第 087 講 一様電場中の運動

この講でできるようになること

- 電荷の正負から電気力と加速度の向きを判断し、運動方程式を立てられる。
- 初速度と加速度を区別し、一直線上の運動や途中で向きが変わる運動を説明できる。
- 電場に垂直に入射する粒子の運動を成分に分け、位置・速度・軌道を求められる。
- 電場が存在する領域と存在しない領域を区別し、粒子の運動を追跡できる。

1. 電場の中で粒子はどちらへ動くか

電場の中に電荷をもつ粒子を置くと、その粒子には電気力が働く。では、粒子は必ず電場の向きへ動くのだろうか。

答えは電荷の符号と初めの運動状態によって異なる。電場の向きだけで決まるのは正電荷が受ける力の向きであり、粒子が実際に動く向きまで決まるわけではない。

本講では、質量 $m>0$、電気量 q がそれぞれ一定である架空の点粒子を考える。外部電場は指定された領域で一様かつ時間変化しないものとし、粒子の運動は非相対論的に扱う。重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視し、電気力以外の力が働かない理想的な状況を基本とする。

電気力と運動方程式をつなぐ

電場を $\vec{E}$、粒子が受ける電気力を $\vec{F}$ とすると、

$$\vec{F}=q\vec{E}$$

である。電気量 q は符号を含む量であり、正電荷では力が電場と同じ向き、負電荷では逆向きになる。

粒子に働く力がこの電気力だけなら、運動方程式は

$$m\vec{a}=q\vec{E}$$

となる。したがって、

$$\vec{a}=\frac{q}{m}\vec{E}$$

である。

質量 m と電気量 q が一定で、外部電場 $\vec{E}$ も一定なら、加速度 $\vec{a}$ は一定になる。

電気力から運動を判断する順序

電荷の符号から電気力の向きを決め、運動方程式から加速度の向きを決める。その後、初速度を考慮して運動を判断する。

電場の向き、電気力・加速度の向き、速度の向きは区別する必要がある。

©ミライコーチング

符号と単位を確かめる

右向きを正とし、右向きの一様電場の大きさを $E>0$ とする。このとき電場の右向き成分は $E_x=+E$ である。

電気量	電気力の右向き成分 F_x	加速度の右向き成分 a_x
$q>0$	正（右向き）	正（右向き）
$q<0$	負（左向き）	負（左向き）
$q=0$	0	0

電場の単位は N/C、電気量の単位は C、質量の単位は kg である。

電場と電気量の積では、

$$\mathrm{C}\times\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}=\mathrm{N}$$

となり、力の単位が得られる。さらに、力を質量で割ると加速度の単位 $\mathrm{m/s^2}$ になる。

計算では、次の換算にも注意する。

$$1.0\,\mathrm{g}=1.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg}$$

$$1.0\,\mu\mathrm{C}=1.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}$$

電場の大きさが同じでも、電荷の符号を変えれば加速度の向きが反転する。一方、粒子がどちらへ動いているかは、その時点の速度を調べなければ分からない。

2. 電場と同じ直線上の運動

粒子が電場と同じ直線上を動く場合、正方向を固定すれば一次元の等加速度運動として扱える。

粒子の初期位置を x_0、初速度を v_0、一定の加速度を a とし、時刻 $t=0$ から測る。

速度と位置は、

$$v=v_0+at$$

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

である。

加速度が電気力だけで決まる今回の模型では、電場の右向き成分を E_x とすると、

$$a=\frac{qE_x}{m}$$

を代入すればよい。

ここで、位置 x は原点を基準にした符号付きの量、速度 v は向きを含む量である。速さは速度の大きさ $|v|$ であり、負の速さは存在しない。

静止から動き出す場合

初速度が $v_0=0$ なら、

$$v=at,\qquad x-x_0=\frac{1}{2}at^2$$

となる。

正電荷を静止させてから放せば電場の向きへ、負電荷なら電場と逆向きへ動き出す。

例題 1

質量 $m = 1.0\,\mathrm{g}$ の架空の点粒子を、右向きの一様電場 $E = 2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}$ 中で運動させる。右向きを x 軸の正方向とし、原点を $x = 0$ とする。

粒子の質量と電気量は一定であり、外部電場も時間変化しない。非相対論的な点粒子模型とし、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。

例題 1(1) 電気量が $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ のとき、粒子に働く電気力の右向き成分 F_x と加速度 a を求めよ。

例題 1(2) 例題 1(1)の粒子を時刻 $t = 0$ に原点で静止させ、自由に動かす。$t = 0.50\,\mathrm{s}$ における速度 v と位置 x を求めよ。

例題 1(3) 電気量だけを $q = -2.0\,\mu\mathrm{C}$ に変え、ほかの条件と初期状態を例題 1(2)と同じにする。$t = 0.50\,\mathrm{s}$ における電気力、加速度、速度、位置、速さを求めよ。

解答・解説　例題 1(1) 電気力は右向きで $F_x = +4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$、加速度は $a = +4.0\,\mathrm{m/s^2}$ である。

まず単位をそろえる。

$$m = 1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$$

$$q = +2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

電気力を求めると、

$$\begin{aligned} F_x &= qE \\ &= \left(+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}\right) \\ &\quad \times \left(2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}\right) \\ &= +4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。運動方程式 $ma = F_x$ より、

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_x}{m} \\ &= \frac{+4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}}{1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}} \\ &= +4.0\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　例題 1(2) 速度は $v = +2.0\,\mathrm{m/s}$、位置は $x = +0.50\,\mathrm{m}$ である。

初速度 $v_0 = 0$ なので、

$$\begin{aligned} v &= 0 + (+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= +2.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。位置については、

$$\begin{aligned} x &= 0 + \frac{1}{2}at^2 \\ &= \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= +0.50\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。粒子は右向きに加速しながら右へ移動している。

