第 101 講 電流がつくる磁場

この講でできるようになること

- 電流がつくる磁場の向きを、右ねじの法則と観察する向きから判断できる。
- 十分長い直線導線と円形電流について、磁場の向きと磁束密度の大きさを求められる。
- ソレノイドの断面図と端面図を対応させ、内部の磁場の向きと磁束密度を判断できる。
- 電流、距離、半径、巻数、長さのうち何を固定するかを明示し、磁束密度の変化を比較できる。

1. 電流の周囲には磁場ができる

電流を流した導線の近くに小さな磁針を置くと、磁針の向きが変わることがある。これは、電流が周囲の空間に磁場をつくり、その磁場に応じて磁針が向きを変えるためである。

磁場は、空間の各位置で向きと大きさをもつ。磁場の向きは、その位置に置いた小さな磁針の N 極が指す向きとして定める。

電流によって磁場ができることと、磁場の中に置いた物体が力を受けることは別の事柄である。この講では、まず電流がどの向きに、どれだけの磁場をつくるかを調べる。

磁束密度と単位

磁束密度

磁場の向きと大きさを表す物理量として、磁束密度を用いる。記号は B、単位は T（テスラ）である。

磁束密度は向きのある量であり、その大きさは B と表すことが多い。

例えば、

$$B = 2.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

は、磁束密度の大きさを表す。

磁場を表す量には磁場の強さ H もあるが、B と H は同じ物理量ではない。この講の計算では磁束密度 B を扱う。

小さな磁束密度を表すときには、マイクロテスラも用いる。接頭語の μ（マイクロ）は 10^{-6} を意味する。

$$1\,\mu\mathrm{T} = 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

したがって、$2.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{T}$ は $20\,\mu\mathrm{T}$ である。

以下では、一定の向きに流れる定常電流を扱う。導線の周囲は真空、または空気を真空と近似できる領域とし、特に断らない限り外部から加わる磁場は考えない。

計算には、真空の透磁率として次の高校物理用の近似値を用いる。

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\,m\,A^{-1}}$$

μ_0 はミューゼロと読む。この値を現在の SI における厳密な定義値と見なす必要はない。

紙面に垂直な向きの表し方

電流や磁場は、紙面の左右・上下だけでなく、紙面に垂直な向きにも存在する。そのため、次の記号を使う。

記号	向き	見方
⊙	紙面の奥から手前へ	手前を向いた矢の先端
⊗	紙面の手前から奥へ	奥へ進む矢の羽

⊙ はこちらへ向かってくる向き、⊗ はこちらから遠ざかる向きである。

この記号は、電流にも磁場にも使う。どちらを表すかは、図の説明と合わせて判断する。

電流と電子の移動方向

電流の向きは、正の電荷が移動すると考えた向きである。

金属導線では主に電子が移動し、その移動方向は通常の電流の向きと反対になる。右ねじの法則に用いるのは、電子の移動方向ではなく通常の電流の向きである。

2. 直線電流がつくる磁場

右ねじの法則

十分長いまっすぐな導線に電流を流すと、その周囲には導線を取り囲むように磁場ができる。

磁場の向きを決める基本となるのが、**右ねじの法則**である。

右ねじを通常の電流が流れる向きへ進めるとき、そのねじを回す向きが、直線電流の周囲にできる磁場の向きとなる。

例えば、紙面の奥から手前へ電流が流れている場合、手前から導線を見ると、磁場は反時計回りになる。

次の図は、紙面に垂直な導線を紙面に平行な面で切り、その断面を手前側から見たものである。

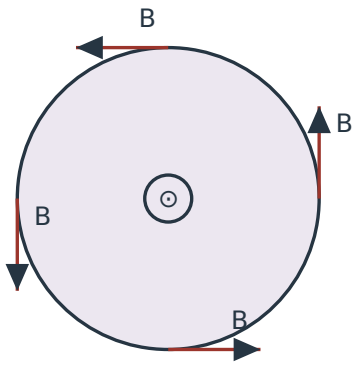

図 1　直線導線を手前から見た断面。小円内の⊙は電流、大円と B の矢印は周囲の磁場。

中央の小さな円は導線の断面であり、⊙ は電流 I が紙面の手前へ流れることを示す。大きな円は導線ではなく、磁場の向きを表すために描いた磁力線である。

磁力線とは、各点での磁場の向きに沿って描く線のことである。直線電流の場合、磁力線は導線に垂直な平面内で、導線を中心とする同心円になる。

磁場は各点でその円の接線方向を向く。図では、導線の右側で上向き、上側で左向き、左側で下向き、下側で右向きである。

矢印の長さは磁束密度の大きさを表していない。また、円内の薄い色は図形を区別するための表示であり、円内すべてが導体で満たされている意味ではない。

磁場の向きを判断する順序

1. 電流が紙面の手前へ向かうか、奥へ向かうかを確かめる。
2. 電流の向きに右ねじを進めるときの回転方向を考える。
3. 磁場を求める点で、磁力線の接線がどちらを向くかを読む。

