第 062 講 二種類の波のグラフ

この講でできるようになること

- グラフの横軸と単位を見て、時刻を固定した図と位置を固定した図を区別できる。
- 空間グラフから振幅・波長を、時間グラフから振幅・周期を読み取れる。
- 波の進行方向と波形の移動を手掛かりに、同じ媒質部分の変位と振動する向きを説明できる。
- 二種類のグラフが表す同じ位置・同じ時刻の変位を対応させられる。

同じ形なのに、横軸の意味が違う

ひもを上下に揺らすと、山や谷の形がひもに沿って伝わる。では、ひものある瞬間を写真に撮った図と、ひもに付けた印の動きを記録した図は、同じものだろうか。

この講では、水平なひもに沿って進む波を考える。ひもの各部分は、左右に移動せず、その平衡位置（揺れていないときの位置）を中心に上下へ振動するとする。水平右向きを位置 x の正方向、上向きを変位 y の正方向とする。$y=0$ は平衡位置、$y>0$ は上への変位、$y<0$ は下への変位である。

まず、**時刻 $t=0\,\mathrm{s}$ にひも全体を撮影した記録**を見る。横軸は平衡位置 x（単位 m）であり、縦軸は各部分の変位 y（単位 cm）である。印を付けた部分 A の平衡位置は $x=0.60\,\mathrm{m}$ である。

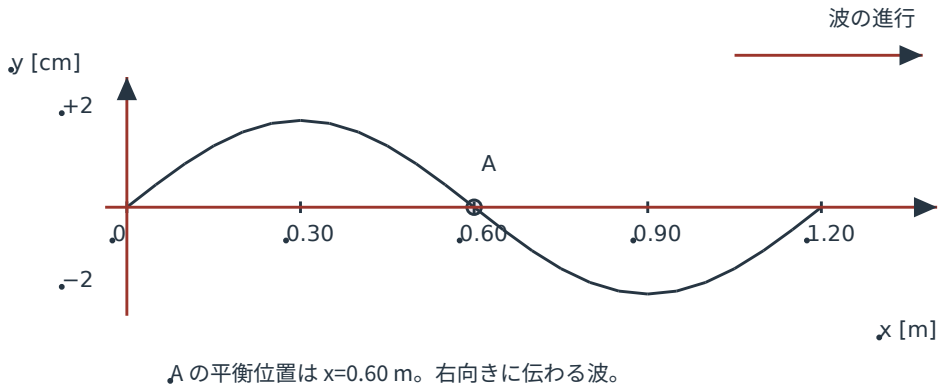
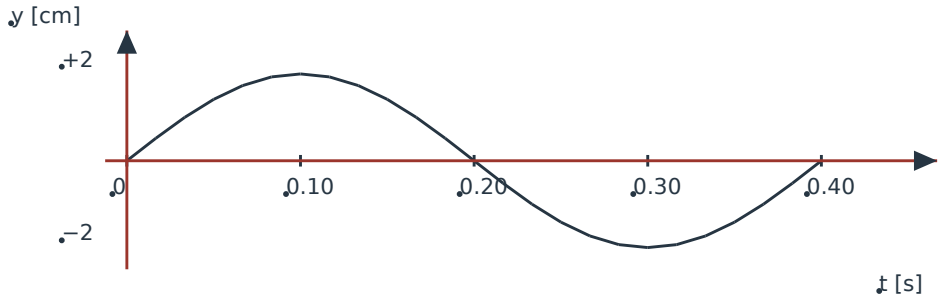


図 1　時刻 t=0 s を固定。横軸 x は媒質部分の平衡位置であり、経過時間ではない。

次に、**同じ部分 A の平衡位置に観測位置を固定して記録した図**を見る。横軸は時刻 t（単位 s）であり、縦軸は A の変位 y（単位 cm）である。こちらは各時刻のひも全体の形を描いた図ではない。



同じ A が上→下と振動する。ひもの形を描いた図ではない。

図 2　位置 x=0.60 m の媒質部分 A を固定して記録。横軸は時刻であり位置ではない。

二つの曲線はよく似ている。しかし、前者の右方向への移動は「別の場所を見ること」、後者の右方向への移動は「同じ場所で後の時刻を見ること」を表す。**曲線の形だけでグラフの種類を決めてはならない。**

