

演習 3

質量$m = 3.2 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$、電荷の大きさ$|\,q\,| = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$、速さ$v = 2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}$、磁束密度の大きさ$B = 0.20\,\mathrm{T}$で垂直に入射する粒子を基準とする。

基準の半径は$0.020\,\mathrm{m}$、周期は$2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$である。

次の変更は、各小問で基準条件から独立に行い、指定された量以外はすべて固定する。

- 演習 3(1) 速さだけを 2 倍にした場合の半径・周期・磁力の大きさを求めよ。
- 演習 3(2) 磁束密度の大きさだけを 2 倍にした場合の半径と周期を求めよ。
- 演習 3(3) 質量だけを 2 倍にした場合の半径と周期を求めよ。
- 演習 3(4) 電荷の大きさだけを 2 倍にした場合の半径と周期を求めよ。
- 演習 3(5) 「速さを 2 倍にすると磁力が 2 倍になるから、円の半径は半分になる」という説明の誤りを指摘せよ。

解答・解説は末尾の「演習 3 の解答・解説」を参照。

演習 4

半径$r = 0.030\,\mathrm{m}$、周期$T = 6.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}$で、荷電粒子が磁力だけを受けて等速円運動している。

- 演習 4(1) 半周にかかる時間を求めよ。
- 演習 4(2) 半周の移動距離と変位の大きさをそれぞれ求めよ。
- 演習 4(3) 1 周の移動距離と変位の大きさをそれぞれ求めよ。
- 演習 4(4) 1 周の間に磁力がした仕事を求めよ。
- 演習 4(5) 仕事が 0 であるにもかかわらず、加速度が 0 ではない理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 4 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 5

質量$m = 3.2 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$、電荷$q = +1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$の粒子が、磁束密度の大きさ$B = 0.20\,\mathrm{T}$の一様な磁場に、全速さ$v = 2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}$、角度$\theta = 30^\circ$で入った。角度は初速度と磁場の正方向のなす角である。

- 演習 5(1) 垂直速度成分の大きさと符号付き平行速度成分を求めよ。
- 演習 5(2) 円運動部分の半径と周期を求めよ。
- 演習 5(3) らせんのピッチと 1 回転の符号付き軸方向移動量を求めよ。
- 演習 5(4) 半径の式に全速さvをそのまま代入してはいけない理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 5 の解答・解説」を参照。

演習 6

演習 5 と同じ質量、電荷の大きさ、磁束密度の大きさ、全速さで、入射角だけを150°に変更する。

- 演習 6(1) 垂直速度成分の大きさと符号付き平行速度成分を求めよ。
- 演習 6(2) 半径・周期・ピッチは演習 5 と比べてどうなるか答えよ。
- 演習 6(3) 1 回転の符号付き軸方向移動量を求めよ。
- 演習 6(4) 入射角を30°に戻し、電荷の符号だけを負にした場合、円運動の回転方向と軸方向の進みがそれぞれどう変わるか説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 6 の解答・解説」を参照。

演習 7

磁場中の荷電粒子の運動について、次の各場合を考える。他の力は無視できるものとする。

- 演習 7(1) 磁束密度の大きさが$B > 0$で、初速度が磁場に平行なとき、運動の様子を答えよ。
- 演習 7(2) 初速度が磁場と反平行なとき、運動の様子を答えよ。
- 演習 7(3) 初速度が 0 のとき、粒子はどうなるか答えよ。
- 演習 7(4) 磁束密度の大きさが$B = 0$のとき、初速度が 0 でない粒子はどう動くか答えよ。
- 演習 7(5) 電荷$q = 0$の粒子に初速度があるとき、磁場によって軌道は曲がるか答えよ。
- 演習 7(6) 上の各場合に、円運動の周期$T = 2\pi \dfrac{m}{|\,q\,|\,B}$を機械的に使ってはいけない理由を説明せよ。
- 演習 7(7) 初速度が磁場に垂直であり、$m > 0$、$v > 0$、$|\,q\,| > 0$、$B > 0$である場合、磁力以外を無視できるときの運動を答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 7 の解答・解説」を参照。