電流を反転すると、同じ点での磁場の向きも反転する。

直線電流による磁束密度の大きさ

十分長い直線導線に電流 I が流れるとき、導線の外側で、導線から垂直距離 r にある点の磁束密度の大きさは、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

である。

ここで、I は電流の大きさ（A）、r は導線からの垂直距離（m）であり、$r > 0$ とする。

この式から、電流が大きいほど磁束密度は大きく、導線から遠いほど小さくなる。

同じ距離で電流の大きさを 2 倍にすれば、磁束密度の大きさも 2 倍になる。一方、電流の大きさを固定して距離を 2 倍にすれば、磁束密度の大きさは $\frac{1}{2}$ 倍になる。

この式は、端の影響を無視できるほど長い導線の外部に適用する。導線内部や $r = 0$ にそのまま使ったり、短い導線の端付近へ無条件に適用したりしてはならない。

例題 1

紙面に垂直な十分長い直線導線に、紙面の奥から手前へ 5.0 A の電流が流れている。導線の周囲は真空とし、外部磁場は無視する。

例題 1(1)導線から右へ 0.10 m の点 P における磁場の向きと磁束密度の大きさを求めよ。

例題 1(2)電流の大きさを変えず、導線からの距離を 0.20 m にしたとき、磁束密度の大きさを求めよ。

例題 1(3)点 P の位置と電流の大きさを変えず、電流の向きだけを紙面の奥向きに反転した。点 P の磁場の向きと磁束密度の大きさを答えよ。

解答・解説

例題 1(1) 解答・解説 上向き、$1.0\times10^{-5}\,\mathrm{T}$（$10\,\mu\mathrm{T}$）。

電流は手前向きなので、手前から見た磁場は反時計回りである。導線の右側では磁場は上向きとなる。

磁束密度の大きさは、

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \\ &= \frac{(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(5.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.10\,\mathrm{m})} \\ &= 1.0\times10^{-5}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

となる。

例題 1(2) 解答・解説 $5.0\times10^{-6}\,\mathrm{T}$（$5.0\,\mu\mathrm{T}$）。

電流は一定で、距離だけが 2 倍になる。磁束密度は距離に反比例するため、

$$B' = (1.0\times10^{-5}\,\mathrm{T})\times\frac{1}{2} = 5.0\times10^{-6}\,\mathrm{T}$$

となる。

例題 1(3) 解答・解説 下向き、$1.0\times10^{-5}\,\mathrm{T}$（$10\,\mu\mathrm{T}$）。

電流を奥向きへ反転すると、手前から見た磁場は時計回りになる。そのため、右側の点 P では下向きとなる。

電流の大きさと距離は変わらないので、磁束密度の大きさは（1）と同じである。

3. 円形電流がつくる磁場

直線導線を円形に曲げて電流を流しても、磁場ができる。

直線電流と大きく異なるのは、導線そのものが円形になっていることである。円形導線の各部分がつくる磁場は、円の中心では円の面に垂直な同じ向きに重なり合う。

円の中心における磁場の向き

円形電流が中心につくる磁場の向きは、右手の指を導線に沿う電流の向きに曲げることで判断できる。このとき、立てた親指が円の中心の磁場の向きを示す。

円の面を手前から正面に見る場合、電流が反時計回りなら中心の磁場は手前向き、時計回りなら奥向きになる。

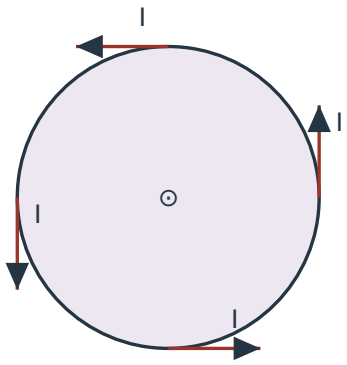

図 2　円形導線を手前から見る。円周上の I は反時計回りの電流、中心の⊙は手前向きの磁場 B。

この図の大きな円は導線を表す。円周上の I の矢印は電流の向きであり、中心の $\odot$ は磁束密度 B の向きである。

直線電流の図では大きな円が磁力線だったが、ここでは導線である。同じ円形の図でも、何を表しているかが異なる点に注意する。

中心の薄い色も、円の内部が導体で満たされていることを示すものではない。電流は円周に沿って流れる。

円形電流の中心の磁束密度

半径 R の円形導線に電流 I が流れるとき、中心の磁束密度の大きさは、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