固定する量を先に決める

空間グラフと時間グラフ

空間グラフ（y–x グラフ）は、ある時刻 t を固定し、その時刻での場所 x ごとの変位 y を表す。

時間グラフ（y–t グラフ）は、ある平衡位置 x を固定し、その位置にある同じ媒質部分の変位 y が時刻 t とともにどう変わるかを表す。

読み取る前の確認	空間グラフ	時間グラフ
横軸の量と単位	平衡位置 x（m）	時刻 t（s）
固定する量	時刻 t	媒質部分の平衡位置 x
曲線上の一点の意味	その時刻、その位置での変位	その位置、その時刻での変位
横方向の繰り返しから読む量	波長 λ（m）	周期 T（s）
この図だけでは直接決まらない量	周期 T	波長 λ

振幅は平衡位置からの変位の最大の大きさであり、どちらの図でも縦軸から読める。**波長** λ はある時刻に隣り合う山と山などの距離、**周期** T は同じ部分が同じ動き方に戻るまでの時間である。

山と次の谷の間隔は、空間グラフでは半波長 $\frac{\lambda}{2}$ に当たる。時間グラフでは、ある部分が正の最大変位から負の最大変位に移る時間が半周期 $\frac{T}{2}$ に当たる。両者は単位も意味も違う。

同じ変位だけでは同じ動きとはいえない

例えば $y=0$ は、媒質部分が上向きに平衡位置を通過するときにも、下向きに通過するときにも現れる。時間グラフでは、曲線が右上がりに $y=0$ を通るか、右下がりに通るかも確かめる。空間グラフの右上がり・右下がりは場所による変位の違いであり、それだけで各部分の上下の運動方向を示すわけではない。

©ミライコーチング

波形の移動と媒質部分の振動

波が一定の速さ v で右へ進むと、同じ形の山や谷は後の時刻には右側へ現れる。移動距離は「波が伝わる速さ × 経過時間」である。左へ進む場合には、同じ形が左側へ現れる。

ただし、形が横に移動することと、ひもの同じ部分が横に移動することは別である。部分 A は平衡位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ のまま、変位 y を変える。波形を横に移した後、**もとの A の位置に縦線を立てて、新しい波形との交点を読む**と、A のその時刻の変位が分かる。

波のグラフの読み方

最初に「横軸は位置か、時刻か」「何を固定したか」を言葉にする。進む波を調べるときは、波形の横移動を追い、媒質部分の動きは固定した位置で縦方向に読み取る。

例題で確かめる

例題 1：空間の繰り返しと時間の繰り返し

導入の二つのグラフは、同じ右向きに進む波の記録である。縦軸の変位 y はどちらも cm 単位であり、空間グラフは $t = 0\,\mathrm{s}$ 固定、時間グラフは A の平衡位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ 固定である。

例題 1(1) 空間グラフから振幅と波長 λ を求めよ。

例題 1(2) 時間グラフから振幅、周期 T、振動数 f を求めよ。

例題 1(3) 波の伝わる速さ v を求めよ。

例題 1(4) 両グラフで横軸の隣り合う大きな目盛の差を、それぞれ単位付きで答えよ。

例題 1(5) 空間グラフだけから周期を決められるか。また、時間グラフだけから波長を決められるか。理由を付けて答えよ。

©ミライコーチング

解答・解説

例題 1(1) 縦軸の最大値は $+2\,\mathrm{cm}$、最小値は $-2\,\mathrm{cm}$ なので、振幅は $2\,\mathrm{cm}$ である。山は $x = 0.30\,\mathrm{m}$、次の谷は $x = 0.90\,\mathrm{m}$ にあり、その距離が半波長に当たる。

$$\begin{aligned}\frac{\lambda}{2} &= 0.90\,\mathrm{m} - 0.30\,\mathrm{m}\\ &= 0.60\,\mathrm{m}\\ \lambda &= 1.20\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

例題 1(2) 時間グラフの振幅も $2\,\mathrm{cm}$ である。部分 A は $t = 0\,\mathrm{s}$ と $t = 0.40\,\mathrm{s}$ に、上向きに $y = 0$ を通過する。隣り合う同じ動き方の間隔が一周期なので、$T = 0.40\,\mathrm{s}$ となる。振動数は 1 秒間の振動回数だから、