演習 8

一様な磁場中で荷電粒子が磁力だけを受けて運動している。運動は非相対論的な範囲にある。

- 演習 8(1) 粒子に磁力が働いているとき、「磁力が仕事をしないので、粒子には加速度がない」という説明が正しいか答え、理由を述べよ。
- 演習 8(2) 磁場に垂直な初速度で円運動する粒子について、質量・電荷の大きさ・磁束密度の大きさを固定したまま速さを 3 倍にしたとき、半径と周期は何倍になるか答えよ。
- 演習 8(3) 磁場を紙面奥向き⊗から手前向き⊙へ反転させ、電荷の符号と初速度を変えなかった場合、回転方向・半径・周期がどう変わるか説明せよ。
- 演習 8(4) 磁場の正方向が空間の$+X$方向であるらせん運動を、その$+X$側から原点へ向いて見る。正電荷が端面の円の右端を下向きに通過するとき、磁場記号と回転方向を答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 8 の解答・解説」を参照。

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1)

磁場と速度が垂直なので、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,| vB \\ &= (2.0\times10^{-19}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (1.0\times10^{5}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 4.0\times10^{-15}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

答えは$4.0\times10^{-15}\,\mathrm{N}$である。

演習 1(2)

磁力が中心向きの合力になることから、

$$\begin{aligned} r &= \frac{mv}{|\,q\,|B} \\ &= \frac{(4.0\times10^{-27}\,\mathrm{kg})(1.0\times10^{5}\,\mathrm{m/s})}{(2.0\times10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\ &= 0.010\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

答えは$0.010\,\mathrm{m}$である。

演習 1(3)

$$
\begin{aligned}
T &= \frac{2\pi m}{|\,q\,|\,B} \\
&= \frac{2\pi(4.0\times10^{-27}\,\mathrm{kg})}{(2.0\times10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\
&= 2\pi\times10^{-7}\,\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

答えは$2\pi\times10^{-7}\,\mathrm{s}$である。

演習 1(4)

$$
\begin{aligned}
a &= \frac{v^2}{r} \\
&= \frac{(1.0\times10^{5}\,\mathrm{m/s})^2}{0.010\,\mathrm{m}} \\
&= 1.0\times10^{12}\,\mathrm{m/s^2}
\end{aligned}
$$

答えは$1.0\times10^{12}\,\mathrm{m/s^2}$である。

演習 1(5)

向心力は中心向きの合力を意味する。今回の条件では磁力だけが働き、その磁力が中心向きの合力になっている。

したがって、磁力と向心力は別の 2 力ではなく、同じ力を表しているため、足し合わせてはいけない。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1)

磁場が紙面奥向き⊗なので、正電荷は反時計回り、負電荷は時計回りとなる。

演習 2(2)

それぞれの円の右端では、

- 正電荷：速度は上向き、磁力は左向き
- 負電荷：速度は下向き、磁力は左向き

である。

両方とも磁力が円の中心に向かっている。ただし、右端での速度は同じではない。

演習 2(3)

同じ位置から同じ初速度で右向きに入れると、正電荷の磁力は上向き、負電荷の磁力は下向きとなる。

したがって、正電荷の中心は初期位置の上側、負電荷の中心は下側である。

それぞれの中心は初期位置から半径rだけ離れている。

演習 2(4)

半径と周期は、

$$r = \frac{mv}{|\,q\,|\,B}$$

$$T = \frac{2\pi m}{|\,q\,|\,B}$$

である。

電荷の符号だけを反転させても$|\,q\,|$は変わらないため、半径と周期は変わらない。変わるのは磁力の向きと回転方向である。

演習 3 の解答・解説

演習 3(1)

速さだけを 2 倍にすると、半径は速さに比例するので、

$$\begin{aligned} r' &= 2r \\ &= 2(0.020\,\mathrm{m}) \\ &= 0.040\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。

周期は速さに依存しないため、

$$T' = 2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

のままである。

基準の磁力は、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,vB \\ &= (1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s})(0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 6.4 \times 10^{-15}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

である。

速さだけを 2 倍にすると、磁力も 2 倍なので、

$$\begin{aligned} F' &= 2F \\ &= 1.28 \times 10^{-14}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

演習 3(2)

磁束密度の大きさだけを 2 倍にすると、半径と周期はともに半分となる。

$$r' = \frac{0.020\,\mathrm{m}}{2}$$
$$= 0.010\,\mathrm{m}$$
$$T' = \frac{2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}}{2}$$
$$= \pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

演習 3(3)