である。

R は円形導線の半径で、$R > 0$ とする。

同じ電流なら、半径が小さいほど中心の磁束密度は大きくなる。ただし、この式は円の中心に対する式であり、円の外側など任意の位置に使えるわけではない。

同じ半径の円形導線を密に N 回巻いたコイルでは、各巻線が中心につくる磁場が同じ向きに重なる。そのため、中心の磁束密度は、

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

となる。

N は巻数であり、単位をもたない数である。電流そのものが NI に変化するのではなく、同じ向きの磁場への各巻線の寄与が N 個重なるのである。

例題 2

半径 0.10 m の円形導線に、2.0 A の電流を流す。円の面を手前から正面に見ると、電流は反時計回りである。周囲は真空とする。

例題 2(1)1 巻の円形導線の中心における磁場の向きと磁束密度の大きさを求めよ。

例題 2(2)同じ半径・電流を保ち、密に 20 回巻いたコイルにした。中心の磁束密度の大きさを求めよ。

計算では $\pi = 3.14$ としてよい。

解答・解説

例題 2(1) 解答・解説 手前向き、約 $1.26 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$。

手前から見て反時計回りなので、中心の磁場は手前向きとなる。

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0 I}{2R} \\
&= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(2.0\,\mathrm{A})}{2(0.10\,\mathrm{m})} \\
&= 4\pi \times 10^{-6}\,\mathrm{T} \\
&\approx 1.26 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}
\end{aligned}
$$

例題 2(2) 解答・解説 約 $2.51 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$。

巻数は $N = 20$ であり、各巻線の中心磁場は同じ向きに重なる。

$$
\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0 N I}{2R} \\
&= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(20)(2.0\,\mathrm{A})}{2(0.10\,\mathrm{m})} \\
&= 8\pi \times 10^{-5}\,\mathrm{T} \\
&\approx 2.51 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}
\end{aligned}
$$

磁場の向きは（1）と同じ手前向きである。巻数を増やしたことで磁束密度の大きさは 20 倍になった。

4. ソレノイドがつくる磁場

コイルを長く巻いた形

導線を円筒状に何回も巻いたものを、ソレノイドという。

円形電流では中心の一点に注目した。これに対して、十分長く密に巻かれたソレノイドでは、中央付近の内部にほぼ一様な磁場ができる。

一様な磁場とは、考える領域内で磁場の向きと大きさがほぼ同じであることをいう。

軸を含む断面から磁場を読む

ソレノイドを横向きに置き、その中心軸を含む平面で切った断面を考える。

次の図では、ソレノイドの軸を左右方向に置き、断面を手前から見ている。上下の小円は、巻かれた導線を断面で切った位置を示す。

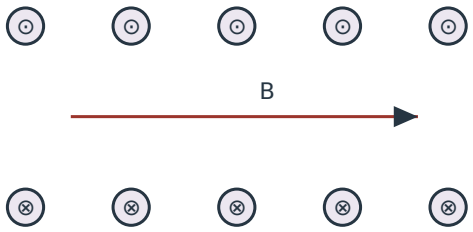

図 3　長いソレノイドの軸を含む断面。上の⊙と下の⊗は巻線の電流、中央の B は内部の磁場。

上側の ⊙ は、巻線のその部分で電流が紙面の手前に向かって流れることを表す。下側の ⊗ は、電流が紙面の奥へ向かうことを表す。

これらは、軸の周りを回る巻線の断面である。上側の点と下側の点を紙面内のまっすぐな導線で結んだ図ではない。

上下の巻線がつくる磁場は、ソレノイドの中央内部で軸に沿って重なり合う。この配置では、中央の磁場 B は右向きである。

図の小円は実際の全巻数を描いたものではなく、巻線の配置を示す模式図である。また、円内の薄い色は断面記号を見分けるための表示であり、小円内の領域がすべて導体で満たされていることを意味しない。