解答・解説　例題 1(3) 電気力は $-4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$、加速度は $-4.0\,\mathrm{m/s^2}$、速度は $-2.0\,\mathrm{m/s}$、位置は $-0.50\,\mathrm{m}$、速さは $2.0\,\mathrm{m/s}$ である。

電荷の符号が反転したため、

$$\begin{aligned} F_x &= (-2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}) \\ &= -4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} \\ a &= \frac{-4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}}{1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}} \\ &= -4.0\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

となる。

初めは静止していたので、

$$\begin{aligned} v &= (-4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= -2.0\,\mathrm{m/s} \\ x &= \frac{1}{2}(-4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= -0.50\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。負の速度は左向きの運動を意味する。速さはその大きさであるため、$2.0\,\mathrm{m/s}$ となる。

加速度と速度が逆向きのとき

正電荷で加速度が右向きでも、初めの速度が左向きなら、粒子は直ちに右へ進むわけではない。

初めは左へ進みながら速さが小さくなり、速度が 0 になった後、右へ進み始める場合がある。

速度が 0 になる時刻を t_{s} とすると、$a \neq 0$ の場合、

$$0 = v_0 + a t_{\mathrm{s}}$$

より、

$$t_{\mathrm{s}} = -\frac{v_0}{a}$$

を得る。

ただし、未来に停止する時刻として意味をもつのは $t_{\mathrm{s}} > 0$ の場合である。計算結果が負なら、時刻 $t = 0$ より後の停止を示していない。

停止している瞬間も力は働く

速度 $v = 0$ は、その瞬間に位置が変化していないことを表す。一方、加速度 a は速度が変化する割合である。

したがって、停止した瞬間でも電気力と加速度が 0 になるとは限らない。一定の電気力が働き続ければ、その後に速度の向きが反転する。

例題 2

右向きに大きさ $E = 2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}$ の一様電場がある。質量 $m = 1.0\,\mathrm{g}$、電気量 $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ の架空の点粒子を、時刻 $t = 0$ に原点から左向きの初速度 $v_0 = -2.0\,\mathrm{m/s}$ で運動させる。

右向きを正とする。質量・電気量は一定で、外部電場は時間変化しない。非相対論的な点粒子模型とし、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。

例題 2(1) 粒子がいったん停止する時刻と位置を求めよ。

例題 2(2) $t = 1.0\,\mathrm{s}$ における速度と位置、および 0 から $1.0\,\mathrm{s}$ までの変位と移動距離を求めよ。

例題 2(3) 粒子が停止した瞬間の電気力と加速度を求め、その後どちらへ動くか説明せよ。

解答・解説　例題 2(1) 停止時刻は $t = 0.50\,\mathrm{s}$、停止位置は $x = -0.50\,\mathrm{m}$ である。

右向きの電気力から、加速度は $a = +4.0\,\mathrm{m/s^2}$ となる。

速度が 0 になる条件を使うと、

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{s}} &= -\frac{v_0}{a} \\ &= -\frac{-2.0\,\mathrm{m/s}}{+4.0\,\mathrm{m/s^2}} \\ &= 0.50\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

である。この時刻は正なので、運動開始後の停止を意味する。

停止位置は、

$$\begin{aligned} x &= v_0 t_{\mathrm{s}} + \frac{1}{2} a t_{\mathrm{s}}^2 \\ &= (-2.0\,\mathrm{m/s})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &\quad + \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= -1.0\,\mathrm{m} + 0.50\,\mathrm{m} \\ &= -0.50\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

解答・解説　例題 2(2) $t = 1.0\,\mathrm{s}$ の速度は $+2.0\,\mathrm{m/s}$、位置は $0\,\mathrm{m}$、変位は $0\,\mathrm{m}$、移動距離は $1.0\,\mathrm{m}$ である。

速度は、

$$\begin{aligned} v &= (-2.0\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad + (+4.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s}) \\ &= +2.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。位置は、

$$\begin{aligned} x &= (-2.0\,\mathrm{m/s})(1.0\,\mathrm{s}) \\ &\quad + \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s})^2 \\ &= 0\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

初めと終わりの位置が同じなので、変位は $0\,\mathrm{m}$ である。

しかし、粒子は原点から $-0.50\,\mathrm{m}$ の位置まで進んでから戻っている。したがって移動距離は、

$$0.50\,\mathrm{m} + 0.50\,\mathrm{m} = 1.0\,\mathrm{m}$$

である。

解答・解説　例題 2(3) 停止した瞬間も右向きに $4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$ の電気力が働き、加速度は右向きに $4.0\,\mathrm{m/s^2}$ である。その後、粒子は右へ動き始める。

停止の瞬間は速度だけが 0 になる。電荷と電場は変わらないので電気力は消えず、右向きの加速度が続くため、速度は負から正へ変わる。

3. 電場に垂直に入る粒子の運動

次に、粒子が電場と垂直な方向へ入る場合を考える。

一様電場が上向きにあり、粒子を原点から右向きに打ち出す。右を x 軸の正方向、上を y 軸の正方向とする。

ここでも、質量 $m > 0$ と電気量 q が一定の架空の点粒子を非相対論的に扱い、外部電場は一様かつ時間変化しないものとする。重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。