質量だけを 2 倍にすると、半径と周期はともに 2 倍となる。

$$r' = 2(0.020\,\mathrm{m})$$
$$= 0.040\,\mathrm{m}$$
$$T' = 2\big(2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}\big)$$
$$= 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

演習 3(4)

電荷の大きさだけを 2 倍にすると、半径と周期はともに半分となる。

$$r' = 0.010\,\mathrm{m}$$
$$T' = \pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$

である。

演習 3(5)

半径は磁力の大きさだけで決まるものではない。

速さを 2 倍にすると磁力は 2 倍になるが、円運動に必要な中心向きの合力の式にはv^2も含まれる。

磁力と向心方向の合力を等しくすると、

$$r = \frac{mv}{|\,q\,|\,B}$$

となる。

質量・電荷の大きさ・磁束密度の大きさを固定すれば、半径は速さに比例する。したがって、速さを 2 倍にすると半径も 2 倍となり、半分にはならない。

©ミライコーチング

演習 4 の解答・解説

演習 4(1)

半周の時間は周期の半分なので、

$$\begin{aligned} t &= \frac{T}{2} \\ &= \frac{6.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}}{2} \\ &= 3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

である。

演習 4(2)

半周の移動距離は、

$$\begin{aligned} s &= \pi r \\ &= \pi(0.030\,\mathrm{m}) \\ &= 0.030\pi\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。

一方、半周の変位の大きさは円の直径なので、

$$\begin{aligned} |\,\Delta\vec{r}\,| &= 2r \\ &= 2(0.030\,\mathrm{m}) \\ &= 0.060\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

演習 4(3)

1 周の移動距離は円周の長さなので、

$$\begin{aligned} s &= 2\pi r \\ &= 2\pi(0.030\,\mathrm{m}) \\ &= 0.060\pi\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。

1 周すると始点に戻るので、変位の大きさは0 mである。

演習 4(4)

磁力は常にその瞬間の速度に垂直であるため、仕事をしない。

したがって、1 周の間に磁力がする仕事は0 Jである。

演習 4(5)

磁力が仕事をしないため速さは一定であるが、速度の向きは円運動に沿って変化し続ける。

加速度は速度の変化を表すため、速さが一定でも速度の向きが変われば加速度は 0 ではない。

この場合、加速度は円の中心を向いている。

演習 5 の解答・解説

演習 5(1)

垂直速度成分の大きさは、

$$\begin{aligned} v_{\perp} &= v\sin 30^\circ \\ &= (2.0\times 10^{5}\,\mathrm{m/s})\times\frac{1}{2} \\ &= 1.0\times 10^{5}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

符号付き平行速度成分は、

$$\begin{aligned} v_{\parallel} &= v\cos 30^\circ \\ &= (2.0\times 10^{5}\,\mathrm{m/s})\times\frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \sqrt{3}\times 10^{5}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。

演習 5(2)

円運動部分の半径は垂直速度成分で決まる。

$$\begin{aligned} r &= \frac{m v_{\perp}}{|\,q\,|\,B} \\ &= \frac{(3.2\times 10^{-27}\,\mathrm{kg})(1.0\times 10^{5}\,\mathrm{m/s})}{(1.6\times 10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\ &= 0.010\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

周期は、

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi m}{|\,q\,|\,B} \\ &= \frac{2\pi(3.2\times 10^{-27}\,\mathrm{kg})}{(1.6\times 10^{-19}\,\mathrm{C})(0.20\,\mathrm{T})} \\ &= 2\pi\times 10^{-7}\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

である。

©ミライコーチング

演習 5(3)

ピッチは、

$$\begin{aligned} h &= |\, v_{\parallel} \,| \, T \\ &= \left(\sqrt{3} \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}\right)\left(2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}\right) \\ &= 0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m} \\ &\approx 0.109\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

平行速度成分が正なので、1 回転の符号付き軸方向移動量も、

$$\Delta x_{\parallel} = +0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m}$$

である。

演習 5(4)

磁場に平行な速度成分には磁力が直接働かず、その成分は円運動に寄与しない。

円運動の半径を決めるのは磁場に垂直な速度成分なので、

$$r = \frac{m v_{\perp}}{|\, q \,| \, B}$$

を使う必要がある。

全速さvをそのまま代入すると、平行成分まで円運動の速さに含めてしまう。

演習 6 の解答・解説

演習 6(1)