端面から見た電流と磁場

同じソレノイドを、今度は右端から軸に沿って左向きに見る。

軸を含む断面図では、上側の巻線電流は紙面の手前、下側は奥へ流れていた。これを右端から見ると、上側の電流は観察者から見て左へ、下側の電流は右へ進む。

したがって、右端から見た巻線電流は反時計回りとなる。

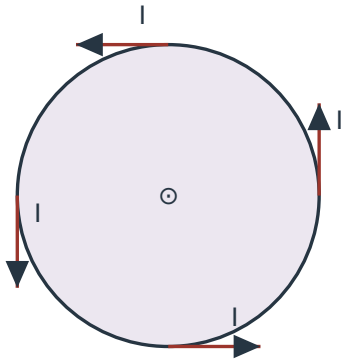

図 4　前のソレノイドを右端から左向きに見る。I は反時計回り、中心の⊙は観察者へ向かう磁場 B。

円周上の I の矢印は巻線に沿う電流の向きを示す。中心の ⊙ は電流ではなく、磁束密度 B が右端の観察者へ向かうことを示している。

前の軸断面図では B は右向きだった。右端から左を見ている人にとって、右向きは自分の方へ向かう向きである。そのため、二つの図の磁場の向きは一致する。

端面図の円は巻線を正面から見た形を簡略化したものであり、内側の薄い色は導体が内部を埋めていることを意味しない。

ソレノイドの N 極と S 極

ソレノイドの内部磁場は、右手の 4 本の指を巻線の電流の向きに曲げたときの親指の向きになる。

この親指が指す側を、ソレノイドの N 極側という。

右端から見た電流が反時計回りなら、右端が N 極である。時計回りなら右端が S 極である。

ソレノイドの磁力線は、内部と外部を通って閉じた線をつくる。内部では S 極側から N 極側へ、外部では N 極側から S 極側へ向かう。

先ほどの図では右端が N 極、左端が S 極となる。そのため、内部の磁場は左から右、外部の磁力線は右端の N 極側から出て左端の S 極側へ戻る。

断面と端面をつなぐ判断

- 軸断面図では、巻線を横切る電流の ⊙・⊗ から軸方向の磁場を判断する。
- 端面図では、見る端を指定し、時計回りか反時計回りかを判断する。
- 端から見て反時計回りなら、その端は N 極である。
- ソレノイドの中央内部では、磁場は S 極側から N 極側へ向かう。

時計回り・反時計回りは見る側に依存する。同じ巻線でも、反対端から見れば見かけの回転方向は逆になる。

ソレノイド内部の磁束密度

十分長く、密に巻かれたソレノイドの中央内部では、磁束密度の大きさは近似的に、

$$B \approx \mu_0 n I$$

となる。

ここで、n は単位長さ当たりの巻数であり、

$$n = \frac{N}{L}$$

で定める。

N は総巻数、L はソレノイドの長さ（m）である。n の単位は m^{-1} となる。

例えば、長さ $0.50\,\mathrm{m}$ に 1000 回巻いている場合、

$$n = \frac{1000}{0.50\,\mathrm{m}} = 2000\,\mathrm{m}^{-1}$$

となる。

つまり、1 メートル当たりに換算すると 2000 回巻いている密度に相当する。実際の長さが 1 メートルであるという意味ではない。

式 $B \approx \mu_0 n I$ から、中央内部の磁束密度は電流 I と巻数密度 n に比例することが分かる。

ソレノイドの近似が使える場所

十分長いソレノイドの中央内部では、磁場はほぼ一様である。一方、端付近では磁場が曲がり、中央内部と同じ式をそのまま適用できない場合がある。

また、十分長いソレノイドの外部磁場は中央内部に比べて小さいが、有限の長さをもつ実際のソレノイドで厳密に 0 になるわけではない。

例題 3

十分長く密に巻かれたソレノイドがある。総巻数は $N = 1000$、長さは $L = 0.50\,\mathrm{m}$、流れる電流の大きさは $I = 0.20\,\mathrm{A}$ である。周囲は真空とする。

右端から左向きに見ると、電流は反時計回りに流れている。

例題 3(1)右端と左端の極、および中央内部の磁場の向きを答えよ。

例題 3(2)単位長さ当たりの巻数 n と、中央内部の磁束密度の大きさを求めよ。

例題 3(3)総巻数と電流を固定したまま、長さを $1.0\,\mathrm{m}$ にした。十分長いソレノイドの近似が引き続き使えるとして、中央内部の磁束密度の大きさを求めよ。

例題 3(4)長さを $1.0\,\mathrm{m}$ にするとき、巻数密度を元の値に保つには総巻数を何回にすればよいか。また、その場合の磁束密度の大きさは元と比べてどうなるか。

解答・解説

例題 3(1) 解答・解説 右端が N 極、左端が S 極。中央内部の磁場は左から右向き。

右端から見た電流が反時計回りなので、右手の親指は右端側を向く。

内部磁場は S 極側から N 極側へ向かうため、左から右向きになる。

例題 3(2) 解答・解説 $n = 2000\,\mathrm{m^{-1}}$、$B \approx 5.03 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$。

まず巻数密度は、

$$n = \frac{1000}{0.50\,\mathrm{m}} = 2000\,\mathrm{m^{-1}}$$

である。

これを中央内部の式に代入する。

$$\begin{aligned} B &\approx \mu_0 n I \\ &= \left(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}}\right)\left(2000\,\mathrm{m^{-1}}\right)(0.20\,\mathrm{A}) \\ &= 1.6\pi \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \\ &\approx 5.03 \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

例題 3(3) 解答・解説 $B \approx 2.51 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$。