初速度を、

$$v_{0x} > 0, \qquad v_{0y} = 0$$

とする。

横方向は等速、縦方向は等加速度

電場が上向きなので、電気力の x 成分は 0 である。

運動方程式を各方向に分けると、

$$ma_x = 0$$
$$ma_y = qE$$

となる。ただし $E > 0$ は上向き電場の大きさである。

したがって、

$$a_x = 0, \qquad a_y = \frac{qE}{m}$$

である。

x 方向には力が働かないので、初めの右向き速度が保たれる。一方、y 方向の速度は電気力によって変化する。

原点を出発し、$t = 0$ からの時間を用いると、

$$x = v_{0x}t$$
$$y = \frac{qE}{2m}t^2$$

であり、速度成分は、

$$v_x = v_{0x}$$
$$v_y = \frac{qE}{m}t$$

である。

正電荷なら y 方向の加速度は正、負電荷なら負になる。ただし、どちらも x 方向には一定の正の速度をもつ。

時間を消去すると軌道が分かる

$x = v_{0x}t$ から、

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

である。これを y の式に代入すると、

$$y = \frac{qE}{2mv_{0x}^2}x^2$$

となる。

これは時刻 t に対する位置の変化ではなく、**空間内の横位置 x と縦位置 y の関係**である。

係数が正なら上向き、負なら下向きに曲がる放物線となる。粒子が描く軌道は電気力線とは異なる。

電場方向と初速度の向きで運動を分ける

初速度が電場と同じ直線上にあるときは、正負いずれの向きでも一直線上の運動になる。

初速度が電場に垂直な場合は、電場に垂直な方向へ等速で進みながら、電場方向の成分が等加速度運動をするため、空間軌道は放物線になる。

一般の初速度についても、各方向の速度成分と加速度成分に分けて考えればよい。

例題 3

上向きの一様電場 $E = 2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}$ 中へ、質量 $m = 1.0\,\mathrm{g}$ の架空の点粒子を原点から右向きに入射させる。

初速度は $v_{0x} = 2.0\,\mathrm{m/s}$、$v_{0y} = 0$ とし、右向きを x の正方向、上向きを y の正方向とする。

電気量は各実験中一定であり、外部電場も時間変化しない。非相対論的な点粒子模型を用い、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。電場は運動を考える範囲全体に存在する。

例題 3(1) 電気量が $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ のとき、$t = 1.0\,\mathrm{s}$ における位置 (x, y) と速度成分 $\left(v_x, v_y\right)$ を求めよ。

例題 3(2) 例題 3(1)の粒子の $t = 1.0\,\mathrm{s}$ における速さと、空間軌道 $y(x)$ の式を求めよ。

例題 3(3) 電気量だけを $q = -2.0\,\mu\mathrm{C}$ に変え、ほかの条件は同じとして別の実験を行う。$t = 1.0\,\mathrm{s}$ における位置、速度成分、速さ、および軌道の曲がる向きを求めよ。

解答・解説　例題 3(1) 位置は $(x, y) = (2.0\,\mathrm{m}, 2.0\,\mathrm{m})$、速度成分は $\left(v_x, v_y\right) = (2.0\,\mathrm{m/s}, 4.0\,\mathrm{m/s})$ である。

上向きの加速度は、

$$
\begin{aligned}
a_y &= \frac{qE}{m} \\
&= \frac{(+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C})}{1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}} \\
&= +4.0\,\mathrm{m/s^2}
\end{aligned}
$$

となる。

x 方向は等速運動なので、

$$x = (2.0\,\mathrm{m/s})(1.0\,\mathrm{s}) = 2.0\,\mathrm{m}$$

である。y 方向は初速度が 0 の等加速度運動なので、

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}a_y t^2 \\ &= \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s})^2 \\ &= +2.0\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

速度成分は、

$$\begin{aligned} v_x &= 2.0\,\mathrm{m/s} \\ v_y &= 0 + (+4.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s}) \\ &= +4.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　例題 3(2) 速さは $\sqrt{20}\,\mathrm{m/s} \approx 4.47\,\mathrm{m/s}$、空間軌道は $y = (0.50\,\mathrm{m^{-1}})x^2$ である。

直交する速度成分から、三平方の定理を使って速さを求める。

$$\begin{aligned} |\,\vec{v}\,| &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(2.0\,\mathrm{m/s})^2 + (4.0\,\mathrm{m/s})^2} \\ &= \sqrt{20}\,\mathrm{m/s} \\ &\approx 4.47\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

軌道の式は、

$$y = \frac{qE}{2mv_{0x}^2}x^2$$

である。係数を計算すると、

$$\begin{aligned} \frac{qE}{2mv_{0x}^2} &= \frac{(+4.0\times10^{-3}\,\mathrm{N})}{2(1.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg})(2.0\,\mathrm{m/s})^2} \\ &= 0.50\,\mathrm{m^{-1}} \end{aligned}$$

となる。

したがって、

$$y = (0.50\,\mathrm{m^{-1}})x^2$$

である。

x と y の数値をともに m で表す場合は、数値どうしの関係を $y = 0.50x^2$ と略記できる。ただし、この略記の係数 0.50 を無単位の物理量と解釈してはならず、物理量の式では係数の単位が $\mathrm{m^{-1}}$ である。

解答・解説　例題 3(3) 位置は $(2.0\,\mathrm{m}, -2.0\,\mathrm{m})$、速度成分は $(2.0\,\mathrm{m/s}, -4.0\,\mathrm{m/s})$、速さは $\sqrt{20}\,\mathrm{m/s} \approx 4.47\,\mathrm{m/s}$ であり、軌道は下向きに曲がる。

電場は上向きのままであるが、電荷が負なので、

$$a_y = -4.0\,\mathrm{m/s^2}$$

となる。

x 方向は変わらず、

$$x = (2.0\,\mathrm{m/s})(1.0\,\mathrm{s}) = 2.0\,\mathrm{m}$$

である。一方、

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(-4.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s})^2 \\ &= -2.0\,\mathrm{m} \\ v_y &= (-4.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s}) \\ &= -4.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。

速さは方向を含まないため、

$$\begin{aligned} |\,\vec{v}\,| &= \sqrt{(2.0\,\mathrm{m/s})^2 + (-4.0\,\mathrm{m/s})^2} \\ &= \sqrt{20}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