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.40\,\mathrm{s}} = 2.5\,\mathrm{Hz}$$

となる。$t = 0.10\,\mathrm{s}$ の正の最大変位と $t = 0.30\,\mathrm{s}$ の負の最大変位の時間差 $0.20\,\mathrm{s}$ は半周期である。

例題 1(3) 波が一周期の間に一波長だけ進むことを用いる。

$$\begin{aligned}v &= \frac{\lambda}{T}\\ &= \frac{1.20\,\mathrm{m}}{0.40\,\mathrm{s}}\\ &= 3.0\,\mathrm{m/s}\end{aligned}$$

これは**波形が水平方向へ伝わる速さ**であり、A が上下に動く速さを表す値ではない。

例題 1(4) 空間グラフでは $0.30\,\mathrm{m}$、時間グラフでは $0.10\,\mathrm{s}$ である。数値を読むときは単位も必ず付ける。

例題 1(5) どちらも決められない。空間グラフは一瞬の場所ごとの変位を表し、時間の繰り返しを示さない。時間グラフは A だけの時刻ごとの変位を表し、異なる場所どうしの距離を示さない。本例のように二つの記録を対応させて初めて、両方の量が分かる。

例題 2：右へ進む波と部分 A の動き

導入の空間グラフの波が、形を変えず $3.0\,\mathrm{m/s}$ で右へ進む。時刻 $t = 0\,\mathrm{s}$ に部分 A の平衡位置は $x = 0.60\,\mathrm{m}$ で、変位は $0\,\mathrm{cm}$ である。

例題 2(1) $0.10\,\mathrm{s}$ 後、波形はどちらへ何 m 移動するか。

例題 2(2) $t = 0.10\,\mathrm{s}$ の A の変位を求めよ。また、$t = 0\,\mathrm{s}$ の直後、A は上向き・下向きのどちらへ動くか。

例題 2(3) $t = 0.10\,\mathrm{s}$ における A の変位を、その時刻の空間グラフと A の時間グラフの両方で照合せよ。

例題 2(4) A の $t = 0.20\,\mathrm{s}$ の変位を、時間グラフから求めよ。

©ミライコーチング

解答・解説

例題 2(1) 波形が移動する距離は、

$$(3.0\,\mathrm{m/s}) \times (0.10\,\mathrm{s}) = 0.30\,\mathrm{m}$$

である。右向きに進むので、波形全体は右へ 0.30 m 移動する。

次の上下二つの図は、同じひもの**別々の時刻の空間グラフ**である。上が $t = 0\,\mathrm{s}$、下が $t = 0.10\,\mathrm{s}$ である。