$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$なので、

$$\begin{aligned} v_{\perp} &= v \sin 150^\circ \\ &= \left(2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= 1.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

また、$\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$なので、

$$\begin{aligned} v_{\parallel} &= v \cos 150^\circ \\ &= \left(2.0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= -\sqrt{3} \times 10^{5}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。

演習 6(2)

垂直成分の大きさは演習 5 と等しいため、半径は変わらない。

周期は質量、電荷の大きさ、磁束密度の大きさが同じなので変わらない。平行成分の大きさも等しいため、ピッチも変わらない。

$$r = 0.010\,\mathrm{m}$$
$$T = 2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}$$
$$h = 0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m}$$

である。

演習 6(3)

$$\begin{aligned}\Delta x_{\parallel} &= v_{\parallel} T \\ &= \left(-\sqrt{3} \times 10^{5}\,\mathrm{m/s}\right)\left(2\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{s}\right) \\ &= -0.020\pi\sqrt{3}\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

となる。

負の符号は、磁場の正方向と逆向きに進むことを示している。

演習 6(4)

入射角を30°に戻し、電荷の符号だけを負にすると、磁力の向きが反転するため円運動部分の回転方向は逆になる。

しかし、平行速度成分は正のままであるため、軸方向には引き続き磁場の正方向へ進む。

電荷の符号が決めるのは回転方向であり、軸方向の進行方向は初期平行速度の符号で決まる。

演習 7 の解答・解説

演習 7(1)

初速度が磁場と平行なので、速度と磁場のなす角は0°である。

磁力は 0 となり、粒子は磁場に平行な直線等速運動をする。

演習 7(2)

初速度が磁場と反平行なので、なす角は180°である。

この場合も磁力は 0 であり、粒子は磁場と反対方向への直線等速運動をする。

演習 7(3)

初速度が 0 なら磁力は 0 である。

他の力も無視できるので、粒子は静止したままである。

演習 7(4)

$B = 0$なら磁力は働かない。

初速度が 0 でない粒子は、初速度の向きに直線等速運動を続ける。

演習 7(5)

$q = 0$なら磁力は 0 である。

したがって、磁場によって軌道が曲がることはなく、粒子は直線等速運動を続ける。

演習 7(6)

演習 7(1)〜演習 7(5)では、磁場による円運動が存在しない。

$B = 0$または$q = 0$の場合は、周期の式の分母が 0 になるため計算できない。

速度が 0、または磁場に垂直な速度成分が 0 の場合も、実際の周回運動がないため、周期を周回にかかる時間として与えることはできない。

らせんのピッチについても同様に、回転がない場合に 1 回転の移動距離を答えることはできない。

演習 7(7)

初速度が磁場に垂直であり、$m > 0$、$v > 0$、$|\,q\,| > 0$、$B > 0$で、磁力だけが働くので、粒子は磁場に垂直な平面内で等速円運動する。

その半径と周期は、

$$r = \frac{mv}{|\,q\,|B}$$

$$T = \frac{2\pi m}{|\,q\,|B}$$

で与えられる。

回転方向は電荷の符号と磁場の向きによって決まる。

演習 8 の解答・解説

演習 8(1)

正しくない。

磁力は速度に垂直なので仕事をしないが、速度の向きを変える働きをする。

加速度は速度の変化によって生じるため、速さが一定でも進行方向が変われば加速度は 0 ではない。

磁場に垂直な円運動では、中心向きの加速度が生じる。

演習 8(2)

半径は、

$$r = \frac{mv}{|\,q\,|B}$$

なので、速さだけを 3 倍にすれば半径も 3 倍になる。

一方、周期は、

$$T = \frac{2\pi m}{|\,q\,|B}$$

なので変わらない。

したがって、半径は 3 倍、周期は 1 倍である。

演習 8(3)

磁場の向きだけを反転させると、同じ初速度に対する磁力の向きが逆になるため、回転方向が逆になる。

磁束密度の大きさは変わらないので、半径と周期は変わらない。

演習 8(4)

磁場の正方向が$+X$であり、$+X$側から原点を見るので、磁場は観察者に向かう。したがって磁場の記号は⊙である。

正電荷が円の右端を下向きに通過するので、観察者から見た回転方向は時計回りとなる。

この視点は、最初に扱った紙面奥向き⊗の磁場とは異なる。磁場の向きと視点を取り違えずに判断することが重要である。