であり、正電荷の場合と同じである。

空間軌道は、

$$y = (-0.50\,\mathrm{m^{-1}})x^2$$

となる。

正電荷と負電荷の軌道を図で比べる

次の図は、例題 3 の条件で行う正電荷と負電荷の**別々の実験**を重ねて比較したものである。どちらも上向きの一様電場中で、原点 O から右向きに $2.0\,\mathrm{m/s}$ で出発する。

横軸 x と縦軸 y は空間座標で単位はいずれも m である。時間が進むにつれて各粒子は右へ進み、正電荷は上向き、負電荷は下向きに曲がる。実線と破線は粒子の軌道であり、電気力線ではない。A と B はそれぞれの実験で $t = 1.0\,\mathrm{s}$ に到達する位置を表し、源電荷でも、同時に存在して相互作用する別粒子でもない。

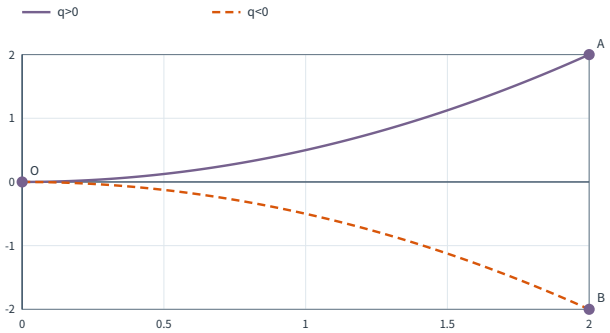


図 1　上向き一様電場中を右向き初速 2.0m/s で進む、正負電荷の別々の実験。横軸 x（m）・縦軸 y（m）の空間軌道。時間とともに右へ進む。実線は正電荷、破線は負電荷。

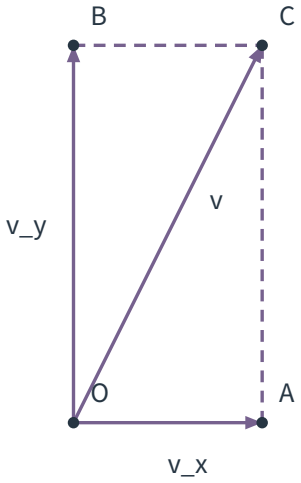
正負を変えると軌道の曲がる向きが逆になる。一方、今回の条件では x 方向の速度はどちらも正のままであり、時間とともに右へ進む点は共通している。

速度の向きは電場の向きと一致するとは限らない

次の図は、例題 3 の**正電荷だけ**を対象とした $t = 1.0\,\mathrm{s}$ の速度ベクトルの合成図である。

右向きの速度成分は $v_x = 2.0\,\mathrm{m/s}$、上向きの速度成分は $v_y = 4.0\,\mathrm{m/s}$ であり、合成速度は右上向き、大きさは $\sqrt{20}\,\mathrm{m/s}$ である。

図の描画上の 1 単位は $1\,\mathrm{m/s}$ に対応する。O は速度ベクトルの始点、A・B・C はベクトルを作図するための補助点であり、電荷の空間位置を表さない。破線は合成を理解するための作図補助である。この図は空間軌道、電場、電気力を表す図ではない。



この図は、例題 3 の正電荷の $t = 1.0\,\mathrm{s}$ における速度の合成である。右成分は $v_x = 2.0\,\mathrm{m/s}$、上成分は $v_y = 4.0\,\mathrm{m/s}$、合成速度の大きさは $\sqrt{20}\,\mathrm{m/s}$ である。描画上の 1 単位は $1\,\mathrm{m/s}$。O はベクトルの始点、A・B・C は作図用の補助点で電荷の位置ではなく、破線は作図補助である。空間軌道や電場・電気力の図ではない。

電場と加速度は上向きでも、粒子は右向きの速度成分を失わない。したがって、合成速度は上向きではなく右上向きになる。加速度は速度を変える向きを表し、速度そのものの向きを必ずしも表さない。

4. 電場が途中でなくなる場合

これまでは、粒子が運動する範囲全体に一様電場が存在するとした。しかし、実際の運動を理想化するときには、電場がある領域だけに存在すると設定することもできる。

電場のある領域では電気力によって加速し、その外では電場が 0 で、ほかの力も働かないなら加速度は 0 になる。

境界を通過するとき、電気力や加速度の値は変わり得る。しかし、理想模型で瞬間的な衝撃を加えない限り、粒子の速度が突然飛び変わることはない。

電場領域の出口でつなぐ量

出口では、位置と速度を連続につなぐ。

電場内では一定加速度の運動、電場外では等速直線運動として別々に計算する。電場の外まで同じ加速度を使い続けてはならない。

例題 4

質量 $m = 1.0\,\mathrm{g}$、電気量 $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ の架空の点粒子を、原点から右向きに $2.0\,\mathrm{m/s}$ で入射させる。初めの y 方向速度は 0 である。

右向きを x の正方向、上向きを y の正方向とし、$0 \le x \le 1.0\,\mathrm{m}$ にだけ、上向きで大きさ $2.0 \times 10^3\,\mathrm{N/C}$ の一様電場が存在するとする。y 方向には領域が十分広く、粒子は上下の境界に衝突しない。$x > 1.0\,\mathrm{m}$ では電場を 0 とし、端効果を無視する。

粒子の質量と電気量は一定で、領域内の外部電場は時間変化しない。非相対論的な点粒子模型とし、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。境界で衝撃を受けないものとする。

