

003

LESSON / L01 入門

分配法則と式の展開

GOAL この講でできるようになること

- ・分配法則が「括弧の中のすべての項に掛ける」計算であることを説明できる。
- ・単項式と多項式の積を正しく展開できる。
- ・負の数や文字を掛けるときも、符号を含めて正しく処理できる。
- ・多項式どうしの積を、それぞれの項へ分けて展開できる。
- ・展開後に同類項をまとめて式を整理できる。

EXPLANATION / 解説 括弧は中身をまとめている

$3(x+2)$ という式では、3 は x だけに掛かっているわけではありません。
括弧の中の $x+2$ 全体に 3 が掛かっています。
例えば、 $x=4$ とすると、

$$3(x+2) = 3(4+2) = 18$$

です。

一方、 $3x+2$ としてしまうと、

$$3 \cdot 4 + 2 = 14$$

となり、同じ値にはなりません。

括弧を外すときは、外側の数を括弧内の**すべての項**に掛ける必要があります。

DEFINITION 分配法則

数や式 a, b, c について、次の関係が成り立ちます。

$$a(b+c) = ab+ac$$

また、括弧内が差の場合も、

$$a(b-c) = ab-ac$$

となります。

これを**分配法則**といいます。左辺では a が括弧全体に掛かっています。それを、括弧内の各項へ分けて掛けたものが右辺です。

POINT 矢印を 2 本出すつもりで考える

 $3(x+5)$ を展開するとき、3 は x にも 5 にも掛かります。

$$3(x+5) = 3x+15$$

外側のものから、括弧内の各項へ 1 本ずつ矢印を出すイメージを持つと、掛け忘れを防げます。
括弧の中に 3 項あれば 3 回、4 項あれば 4 回掛けます。

DEFINITION 展開

積の形で表された式を、分配法則などを使って和の形へ直すことを**展開する**といいます。

例えば、

$$2(x+3) = 2x+6$$

では、積の形 $2(x+3)$ を和の形 $2x+6$ へ直しています。展開では、括弧をただ消すのではなく、**括弧の外側のものを中の各項へ掛ける**ことが本質です。

EXPLANATION / 解説 文字を掛けると指数が増える

 $2x(x+3)$ を展開してみます。 $2x$ を括弧内の x と 3 の両方に掛けるので、

$$\begin{aligned} 2x(x+3) &= 2x \cdot x + 2x \cdot 3 \\ &= 2x^2 + 6x \end{aligned}$$

となります。

 $x \cdot x = x^2$ であることに注意します。

文字を含む式でも、分配法則そのものは数の場合と同じです。

CAUTION / 注意 マイナスも一緒に掛ける

 $-2(x-3)$ では、 -2 を x と -3 の両方に掛けます。

$$\begin{aligned} -2(x-3) &= (-2)x + (-2)(-3) \\ &= -2x + 6 \end{aligned}$$

特に、負の数どうしの積は正になるので、 $(-2)(-3) = 6$ です。
括弧の前が負の数でも、符号を含めた数全体を各項へ掛けます。

EXPLANATION / 解説 多項式どうしても考え方は同じ

 $(x+2)(x+3)$ のように、括弧が2つある場合を考えます。左側の $x+2$ のうち、まず x を右側の括弧全体に掛け、次に2を右側の括弧全体に掛けます。

$$\begin{aligned} (x+2)(x+3) &= x(x+3) + 2(x+3) \\ &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

最後に $3x$ と $2x$ が同類項なのでまとめました。

括弧が2つあっても、新しい計算をしているわけではありません。分配法則を繰り返しているだけです。

POINT 展開の基本手順

多項式の積を展開するときは、次の順序で進めます。

1. 外側の項を、括弧内のすべての項へ掛ける。
 2. 掛け算を計算する。
 3. 同類項があればまとめる。
- 途中で括弧を急いで消さず、「まだ掛けていない項はないか」を確認します。