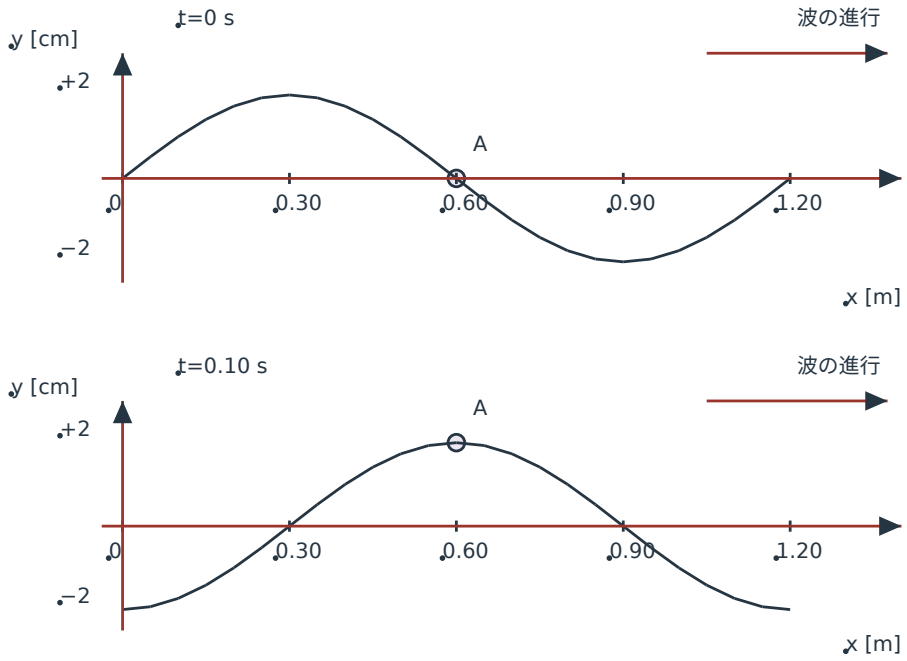


図 3　右へ平行移動する波形と、同じ平衡位置の媒質部分 A の変位を区別する。

例題 2(2) A の平衡位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ は変わらない。右へ移った波形をその位置で読むと、$t = 0.10\,\mathrm{s}$ の A の変位は $+2\,\mathrm{cm}$ である。最初の空間グラフでは A の位置で右下がりになっており、右へ進む波形を固定位置で追うと、A の変位は 0 から正へ増える。したがって A は最初、**上向き**に動く。

例題 2(3) $t = 0.10\,\mathrm{s}$ の空間グラフで $x = 0.60\,\mathrm{m}$ を読むと $y = +2\,\mathrm{cm}$ である。一方、A の時間グラフで $t = 0.10\,\mathrm{s}$ を読むと、やはり $y = +2\,\mathrm{cm}$ である。どちらも「$x = 0.60\,\mathrm{m}$、$t = 0.10\,\mathrm{s}$ の同じ媒質部分 A」の変位を示すため一致する。

例題 2(4) A の時間グラフで $t = 0.20\,\mathrm{s}$ を読むと、$y = 0\,\mathrm{cm}$ である。このとき A は下向きに平衡位置を通過する。

例題 3：同じ初期波形が左へ進んだら

時刻 $t = 0\,\mathrm{s}$ の**形と目盛だけ**を導入の空間グラフと同じにした別の波を考える。ただし、この波は右向きではなく、$3.0\,\mathrm{m/s}$ で**左向き**に伝わる。A の平衡位置は $x = 0.60\,\mathrm{m}$、初期変位は $0\,\mathrm{cm}$ である。

例題 3(1) $0.10\,\mathrm{s}$ 後、波形はどちらへ何 m 移動するか。

例題 3(2) $t = 0.10\,\mathrm{s}$ の A の変位を求めよ。また、A は $t = 0\,\mathrm{s}$ の直後にどちらへ動くか。

例題 3(3) 右向きに進む例題 2 と比較し、同じ初期形でも A の最初の振動方向が異なる理由を説明せよ。

例題 3(4) 進行方向の記載のない $t = 0\,\mathrm{s}$ の空間グラフ一枚だけから、A が最初に上向きか下向きかを決められるか。

©ミライコーチング

解答・解説

例題 3(1) 移動距離は 0.30 m であり、進行方向に合わせて波形は左へ移動する。

$$(3.0\,\mathrm{m/s}) \times (0.10\,\mathrm{s}) = 0.30\,\mathrm{m}$$

次の上段は $t = 0\,\mathrm{s}$、下段は $t = 0.10\,\mathrm{s}$ の空間グラフである。進行方向だけが例題 2 と反対になっている。