例題 4(1) 粒子が電場領域を出る時刻、出口での位置と速度成分を求めよ。

例題 4(2) 粒子がさらに進んで $x = 2.0\,\mathrm{m}$ に達するときの位置 (x, y) を求めよ。

例題 4(3) 出口から先で、粒子の軌道がそれまでと同じ放物線にならない理由を説明せよ。

解答・解説　例題 4(1) 出口時刻は $0.50\,\mathrm{s}$、位置は $(1.0\,\mathrm{m}, 0.50\,\mathrm{m})$、速度成分は $(2.0\,\mathrm{m/s}, 2.0\,\mathrm{m/s})$ である。

電場内では、

$$a_x = 0, \qquad a_y = +4.0\,\mathrm{m/s^2}$$

となる。x 方向の速度は一定なので、

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{out}} &= \frac{1.0\,\mathrm{m}}{2.0\,\mathrm{m/s}} \\ &= 0.50\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

である。

出口での y 座標は、

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{out}} &= \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= +0.50\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。速度成分は、

$$\begin{aligned} v_{x,\mathrm{out}} &= 2.0\,\mathrm{m/s} \\ v_{y,\mathrm{out}} &= (+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= +2.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　例題 4(2) $x = 2.0\,\mathrm{m}$ に達するときの位置は $(2.0\,\mathrm{m}, 1.50\,\mathrm{m})$ である。

電場外では加速度が 0 となり、出口の速度がそのまま保たれる。

出口から $x = 2.0\,\mathrm{m}$ までの経過時間を τ とすると、

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{2.0\,\mathrm{m} - 1.0\,\mathrm{m}}{2.0\,\mathrm{m/s}} \\ &= 0.50\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

である。この間の y 方向の変位は、

$$\begin{aligned} \Delta y &= (2.0\,\mathrm{m/s})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= +1.0\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

出口での $y = 0.50\,\mathrm{m}$ に加えると、

$$y = 0.50\,\mathrm{m} + 1.0\,\mathrm{m} = 1.50\,\mathrm{m}$$

である。

解答・解説　例題 4(3) 電場の外では電気力が 0 になり、加速度も 0 になるため、粒子は出口での速度を保って等速直線運動をする。

もし電場の外でも加速度 $+4.0\,\mathrm{m/s^2}$ が続くと誤って計算すれば、$x = 2.0\,\mathrm{m}$ で $y = 2.0\,\mathrm{m}$ となる。しかし、これは電場が $x = 1.0\,\mathrm{m}$ で終わるという条件に反する。

出口で速度が突然 0 になったり、y 方向の速度だけが消えたりすることもない。

5. 質量を変えると曲がり方はどうなるか

同じ電気量の粒子を同じ一様電場中で運動させるとき、

$$a_y = \frac{qE}{m}$$

である。

電気量 q、電場 E、初速度、観測する時刻を固定して質量だけを増やすと、加速度の大きさは小さくなる。

ただし、複数の条件を同時に変えた場合に、質量だけで曲がり方を比較することはできない。

例題 5

例題 3 の正電荷の実験と比較するため、質量だけを $m = 2.0\,\mathrm{g}$ に変更する。電気量は $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$、上向きの一様電場は $E = 2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}$ とし、原点から右向きに $v_{0x} = 2.0\,\mathrm{m/s}$、$v_{0y} = 0$ で出発させる。

右向きを x の正方向、上向きを y の正方向とする。架空の点粒子で、質量・電気量・外部電場は各実験中一定とする。非相対論的に扱い、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。電場は運動範囲全体に存在する。

例題 5(1) y 方向の加速度を求めよ。

例題 5(2) $t = 1.0\,\mathrm{s}$ における位置、速度成分、速さを求めよ。

例題 5(3) 質量 $1.0\,\mathrm{g}$ の場合と比較して、y 方向の変位がどう変化したか、固定した条件を明示して説明せよ。

解答・解説　例題 5(1) y 方向の加速度は $+2.0\,\mathrm{m/s^2}$ である。

質量を換算すると、

$$m = 2.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$$

である。したがって、

$$a_y = \frac{(+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C})}{2.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}}$$

$$= +2.0\,\mathrm{m/s^2}$$

となる。

解答・解説　例題 5(2) 位置は $(2.0\,\mathrm{m}, 1.0\,\mathrm{m})$、速度成分は $(2.0\,\mathrm{m/s}, 2.0\,\mathrm{m/s})$、速さは $\sqrt{8}\,\mathrm{m/s} \approx 2.83\,\mathrm{m/s}$ である。

x 方向は等速なので、

$$x = (2.0\,\mathrm{m/s})(1.0\,\mathrm{s}) = 2.0\,\mathrm{m}$$

である。y 方向は、

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(+2.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s})^2 \\ &= +1.0\,\mathrm{m} \\ v_y &= (+2.0\,\mathrm{m/s^2})(1.0\,\mathrm{s}) \\ &= +2.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。$v_x = 2.0\,\mathrm{m/s}$ だから、

$$\begin{aligned} |\,\vec{v}\,| &= \sqrt{(2.0\,\mathrm{m/s})^2 + (2.0\,\mathrm{m/s})^2} \\ &= \sqrt{8}\,\mathrm{m/s} \\ &\approx 2.83\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　例題 5(3) 質量を $1.0\,\mathrm{g}$ から $2.0\,\mathrm{g}$ にすると、$t = 1.0\,\mathrm{s}$ の y 方向変位は $+2.0\,\mathrm{m}$ から $+1.0\,\mathrm{m}$ に半減する。

これは電気量、電場、初速度、観測時刻を同じに保った比較である。質量が 2 倍になると加速度が半分になり、初めの y 方向速度が 0 であるため、同じ時間の y 方向変位も半分になる。