総巻数を固定したまま長さを 2 倍にすると、巻数密度は半分になる。

$$n' = \frac{1000}{1.0\,\mathrm{m}} = 1000\,\mathrm{m^{-1}}$$

したがって、

$$\begin{aligned} B' &\approx \mu_0 n' I \\ &= \left(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}}\right)\left(1000\,\mathrm{m^{-1}}\right)(0.20\,\mathrm{A}) \\ &= 8\pi \times 10^{-5}\,\mathrm{T} \\ &\approx 2.51 \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

となる。

例題 3(4) 解答・解説 総巻数は 2000 回。磁束密度の大きさは元と同じ。

巻数密度を $2000\,\mathrm{m^{-1}}$ に保つので、

$$N' = nL' = \left(2000\,\mathrm{m^{-1}}\right)(1.0\,\mathrm{m}) = 2000$$

となる。

電流と巻数密度が変わらないため、中央内部の磁束密度の大きさも変わらず、約 $5.03 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$ である。

5. 形と固定条件から磁場を比較する

これまでの三種類を比べると、同じ電流でも導線の形によって磁場の分布と大きさの関係が異なることが分かる。

導線の形	磁束密度の大きさ	求める場所
十分長い直線導線	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	導線の外側、垂直距離 r の点
円形導線（N 巻）	$B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$	円の中心
十分長いソレノイド	$B \approx \mu_0 n I$	中央内部

式の使い分けでは、導線の形だけでなく、どの位置の磁場を求めるのかを確認する必要がある。

直線導線の式は円形導線の中心には使えず、円形導線の中心の式も、ソレノイドの中央内部へそのまま使うものではない。

変える量と固定する量

三種類とも、形や観測位置などの条件を保てば、電流の大きさを 2 倍にすると磁束密度の大きさも 2 倍になる。

しかし、長さを 2 倍にしたときの結果は、何の長さを変えるか、何を固定するかによって異なる。

変更	固定する条件	磁束密度の大きさ
直線導線からの距離 r を 2 倍	電流 I	$\frac{1}{2}$ 倍
円形導線の半径 R を 2 倍	電流 I、巻数 N	$\frac{1}{2}$ 倍
ソレノイドの長さ L を 2 倍	電流 I、総巻数 N	$\frac{1}{2}$ 倍
ソレノイドの長さ L を 2 倍	電流 I、巻数密度 n	変わらない

どの比較でも、それぞれの式を使える近似条件が保たれているとする。

ソレノイドでは、特に総巻数 N と巻数密度 n の区別が重要である。N を固定して長くすれば n は小さくなるが、n を固定して長くすれば N は増える。

比較するときの判断

磁束密度の比較では、式を選んだ後に、何を固定しているかを確認する。

同じ記号の値が変わる場合でも、ほかの条件が変われば結果は異なる。「長さを 2 倍にしたから磁場は半分」などと、条件を省略して結論づけてはならない。

6. 複数の電流がつくる磁場

同じ場所に複数の電流が磁場をつくる場合、それぞれの電流がつくる磁場を向きも含めて足し合わせる。

これを磁場の重ね合わせという。

同じ点で二つの磁場が同じ向きなら、磁束密度の大きさを足すことができる。反対向きなら、大きさの差を求め、残った磁場の向きを判断する。

ここでは、同じ直線上で同方向・逆方向となる場合を扱う。

©ミライコーチング

例題 4

紙面を垂直に貫く十分長い直線導線 A、B がある。紙面を手前から見て、A は左側、B は右側に置かれ、導線間の距離は 0.20 m である。

両方の導線に、紙面の奥から手前へ 5.0 A の電流を流す。周囲は真空とし、外部磁場は無視する。

例題 4(1)二本の中点 P において、A がつくる磁場と B がつくる磁場の向きをそれぞれ答えよ。

例題 4(2)P における合成した磁束密度の大きさを求めよ。

例題 4(3)導線 B だけ電流の向きを紙面の奥向きへ反転する。P における合成した磁場の向きと磁束密度の大きさを求めよ。

解答・解説

例題 4(1) 解答・解説 A による磁場は上向き、B による磁場は下向き。

A では手前向きの電流が流れており、P は A の右側なので磁場は上向きである。

B でも電流は手前向きだが、P は B の左側にある。そのため、B がつくる磁場は下向きとなる。

例題 4(2) 解答・解説 0 T。

中点 P から各導線までの距離は、どちらも 0.10 m である。

各導線がつくる磁束密度の大きさは、

$$B_A = B_B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(5.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.10\,\mathrm{m})}$$