例題 1 EXERCISE

次の式を展開しなさい。

$4(x+3)$

ANSWER / 解答 例題1の解答・解説

 4 を括弧内の x と 3 の両方に掛けます。

$$\begin{aligned} 4(x+3) &= 4x + 4 \cdot 3 \\ &= 4x + 12 \end{aligned}$$

したがって、展開すると $4x + 12$ です。 4 を x だけに掛けて $4x + 3$ としないように注意します。**例題 2** EXERCISE

次の式を展開しなさい。

$-3x(2x-5)$

ANSWER / 解答 例題2の解答・解説

 $-3x$ を $2x$ と -5 の両方に掛けます。

$$\begin{aligned} -3x(2x-5) &= (-3x)(2x) + (-3x)(-5) \\ &= -6x^2 + 15x \end{aligned}$$

したがって、展開すると $-6x^2 + 15x$ です。 $(-3x)(-5)$ は正になるので、符号にも注意します。**例題 3** EXERCISE

次の式を展開しなさい。

$(x+4)(x+2)$

ANSWER / 解答 例題3の解答・解説

左側の括弧の各項を、右側の括弧全体に掛けます。

$$\begin{aligned}(x+4)(x+2) &= x(x+2) + 4(x+2) \\ &= x^2 + 2x + 4x + 8 \\ &= x^2 + 6x + 8\end{aligned}$$

したがって、展開すると $x^2 + 6x + 8$ です。
途中で出てきた $2x$ と $4x$ は同類項なので、最後にまとめます。

例題 4 EXERCISE

次の式を展開しなさい。
 $(2x-1)(x+3)$

ANSWER / 解答 例題4の解答・解説

$2x$ と -1 を、それぞれ $x+3$ 全体に掛けます。

$$\begin{aligned}(2x-1)(x+3) &= 2x(x+3) - 1(x+3) \\ &= 2x^2 + 6x - x - 3 \\ &= 2x^2 + 5x - 3\end{aligned}$$

したがって、展開すると $2x^2 + 5x - 3$ です。
 -1 を掛けると、 $x+3$ の各項の符号が変わることに注意します。

SECTION 1 演習問題

練習問題 1 EXERCISE

次の式を展開しなさい。

- (1) $5(x + 2)$
- (2) $3(x - 4)$
- (3) $-2(x + 6)$
- (4) $-4(x - 3)$

練習問題 2 EXERCISE

次の式を展開しなさい。

- (1) $2x(x + 5)$
- (2) $3x(2x - 1)$
- (3) $-x(x + 4)$
- (4) $-2x(3x - 5)$

練習問題 3 EXERCISE

次の式を展開しなさい。

- (1) $3a(2a + b)$
- (2) $-2x(3x + 4y)$
- (3) $ab(2a - 3b)$

練習問題 4 EXERCISE

次の式を展開しなさい。

- (1) $(x + 1)(x + 5)$
- (2) $(x + 3)(x - 2)$
- (3) $(x - 4)(x + 2)$

練習問題 5 EXERCISE

次の式を展開しなさい。

- (1) $(2x + 1)(x + 4)$
- (2) $(3x - 2)(x + 5)$
- (3) $(2x - 3)(x - 4)$

練習問題 6 EXERCISE

次の式を展開して整理しなさい。

$$2(x + 3) + 3(x - 1)$$

練習問題 7 EXERCISE

次の式を展開して整理しなさい。

$$(x + 2)(x + 4) - 2x(x + 1)$$

練習問題 8 EXERCISE

次の計算には誤りがあります。

$$-3(x - 2) = -3x - 6$$

どこが誤っているか説明し、正しい式を求めなさい。

SECTION 2 演習問題の解答・解説

ANSWER / 解答 練習問題 1 の解答・解説

(1) 5 を x と 2 の両方に掛けます。

$$5(x + 2) = 5x + 10$$

(2) 3 を x と -4 の両方に掛けます。

$$3(x - 4) = 3x - 12$$

(3) -2 を x と 6 の両方に掛けます。

$$-2(x + 6) = -2x - 12$$

(4) -4 を x と -3 の両方に掛けます。

$$-4(x - 3) = -4x + 12$$

括弧の中が引き算の場合も、負の項を含めてそれぞれに掛けます。

ANSWER / 解答 練習問題 2 の解答・解説

(1)