「重いほど必ず曲がり方が小さい」と、固定条件を付けずに一般化することはできない。

演習問題

演習 1

右向きに大きさ $2.0 \times 10^3\,\mathrm{N/C}$ の一様電場がある。質量 $1.0\,\mathrm{g}$、電気量 $-2.0\,\mu\mathrm{C}$ の架空の点粒子を、時刻 $t = 0$ に原点から右向きの速度 $+1.0\,\mathrm{m/s}$ で運動させる。右向きを正とし、電場は運動範囲全体に存在する。

質量と電気量は一定で、外部電場は時間変化しない。非相対論的な点粒子模型とし、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。

演習 1(1) 電気力の右向き成分と加速度を求めよ。

演習 1(2) 粒子がいったん停止する時刻と位置を求めよ。

演習 1(3) $t = 0.50\,\mathrm{s}$ における速度、位置、速さを求め、初めの運動と向きがどのように変わったか説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 1 の解答・解説」を参照。

演習 2

右向きに大きさ $2.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}$ の一様電場がある。質量 $1.0\,\mathrm{g}$、電気量 $+2.0\,\mu\mathrm{C}$ の架空の点粒子を、時刻 $t=0$ に原点から右向きの初速度 $+1.0\,\mathrm{m/s}$ で運動させる。右向きを正とし、電場は運動範囲全体に存在する。

質量・電気量は一定で、外部電場も時間変化しない。非相対論的な点粒子模型を用い、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失を無視する。

演習 2(1) 電気力と加速度の向き、および加速度の値を求めよ。

演習 2(2) $v=0$ として計算される時刻を求め、それが運動開始後の停止を意味するか説明せよ。

演習 2(3) $t=0.50\,\mathrm{s}$ における速度と速さを求めよ。

解答・解説は末尾の「演習 2 の解答・解説」を参照。

演習 3

上向きの一様電場 $E=2.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}$ 中に、質量 $1.0\,\mathrm{g}$、電気量 $+2.0\,\mu\mathrm{C}$ の架空の点粒子を、原点から右向きに入射させる。初速度成分は $(v_{0x},v_{0y})=(2.0\,\mathrm{m/s},0)$ とし、右を x の正方向、上を y の正方向とする。

質量・電気量は一定で、一様な外部電場は時間変化せず、運動範囲全体に存在する。非相対論的な点粒子模型とし、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。

演習 3(1) $t=0.50\,\mathrm{s}$ における位置 (x,y) を求めよ。

演習 3(2) 同じ時刻の速度成分と速さを求めよ。

演習 3(3) 空間軌道 $y(x)$ を求め、式の係数の単位を明示せよ。また、この式が位置–時刻グラフではない理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 3 の解答・解説」を参照。

演習 4

架空の点粒子の質量を $1.0\,\mathrm{g}$、電気量を $-2.0\,\mu\mathrm{C}$ とする。原点から右向きに $2.0\,\mathrm{m/s}$ で入射させ、初めの y 方向速度は 0 とする。右を x の正方向、上を y の正方向とする。

$0\le x\le 1.0\,\mathrm{m}$ の領域には上向きで大きさ $2.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}$ の一様電場が存在し、$x>1.0\,\mathrm{m}$ では電場は 0 である。領域は y 方向に十分広く、上下の境界への衝突はない。端効果と境界での衝撃を無視する。

粒子の質量・電気量は一定、領域内の外部電場は時間変化しないものとする。非相対論的な点粒子模型を用い、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失を無視する。

演習 4(1) 電場のある領域を出る時刻、出口の位置、出口の速度成分を求めよ。

演習 4(2) 出口の先で $x=2.0\,\mathrm{m}$ に達したときの y 座標を求めよ。

演習 4(3) 出口の前後で速度と加速度がどのようにつながるか説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 4 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 5

上向きで一定の一様電場中に、初速度が右向きの荷電粒子を入射させる。電荷の符号は正または負とし、質量 $m>0$ と電気量 q は各実験中一定である。電場は運動範囲全体に存在する。

架空の点粒子を非相対論的に扱い、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。粒子の受ける電気力だけを考える。

演習 5(1) 次の記述から正しいものを一つ選べ。

- ア：電場が上向きなら、正電荷の速度は常に真上を向く。
- イ：負電荷の加速度は下向きであっても、入射直後の速度は右向きであり得る。
- ウ：入射時の y 方向速度が 0 なら、粒子全体の速さも 0 である。
- エ：粒子の速さが増えたなら、電場の大きさも必ず増加している。

演習 5(2) 電場が上向きなのに正電荷が放物線状に進むことは、電気力線と粒子の軌道が同じであることを意味するか。理由とともに答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 5 の解答・解説」を参照。

演習 6

上向きで大きさ $2.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}$ の一様電場中を、質量 $1.0\,\mathrm{g}$、電気量 $+2.0\,\mu\mathrm{C}$ の架空の点粒子が運動する。

右向きを x の正方向、上向きを y の正方向とする。時刻 $t=0$ の位置は原点で、初速度成分は $(v_{0x},v_{0y})=(2.0\,\mathrm{m/s},-1.0\,\mathrm{m/s})$ である。

質量と電気量は一定、外部電場は一様で時間変化せず、運動範囲全体に存在する。非相対論的な点粒子模型とし、重力・空気抵抗・磁場による力・放射損失は無視する。

演習 6(1) 加速度の x 成分と y 成分を求めよ。

演習 6(2) $t=0.25\,\mathrm{s}$ における位置、速度成分、速さを求めよ。

演習 6(3) $t=0.50\,\mathrm{s}$ における位置と速度成分を求め、「加速度が上向きなら初めから上へ動く」という判断が正しいか説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 6 の解答・解説」を参照。

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

解答・解説　**演習 1(1)** 電気力の右向き成分は $-4.0\times10^{-3}\,\mathrm{N}$、加速度は $-4.0\,\mathrm{m/s^2}$ である。