$$= 1.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

となる。

同じ大きさで逆向きなので、合成した磁束密度は 0 T である。合成した磁場が 0 の点では、磁場の向きは定まらない。

例題 4(3) 解答・解説 上向き、2.0×10^{-5} T（20 μT）。

B の電流を奥向きへ反転すると、B の周囲の磁場は手前から見て時計回りになる。そのため、B の左側にある P では上向きとなる。

A による磁場も上向きなので、

$$B = (10\,\mu\mathrm{T}) + (10\,\mu\mathrm{T}) = 20\,\mu\mathrm{T}$$

となる。

ここで足し合わせたのは、二本の導線が同じ点 P につくる磁束密度である。異なる位置の磁束密度を足しているわけではない。

演習問題

演習 1

十分長い直線導線に、紙面の手前から奥へ 4.0 A の電流が流れている。導線は紙面を垂直に貫き、手前側から観察する。

点 P は導線の右へ 0.080 m、点 Q は導線の上へ 0.16 m の位置にある。周囲は真空とし、外部磁場は無視する。

演習 1(1)点 P の磁場の向きを答えよ。

演習 1(2)点 P の磁束密度の大きさを求めよ。

演習 1(3)点 Q の磁場の向きと磁束密度の大きさを求めよ。

演習 1(4)点 P の位置と電流の大きさを固定し、電流の向きだけを手前向きに反転した。点 P の磁場の向きと磁束密度の大きさを答えよ。

対応する解説は、末尾の「演習 1 の解答・解説」を参照。

演習 2

半径 $R = 0.20\,\mathrm{m}$ の円形導線に、電流 $I = 3.0\,\mathrm{A}$ が流れている。円の面を手前から見ると電流は時計回りである。周囲は真空とする。

演習 2(1)円の中心での磁場の向きを答えよ。

演習 2(2)1 巻の円形導線の中心における磁束密度の大きさを求めよ。

演習 2(3)同じ半径と電流を保ち、密に 12 回巻いたコイルにすると、中心の磁束密度の大きさはいくらになるか。

演習 2(4)（3）のコイルで、電流と巻数を固定したまま半径を 0.40 m にした。中心の磁束密度の大きさを求めよ。

必要なら $\pi = 3.14$ とする。

対応する解説は、末尾の「演習 2 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 3

十分長く密に巻かれたソレノイドがある。総巻数は 800 回、長さは 0.40 m、電流の大きさは 0.15 A である。

右端から左向きに見ると、巻線の電流は時計回りに流れている。周囲は真空とし、ソレノイドの中央内部について考える。

演習 3(1)右端と左端の極、および中央内部の磁場の向きを答えよ。

演習 3(2)巻数密度 n と中央内部の磁束密度の大きさを求めよ。

演習 3(3)総巻数と長さを固定し、電流の大きさを 2 倍にすると同時に向きを反転した。中央内部の磁場の向き、磁束密度の大きさ、および右端の極を答えよ。

演習 3(4)元の電流と総巻数を保ち、長さだけを 0.80 m にした。十分長い近似が維持されるとして、巻数密度と中央内部の磁束密度の大きさを求めよ。

対応する解説は、末尾の「演習 3 の解答・解説」を参照。

演習 4

紙面を垂直に貫く二本の十分長い直線導線 A、B がある。手前から見て A が左、B が右にあり、二本の間隔は 0.20 m である。

A には手前向き、B には奥向きに、それぞれ 4.0 A の電流を流す。周囲は真空とし、外部磁場は無視する。

二本の中点 P について、次の問いに答えよ。

演習 4(1)A と B が点 P につくる磁場の向きを、それぞれ答えよ。

演習 4(2)点 P における合成した磁束密度の大きさと向きを求めよ。

演習 4(3)B の電流の大きさは変えず、向きだけを手前向きへ反転した。点 P での合成した磁束密度の大きさと、その結果になる理由を説明せよ。

対応する解説は、末尾の「演習 4 の解答・解説」を参照。

演習 5

次の記述 A〜D のうち、正しいものを一つ選べ。いずれも定常電流を考え、導線の周囲は真空とする。また、各式の近似が成立する条件を満たすものとする。

- A：十分長い直線導線の周囲では、磁場は導線の中を流れる電流に平行な向きになる。
- B：円形導線の中心で成り立つ磁束密度の式は、円形導線の外側のどの点にもそのまま使える。
- C：十分長いソレノイドで電流の大きさと巻数密度を固定するなら、長さを 2 倍にしても中央内部の磁束密度の大きさは変わらない。
- D：有限の長さをもつソレノイドでは、中央内部の磁場が存在しても、外部の磁場は厳密に 0 である。

正しい選択肢を選んだ後、ほかの三つが誤りである理由も説明せよ。

対応する解説は、末尾の「演習 5 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 6

十分長く密に巻かれたソレノイドが水平に置かれている。巻線に電流を流したところ、右端から左向きに見た電流は反時計回りだった。

演習 6(1)右端と左端のどちらが N 極か。また、内部の磁場は左向きと右向きのどちらか。

演習 6(2)同じ電流を流した状態で、観察者だけをソレノイドの左端へ移動し、右向きに見る。この観察者から見た巻線の電流は時計回りと反時計回りのどちらか。また、内部の磁場は観察者に向かうか、遠ざかるか。