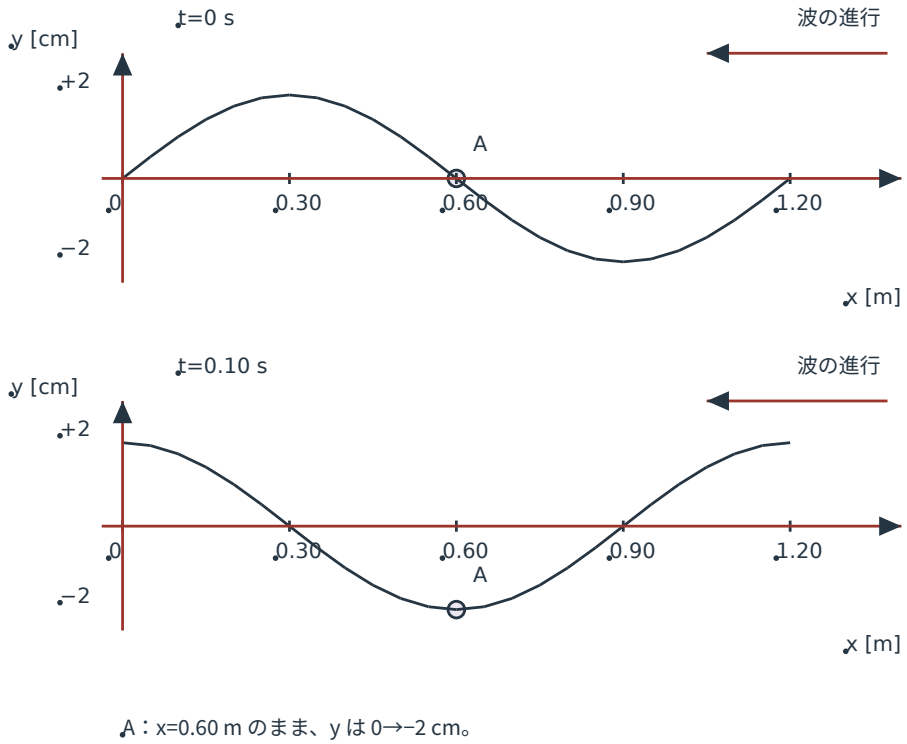


図 4　左へ平行移動する波形と、同じ平衡位置の媒質部分 A の変位を区別する。

例題 3(2) A の平衡位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ のままで、後の波形の変位を読むと $-2\,\mathrm{cm}$ である。A は変位 0 から負の方向へ向かうため、最初は**下向き**に動く。

例題 3(3) 右進行では A の左側にあった正の変位の部分が A に近づく。一方、左進行では A の右側にあった負の変位の部分が A に近づく。同じ時刻の形でも、どちら側の形が次に来るかが異なるため、A の動く向きは反対になる。

例題 3(4) 決められない。空間グラフ一枚は、その瞬間に各場所がどれだけ変位しているかを示すだけである。進行方向や別の時刻の記録がなければ、A の変位がこれから増えるか減るかは定まらない。

演習問題

演習 1：横軸と固定量を見抜く

あるひもを伝わる波について、次の二つの記録がある。

- 記録甲：時刻 $t = 0.50\,\mathrm{s}$ に固定し、横軸 x（m）、縦軸 y（cm）に各場所の変位を描いた。
- 記録乙：ひもの平衡位置 $x = 0.15\,\mathrm{m}$ の部分 B に固定し、横軸 t（s）、縦軸 y（cm）に B の変位を描いた。

演習 1(1) 甲と乙はそれぞれ空間グラフ・時間グラフのどちらか答えよ。

演習 1(2) 甲・乙のそれぞれについて、横軸の右隣の点へ進むと何が変わり、何が固定されたままか説明せよ。

演習 1(3) 甲だけから周期が決められない理由と、乙だけから波長が決められない理由を説明せよ。

解説参照：巻末「演習 1 の解答」の演習 1(1)〜演習 1(3)。

演習 2：変位ゼロの二つの通過

導入の部分 A の時間グラフを用いる。A の平衡位置は常に $x = 0.60\,\mathrm{m}$、縦軸は上向きを正とする。

演習 2(1) $t = 0\,\mathrm{s}$ と $t = 0.20\,\mathrm{s}$ の変位 y をそれぞれ求めよ。

演習 2(2) その二つの時刻に A は上向き・下向きのどちらへ平衡位置を通過するか、それぞれ答えよ。

演習 2(3) この二つの時刻は A が同じ動き方に戻った時刻といえるか。理由を述べよ。

演習 2(4) $t = 0.10\,\mathrm{s}$ の正の最大変位から $t = 0.30\,\mathrm{s}$ の負の最大変位までの時間は、周期の何倍か答えよ。

解説参照：巻末「演習 2 の解答」の演習 2(1)〜演習 2(4)。

演習 3：進む向きで A の動きはどう変わるか

導入の空間グラフと同じ初期波形をもつ二つのひもを考える。ひも①では波が右へ、ひも②では波が左へ、いずれも $3.0\,\mathrm{m/s}$ で形を変えずに伝わる。両方とも A の平衡位置は $x = 0.60\,\mathrm{m}$、$t = 0\,\mathrm{s}$ の A の変位は $0\,\mathrm{cm}$ である。