右向きを正としたとき、負電荷に働く電気力は負になる。

$$\begin{aligned} F_x &= (-2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (2.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}) \\ &= -4.0\times10^{-3}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{-4.0\times10^{-3}\,\mathrm{N}}{1.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg}} \\ &= -4.0\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　演習 1(2) 停止時刻は $0.25\,\mathrm{s}$、位置は $+0.125\,\mathrm{m}$ である。

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{s}} &= -\frac{+1.0\,\mathrm{m/s}}{-4.0\,\mathrm{m/s^2}} \\ &= 0.25\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

となる。この時刻は正なので、未来の停止を意味する。

位置は、

$$\begin{aligned} x &= (+1.0\,\mathrm{m/s})(0.25\,\mathrm{s}) \\ &\quad +\frac{1}{2}(-4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.25\,\mathrm{s})^2 \\ &= +0.250\,\mathrm{m} - 0.125\,\mathrm{m} \\ &= +0.125\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。粒子は初め右へ進み、そこでいったん停止する。

解答・解説　演習 1(3) 速度は $-1.0\,\mathrm{m/s}$、位置は $0\,\mathrm{m}$、速さは $1.0\,\mathrm{m/s}$ である。粒子は停止後、左向きに動いて原点へ戻る。

$$\begin{aligned} v &= +1.0\,\mathrm{m/s} \\ &\quad +(-4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= -1.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。位置は、

$$\begin{aligned} x &= (+1.0\,\mathrm{m/s})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &\quad +\frac{1}{2}(-4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= 0\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。

加速度は左向きでも、初めの速度は右向きであった。初めは減速し、停止後に左向きへ速さを増している。

演習 2 の解答・解説

解答・解説　演習 2(1) 電気力と加速度はいずれも右向きであり、加速度は $+4.0\,\mathrm{m/s^2}$ である。

正電荷なので電気力は電場と同じ向きとなる。

$$\begin{aligned} F_x &= \left(+2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right) \\ &\quad\times\left(2.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}\right) \\ &= +4.0\times10^{-3}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{+4.0\times10^{-3}\,\mathrm{N}}{1.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg}} \\ &= +4.0\,\mathrm{m/s^2} \end{aligned}$$

となる。

解答・解説　演習 2(2) $v=0$ となる時刻を式から求めると $t=-0.25\,\mathrm{s}$ であり、これは運動開始後の停止を意味しない。

$$\begin{aligned} t_{\mathrm{s}} &= -\frac{+1.0\,\mathrm{m/s}}{+4.0\,\mathrm{m/s^2}} \\ &= -0.25\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

となる。

時刻 $t=0$ に粒子はすでに右向きの速度をもち、加速度も右向きである。したがって $t>0$ では速度がさらに正に大きくなり、停止しない。

解答・解説　演習 2(3) 速度は $+3.0\,\mathrm{m/s}$、速さは $3.0\,\mathrm{m/s}$ である。

$$\begin{aligned} v &= +1.0\,\mathrm{m/s} \\ &\quad+\left(+4.0\,\mathrm{m/s^2}\right)(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= +3.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。速度が正なので、速さはその値の大きさ $3.0\,\mathrm{m/s}$ となる。

演習 3 の解答・解説

解答・解説　演習 3(1) 位置は $(x,y)=(1.0\,\mathrm{m},0.50\,\mathrm{m})$ である。

上向きの加速度は、

$$a_y = +4.0\,\mathrm{m/s^2}$$

となる。

x 方向は等速運動なので、

$$x = (2.0\,\mathrm{m/s})(0.50\,\mathrm{s}) = 1.0\,\mathrm{m}$$

である。y 方向は、

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= +0.50\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

解答・解説　演習 3(2) 速度成分は $(2.0\,\mathrm{m/s}, 2.0\,\mathrm{m/s})$、速さは $\sqrt{8}\,\mathrm{m/s} \approx 2.83\,\mathrm{m/s}$ である。

$$\begin{aligned} v_x &= 2.0\,\mathrm{m/s} \\ v_y &= (+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= +2.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

したがって、

$$\begin{aligned} |\,\vec{v}\,| &= \sqrt{(2.0\,\mathrm{m/s})^2 + (2.0\,\mathrm{m/s})^2} \\ &= \sqrt{8}\,\mathrm{m/s} \\ &\approx 2.83\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。

解答・解説　演習 3(3) 空間軌道は $y = (0.50\,\mathrm{m^{-1}})x^2$ であり、係数の単位は $\mathrm{m^{-1}}$ である。横軸は時刻でなく空間位置 x を表す。

時間を消去して得られる式は、

$$y = \frac{qE}{2mv_{0x}^2}x^2$$

である。

各量を代入した係数は、

$$\frac{(+4.0\times10^{-3}\,\mathrm{N})}{2(1.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg})(2.0\,\mathrm{m/s})^2} = 0.50\,\mathrm{m^{-1}}$$

となる。

x と y の数値を m で表した数値式では $y = 0.50x^2$ と書けるが、物理量の式では係数の単位を落とさない。

この式はある時刻の粒子の位置を直接表す $x(t)$ や $y(t)$ ではなく、空間内で粒子が通る点の関係を表す軌道の式である。

演習 4 の解答・解説

解答・解説　演習 4(1) 出口時刻は $0.50\,\mathrm{s}$、位置は $(1.0\,\mathrm{m}, -0.50\,\mathrm{m})$、速度成分は $(2.0\,\mathrm{m/s}, -2.0\,\mathrm{m/s})$ である。

電場は上向きだが電荷が負なので、加速度は下向きである。

$$a_x = 0, \qquad a_y = -4.0\,\mathrm{m/s^2}$$

となる。

x 方向の速度は一定だから、

$$t_{\mathrm{out}} = \frac{1.0\,\mathrm{m}}{2.0\,\mathrm{m/s}} = 0.50\,\mathrm{s}$$