演習 6(3)電流を完全に 0 にした。外部から加わる磁場を無視するとき、電流によってつくられる磁束密度はどうなるか。

対応する解説は、末尾の「演習 6 の解答・解説」を参照。

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1) 解答・解説 下向き。

電流は紙面の手前から奥へ流れているため、手前から見ると磁場は時計回りになる。導線の右側にある点 P では、磁場は下向きである。

演習 1(2) 解答・解説 $1.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$（$10\,\mu\mathrm{T}$）。

十分長い直線導線の外部なので、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

を使う。

$$B_P = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(4.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.080\,\mathrm{m})}$$

$$= 1.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

となる。

演習 1(3) 解答・解説 右向き、$5.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{T}$（$5.0\,\mu\mathrm{T}$）。

手前から見た磁場は時計回りなので、導線の上側にある点 Q では右向きになる。

点 Q の距離は点 P の 2 倍であり、電流は同じである。したがって、磁束密度の大きさは点 P の半分となる。

$$B_Q = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(4.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.16\,\mathrm{m})}$$

$$= 5.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

演習 1(4) 解答・解説 上向き、$1.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$（$10\,\mu\mathrm{T}$）。

電流を手前向きに反転すると、磁場は反時計回りとなる。点 P は導線の右側なので上向きである。

電流の大きさと点 P までの距離は変わらないため、磁束密度の大きさも変化しない。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1) 解答・解説 奥向き。

円形導線を手前から見て電流が時計回りなので、右手の指を電流の向きに曲げたとき、親指は紙面の奥を向く。

したがって、中心の磁場は紙面の奥向きである。

演習 2(2) 解答・解説 約 $9.42 \times 10^{-6}\,\mathrm{T}$。

1 巻の円形導線の中心では、

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

を使う。

$$\begin{aligned} B &= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(3.0\,\mathrm{A})}{2(0.20\,\mathrm{m})} \\ &= 3\pi \times 10^{-6}\,\mathrm{T} \\ &\approx 9.42 \times 10^{-6}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

となる。

演習 2(3) 解答・解説 約 $1.13 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$。

12 巻の各巻線が中心につくる磁場は同じ向きに重なる。

$$\begin{aligned} B_{12} &= \frac{\mu_0 N I}{2R} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(12)(3.0\,\mathrm{A})}{2(0.20\,\mathrm{m})} \\ &= 36\pi \times 10^{-6}\,\mathrm{T} \\ &\approx 1.13 \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

となる。磁場の向きは変わらず奥向きである。

演習 2(4) 解答・解説 約 $5.65 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$。

巻数と電流を固定すると、円形導線の中心の磁束密度の大きさは半径に反比例する。

半径を $0.20\,\mathrm{m}$ から $0.40\,\mathrm{m}$ へ 2 倍にするため、

$$\begin{aligned} B' &= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(12)(3.0\,\mathrm{A})}{2(0.40\,\mathrm{m})} \\ &= 18\pi \times 10^{-6}\,\mathrm{T} \\ &\approx 5.65 \times 10^{-5}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

となる。

巻数を固定していることが重要である。半径を大きくしても巻数が同じなら、中心の磁束密度の大きさは半分になる。

演習 3 の解答・解説

演習 3(1) 解答・解説 右端が S 極、左端が N 極。中央内部の磁場は右から左向き。

右端から見た電流が時計回りなので、右手の親指は右端から遠ざかる向き、すなわち左向きになる。したがって右端が S 極、左端が N 極であり、内部の磁場は右から左へ向かう。

演習 3(2) 解答・解説 $n = 2000\,\mathrm{m^{-1}}$、$B \approx 3.77 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$。

総巻数は 800、長さは $0.40\,\mathrm{m}$ なので、

$$n = \frac{800}{0.40\,\mathrm{m}} = 2000\,\mathrm{m^{-1}}$$

となる。

中央内部の磁束密度の大きさは、

$$\begin{aligned} B &\approx \mu_0 n I \\ &= \left(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}}\right)\left(2000\,\mathrm{m^{-1}}\right)(0.15\,\mathrm{A}) \\ &= 1.2\pi \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \\ &\approx 3.77 \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

である。

演習 3(3) 解答・解説 左から右向き、約 $7.54 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$、右端が N 極。

電流の向きを反転するため、右端から見た電流は反時計回りになる。内部の磁場は元と逆の右向きとなり、右端が N 極に変わる。

電流の大きさは $0.30\,\mathrm{A}$ になる。巻数密度は変わらないため、磁束密度の大きさは 2 倍である。

$$\begin{aligned} B' &\approx \mu_0 n I' \\ &= \left(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}}\right)\left(2000\,\mathrm{m^{-1}}\right)(0.30\,\mathrm{A}) \\ &= 2.4\pi \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \\ &\approx 7.54 \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