演習 3(1) $0.10\,\mathrm{s}$ 後の波形の移動方向と移動距離を、ひも①・ひも②それぞれについて答えよ。

演習 3(2) $t = 0.10\,\mathrm{s}$ の A の変位を、ひも①・ひも②それぞれについて答えよ。

演習 3(3) ひも①・ひも②の A の平衡位置 x は、波形とともに動くか。理由を述べよ。

演習 3(4) $t = 0\,\mathrm{s}$ の初期波形だけを見て、A の上下の運動方向を一意に言えない理由を説明せよ。

解説参照：巻末「演習 3 の解答」の演習 3(1)〜演習 3(4)。

©ミライコーチング

演習 4：cm と ms のグラフを対応させる

ある一様なひもを伝わる波について、次の二つのグラフの読取り結果を得た。二つは同じ波の記録である。

- 空間グラフ：ある時刻を固定し、横軸を平衡位置 x（cm）、縦軸を変位 y（cm）とした。隣り合う山の位置は $x = 20\,\mathrm{cm}$、$x = 60\,\mathrm{cm}$ であった。
- 時間グラフ：ある一つの媒質部分の位置を固定し、横軸を時刻 t（ms）、縦軸を変位 y（cm）とした。隣り合う上向きの $y = 0$ 通過は $t = 0\,\mathrm{ms}$、$t = 50\,\mathrm{ms}$ にあった。$1\,\mathrm{ms} = 0.001\,\mathrm{s}$ とする。

演習 4(1) 波長 λ を cm と m の両方で答えよ。

演習 4(2) 周期 T を ms と s の両方で答えよ。

演習 4(3) 振動数 f と波の伝わる速さ v を、それぞれ Hz、m/s で求めよ。

演習 4(4) 時間グラフの横軸の 50 を $50\,\mathrm{cm}$ と読み替えて波長を求めることが誤りである理由を説明せよ。

解説参照：巻末「演習 4 の解答」の演習 4(1)〜演習 4(4)。

演習 5：同じ時空点で二つの記録を照合する

一つの右向きに進む波を、$t = 0.10\,\mathrm{s}$ に撮影した空間グラフでは、平衡位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ の部分 A の変位が $+2\,\mathrm{cm}$ と読めた。また、平衡位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ に固定して観測した A の時間グラフでは、$t = 0.10\,\mathrm{s}$ の変位が $+2\,\mathrm{cm}$、$t = 0.20\,\mathrm{s}$ の変位が $0\,\mathrm{cm}$ と読めた。

演習 5(1) 二つのグラフで $+2\,\mathrm{cm}$ が一致していることは、どの位置と時刻を対応させた結果か答えよ。

演習 5(2) $t = 0.20\,\mathrm{s}$ の A の変位を求めるには、記載された二つのグラフのどちらを直接使えばよいか。理由も説明せよ。

演習 5(3) 「$t = 0.10\,\mathrm{s}$ に A は $x = 0.60\,\mathrm{m}$ から $x = 0.90\,\mathrm{m}$ へ動いた」という説明が、このモデルでは誤りである理由を述べよ。

解説参照：巻末「演習 5 の解答」の演習 5(1)〜演習 5(3)。

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答：横軸と固定量を見抜く

演習 1(1) 甲は空間グラフ、乙は時間グラフである。甲の横軸は位置 x、乙の横軸は時刻 t だからである。

演習 1(2) 甲では、固定時刻 $t = 0.50\,\mathrm{s}$ のまま、見る場所 x が変わる。乙では、同じ媒質部分 B の平衡位置 $x = 0.15\,\mathrm{m}$ を固定したまま、時刻 t が変わる。

演習 1(3) 甲は一瞬の各場所の変位しか示さないため、同じ部分が一振動する時間は読めない。乙は一つの部分 B の時間変化しか示さないため、離れた二つの山の間の空間的な距離は読めない。したがって、甲だけでは周期、乙だけでは波長を決められない。

演習 2 の解答：変位ゼロの二つの通過

演習 2(1) $t = 0\,\mathrm{s}$ でも $t = 0.20\,\mathrm{s}$ でも、$y = 0\,\mathrm{cm}$ である。