である。

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{out}} &= \frac{1}{2}(-4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= -0.50\,\mathrm{m} \\ v_{y,\mathrm{out}} &= (-4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= -2.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。$v_{x,\mathrm{out}} = 2.0\,\mathrm{m/s}$ は変わらない。

解答・解説　演習 4(2) $x = 2.0\,\mathrm{m}$ に達したとき、$y = -1.50\,\mathrm{m}$ である。

出口から $x = 2.0\,\mathrm{m}$ までの経過時間は、

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{2.0\,\mathrm{m} - 1.0\,\mathrm{m}}{2.0\,\mathrm{m/s}} \\ &= 0.50\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

である。

電場の外では y 方向の速度も一定だから、

$$\begin{aligned} y &= y_{\mathrm{out}} + v_{y,\mathrm{out}}\tau \\ &= -0.50\,\mathrm{m} \\ &\quad +(-2.0\,\mathrm{m/s})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= -1.50\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

解答・解説　演習 4(3) 出口で速度は連続したまま保たれるが、加速度は電場内の $(0, -4.0\,\mathrm{m/s^2})$ から、電場外の $(0, 0)$ へ変わる。

電場内では負電荷が下向きに加速する。一方、出口を通過して電場が 0 になると、電気力が消えるため加速度も 0 となる。

出口で得た右下向きの速度はそのまま維持されるので、粒子は以後、右下方向に等速直線運動をする。

演習 5 の解答・解説

解答・解説　演習 5(1) 正しい選択肢は **イ** である。

- **ア：誤り。** 正電荷の電気力と加速度は上向きになるが、初めに右向きの速度をもっていれば、合成速度は真上を向くとは限らない。
- **イ：正しい。** 負電荷の電気力と加速度は電場と逆の下向きである。しかし、初速度を右向きに与えることはでき、入射直後の速度は右向きであり得る。
- **ウ：誤り。** $v_y = 0$ でも v_x が正なら、粒子は右へ動いている。速さは $\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ で決まる。
- **エ：誤り。** 一定の電場でも粒子が加速して速さが増すことがある。速さの増加だけから電場が強くなったとは判断できない。

解答・解説　演習 5(2) 電気力線と粒子の軌道が同じであることは意味しない。

電気力線は、各位置で正電荷が受ける電気力の向きを表す。一方、粒子の軌道は初速度も含めた運動の結果である。

上向きの一様電場中でも、粒子が初めに右向きの速度をもてば、右へ進みながら上向きに加速するため、空間軌道は放物線になる。

電場の向きと粒子の速度の向きを混同しないことが重要である。

演習 6 の解答・解説

解答・解説　演習 6(1) 加速度成分は $(a_x, a_y) = (0, +4.0\,\mathrm{m/s^2})$ である。

電場は上向きで、粒子は正電荷なので、電気力は上向きになる。

x 方向には電気力が働かず、

$$a_x = 0$$

である。y 方向については、

$$a_y = \frac{(+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(2.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C})}{1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}}$$

$$= +4.0\,\mathrm{m/s^2}$$

となる。

解答・解説　演習 6(2) $t = 0.25\,\mathrm{s}$ における位置は $(0.50\,\mathrm{m}, -0.125\,\mathrm{m})$、速度成分は $(2.0\,\mathrm{m/s}, 0)$、速さは $2.0\,\mathrm{m/s}$ である。

x 方向は等速運動であるため、

$$x = (2.0\,\mathrm{m/s})(0.25\,\mathrm{s}) = 0.50\,\mathrm{m}$$

である。

y 方向は、初速度が $-1.0\,\mathrm{m/s}$、加速度が $+4.0\,\mathrm{m/s^2}$ である。

$$\begin{aligned} y &= (-1.0\,\mathrm{m/s})(0.25\,\mathrm{s}) \\ &\quad + \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.25\,\mathrm{s})^2 \\ &= -0.250\,\mathrm{m} + 0.125\,\mathrm{m} \\ &= -0.125\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

y 方向の速度は、

$$\begin{aligned} v_y &= -1.0\,\mathrm{m/s} \\ &\quad + (+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.25\,\mathrm{s}) \\ &= 0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

ただし $v_x = 2.0\,\mathrm{m/s}$ なので、粒子全体は静止していない。速さは $2.0\,\mathrm{m/s}$ である。

解答・解説　演習 6(3) $t = 0.50\,\mathrm{s}$ における位置は $(1.0\,\mathrm{m}, 0\,\mathrm{m})$、速度成分は $(2.0\,\mathrm{m/s}, +1.0\,\mathrm{m/s})$ であり、「加速度が上向きなら初めから上へ動く」という判断は誤りである。

x 方向は、

$$x = (2.0\,\mathrm{m/s})(0.50\,\mathrm{s}) = 1.0\,\mathrm{m}$$

である。

y 方向の位置は、

$$\begin{aligned} y &= (-1.0\,\mathrm{m/s})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &\quad + \frac{1}{2}(+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s})^2 \\ &= -0.50\,\mathrm{m} + 0.50\,\mathrm{m} \\ &= 0\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

y 方向の速度は、

$$\begin{aligned} v_y &= -1.0\,\mathrm{m/s} \\ &\quad + (+4.0\,\mathrm{m/s^2})(0.50\,\mathrm{s}) \\ &= +1.0\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

である。

粒子は初め、右下向きに運動している。上向きの加速度によって下向きの速度成分の大きさが減り、$t = 0.25\,\mathrm{s}$ で $v_y = 0$ となり、その後は上向きの速度成分をもつ。

つまり、加速度が上向きであることは速度が上向きであることを意味しない。初速度を確認し、成分ごとに運動を追う必要がある。