$$2x(x + 5) = 2x^2 + 10x$$

(2)

$$3x(2x - 1) = 6x^2 - 3x$$

(3)

$$-x(x + 4) = -x^2 - 4x$$

(4)

$$-2x(3x - 5) = -6x^2 + 10x$$

 $x \cdot x = x^2$ になることと、負の数どうしを掛けると正になることを確認します。

ANSWER / 解答 練習問題 3 の解答・解説

(1) $3a$ を $2a$ と b に掛けます。

$$3a(2a + b) = 6a^2 + 3ab$$

(2) $-2x$ を $3x$ と $4y$ に掛けます。

$$-2x(3x + 4y) = -6x^2 - 8xy$$

(3) ab を $2a$ と $-3b$ に掛けます。

$$ab(2a - 3b) = 2a^2b - 3ab^2$$

文字が複数あっても、同じ文字どうしの指数を正しくまとめれば計算できます。

ANSWER / 解答 練習問題 4 の解答・解説

(1)

$$\begin{aligned}(x + 1)(x + 5) &= x(x + 5) + 1(x + 5) \\ &= x^2 + 5x + x + 5 \\ &= x^2 + 6x + 5\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}(x + 3)(x - 2) &= x(x - 2) + 3(x - 2) \\ &= x^2 - 2x + 3x - 6 \\ &= x^2 + x - 6\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}(x - 4)(x + 2) &= x(x + 2) - 4(x + 2) \\ &= x^2 + 2x - 4x - 8 \\ &= x^2 - 2x - 8\end{aligned}$$

4 回の掛け算を行ったあと、同類項をまとめます。

ANSWER / 解答 練習問題 5 の解答・解説

(1)

$$\begin{aligned}
 (2x+1)(x+4) &= 2x(x+4) + 1(x+4) \\
 &= 2x^2 + 8x + x + 4 \\
 &= 2x^2 + 9x + 4
 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 (3x-2)(x+5) &= 3x(x+5) - 2(x+5) \\
 &= 3x^2 + 15x - 2x - 10 \\
 &= 3x^2 + 13x - 10
 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
 (2x-3)(x-4) &= 2x(x-4) - 3(x-4) \\
 &= 2x^2 - 8x - 3x + 12 \\
 &= 2x^2 - 11x + 12
 \end{aligned}$$

最後の問題では $(-3)(-4) = 12$ となります。符号を含めて掛け算を確認します。

ANSWER / 解答 練習問題 6 の解答・解説

それぞれの括弧を展開してから、同類項をまとめます。

$$\begin{aligned}
 2(x+3) + 3(x-1) &= 2x + 6 + 3x - 3 \\
 &= 5x + 3
 \end{aligned}$$

したがって、展開して整理すると $5x + 3$ です。
 複数の括弧があっても、1つずつ分配法則を使えば処理できます。

ANSWER / 解答 練習問題 7 の解答・解説

それぞれの積を展開します。

$$\begin{aligned}
 (x+2)(x+4) - 2x(x+1) &= x^2 + 4x + 2x + 8 - (2x^2 + 2x) \\
 &= x^2 + 6x + 8 - 2x^2 - 2x \\
 &= -x^2 + 4x + 8
 \end{aligned}$$

したがって、展開して整理すると $-x^2 + 4x + 8$ です。
 後半の $2x(x+1)$ 全体を引いているので、展開後の各項を引くことに注意します。

ANSWER / 解答 練習問題 8 の解答・解説

誤りは、 -3 と -2 の積の符号です。

-3 は括弧内の両方の項に掛かるので、

$$\begin{aligned}
 -3(x-2) &= (-3)x + (-3)(-2) \\
 &= -3x + 6
 \end{aligned}$$

となります。

したがって、正しい式は $-3x + 6$ です。

括弧内が引き算のときは、 $x-2 = x + (-2)$ と考えると符号を確認しやすくなります。