演習 2(2) $t = 0\,\mathrm{s}$ には時間グラフが右上がりに $y = 0$ を通るので、A は**上向き**である。$t = 0.20\,\mathrm{s}$ には右下がりに通るので、A は**下向き**である。

演習 2(3) 同じ動き方に戻ったとはいえない。変位は同じ $0\,\mathrm{cm}$ でも、通過方向が反対である。この二時刻の差 $0.20\,\mathrm{s}$ は周期 $0.40\,\mathrm{s}$ の半分である。

演習 2(4) $0.30\,\mathrm{s} - 0.10\,\mathrm{s} = 0.20\,\mathrm{s}$ なので、$\frac{0.20\,\mathrm{s}}{0.40\,\mathrm{s}} = \frac{1}{2}$、すなわち**半周期**である。

演習 3 の解答：進む向きで A の動きはどう変わるか

演習 3(1) どちらも移動距離の大きさは

$$(3.0\,\mathrm{m/s}) \times (0.10\,\mathrm{s}) = 0.30\,\mathrm{m}$$

である。ひも①の波形は右へ $0.30\,\mathrm{m}$、ひも②の波形は左へ $0.30\,\mathrm{m}$ 移動する。

演習 3(2) ひも①では A の変位は $+2\,\mathrm{cm}$、ひも②では $-2\,\mathrm{cm}$ である。ひも①では初期の A の左側にある山が右へ来る。ひも②では初期の A の右側にある谷が左へ来るためである。

演習 3(3) どちらも A の平衡位置は $x = 0.60\,\mathrm{m}$ のままであり、波形とともに横移動しない。この問題のひもは各部分が上下に振動するモデルなので、進むのは波の形である。

演習 3(4) 一瞬の空間グラフだけでは、次の時刻に波形が右から来るのか左から来るのかが分からない。同じ初期形でも、進行方向によって A の変位が増えるか減るかが逆になるためである。

演習 4 の解答：cm と ms のグラフを対応させる

演習 4(1) 隣り合う山の距離が波長なので、

$$\begin{aligned}\lambda &= 60\,\mathrm{cm} - 20\,\mathrm{cm} \\ &= 40\,\mathrm{cm} = 0.40\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

となる。

演習 4(2) 隣り合う同じ上向きの平衡位置通過までの時間が周期である。

$$\begin{aligned}T &= 50\,\mathrm{ms} - 0\,\mathrm{ms} \\ &= 50\,\mathrm{ms} = 0.050\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

演習 4(3) 単位を m と s にそろえてから計算する。

$$f = \frac{1}{0.050\,\mathrm{s}} = 20\,\mathrm{Hz}$$

$$v = \frac{0.40\,\mathrm{m}}{0.050\,\mathrm{s}} = 8.0\,\mathrm{m/s}$$

演習 4(4) 時間グラフの横軸は時刻 t（ms）であり、50 は $50\,\mathrm{ms}$ を意味する。これは空間内の二地点の距離ではない。波長を求めるには、空間グラフで横軸 x（cm）の山と山の間隔を読む必要がある。

演習 5 の解答：同じ時空点で二つの記録を照合する

演習 5(1) 平衡位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ と時刻 $t = 0.10\,\mathrm{s}$ を対応させた結果である。空間グラフではその時刻を固定して A の場所を読み、時間グラフでは A の場所を固定してその時刻を読む。どちらも同じ時空点での変位 $+2\,\mathrm{cm}$ を表す。

演習 5(2) A の時間グラフを直接使う。位置 $x = 0.60\,\mathrm{m}$ を固定して、時刻 $t = 0.20\,\mathrm{s}$ の値を読めるため、変位は $0\,\mathrm{cm}$ である。与えられた空間グラフは $t = 0.10\,\mathrm{s}$ の記録なので、それ一枚から $0.20\,\mathrm{s}$ の値を直接読むことはできない。

演習 5(3) x は A の**平衡位置**であり、このモデルでは $0.60\,\mathrm{m}$ から変わらない。$0.30\,\mathrm{m}$ の横移動は、$3.0\,\mathrm{m/s}$ の波の山や谷が $0.10\,\mathrm{s}$ 間に進む距離であって、A 自体の水平移動ではない。A はその場所で上下に振動する。

©ミライコーチング