演習 3(4) 解答・解説 $n' = 1000\,\mathrm{m^{-1}}$、$B' \approx 1.88 \times 10^{-4}\,\mathrm{T}$。

総巻数は 800 回のままで、長さを 2 倍にするため、

$$n' = \frac{800}{0.80\,\mathrm{m}} = 1000\,\mathrm{m^{-1}}$$

となる。

電流も元と同じ $0.15\,\mathrm{A}$ なので、

$$\begin{aligned} B' &\approx \mu_0 n' I \\ &= \left(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}}\right)\left(1000\,\mathrm{m^{-1}}\right)(0.15\,\mathrm{A}) \\ &= 6\pi \times 10^{-5}\,\mathrm{T} \\ &\approx 1.88 \times 10^{-4}\,\mathrm{T} \end{aligned}$$

となる。

この場合は総巻数を固定して長さを変えている。巻数密度を固定しているわけではない。

演習 4 の解答・解説

演習 4(1) 解答・解説 A による磁場は上向き、B による磁場も上向き。

A の電流は手前向きである。手前から見た磁場は反時計回りで、A の右側にある P では上向きになる。

B の電流は奥向きである。手前から見た磁場は時計回りで、B の左側にある P では上向きになる。

二本の導線では電流の向きが反対でも、P がそれぞれの導線の反対側に位置しているため、磁場は同じ上向きになる。

演習 4(2) 解答・解説 $1.6 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$（$16\,\mu\mathrm{T}$）、上向き。

中点 P は二本の導線からそれぞれ $0.10\,\mathrm{m}$ 離れている。

各導線による磁束密度の大きさは、

$$B_A = B_B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}})(4.0\,\mathrm{A})}{2\pi(0.10\,\mathrm{m})}$$

$$= 8.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

である。

両方とも上向きなので、

$$B = (8.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{T}) + (8.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{T})$$

$$= 1.6 \times 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

となる。

演習 4(3) 解答・解説 $0\,\mathrm{T}$。

B の電流を手前向きへ反転すると、B が P につくる磁場は下向きになる。一方、A が P につくる磁場は上向きのままである。

二つの磁束密度はそれぞれ $8.0\,\mu\mathrm{T}$ で、大きさが等しく向きが反対である。そのため打ち消し合い、合成した磁束密度は 0 となる。

ここでは磁束密度の大きさだけを足すのではなく、それぞれの向きを確認してから合成している。

演習 5 の解答・解説

演習 5 解答・解説 C。

A：誤り。 十分長い直線導線の周囲では、磁力線は導線を中心とする同心円になる。磁場はその接線方向を向くため、導線に沿う電流の向きと平行ではない。

B：誤り。 $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ は円形導線の中心に対する式である。円の外側など別の位置では磁場の向きと大きさの分布が異なり、この式をそのまま使うことはできない。

C：正しい。 十分長いソレノイドの中央内部では、$B \approx \mu_0 n I$ である。電流 I と巻数密度 n を固定すれば、長さ L を 2 倍にしても磁束密度の大きさは変わらない。

ただし、$n = \frac{N}{L}$ なので、長さを 2 倍にして n を固定するには総巻数 N も 2 倍にする必要がある。

D：誤り。 十分長いソレノイドの外部磁場は中央内部に比べて小さいが、有限の長さをもつソレノイドでは、端付近から外部へ磁力線が広がる。外部磁場が厳密に 0 であるとはいえない。

演習 6 の解答・解説

演習 6(1) 解答・解説 右端が N 極、左端が S 極。内部磁場は右向き。

右端から見て電流が反時計回りなので、その端から磁場が出る向きになる。右端が N 極であり、内部の磁場は左端の S 極側から右端の N 極側へ向かう。

演習 6(2) 解答・解説 時計回り。内部磁場は観察者から遠ざかる向き。

観察者が右端から左端へ移動すると、同じ巻線を反対側から見ることになる。このため、電流の見かけの回転方向は反時計回りから時計回りへ変わる。

内部の磁場そのものは右向きのままである。左端から右向きに見る人にとって、右向きは自分から遠ざかる向きである。

したがって、左端から見ると磁場は奥向き、すなわち $\otimes$ に相当する。

演習 6(3) 解答・解説 電流によってつくられる磁束密度は 0 T になる。

電流が 0 なら、その電流によって生じる磁場も 0 になる。外部から加わる磁場を無視する条件なので、この問題で考える磁束密度は 0 である。

これは電流起因の磁場についての判断であり、実際の場所に地磁気などの外部磁場が存在しないと断定するものではない。