第 016 講 力のつり合いを調べる

この講でできるようになること

- 一つの物体に働く全ての力を見つけ、力を及ぼす相手と向きを説明できる。
- 二つの力がつり合う条件を、力の大きさ・向き・作用する物体から判断できる。
- 力を正負の成分に分け、水平・鉛直の両方向で合力がゼロかどうかを確かめられる。
- 力のつり合いと、静止・等速直線運動との関係を説明できる。
- 床から受ける垂直抗力を、実際に働く力と条件から求められる。

1. 動かない物体には、力が働いていないのか

机の上に置いた本は、手を離しても机の上にとどまる。本が動かない理由を「力が働いていないから」と説明するのは正しくない。

本には、地球から受ける下向きの重力が働いている。それでも落下しないのは、机から上向きの力も受けているためである。

ここで大切なのは、**力が存在するかどうかではなく、働いている全ての力を合わせるとどうなるか**という視点である。

1.1 調べる物体を一つ決める

力を調べるときは、まず対象となる物体を一つ選ぶ。対象を選んだら、その物体に力を及ぼしている相手を確認する。

例えば、水平な床の上に置かれた物体 A を考える。手や糸で引かれておらず、床との接触を保って静止しているとする。

力を及ぼす相手	A が受ける力	向き
地球	重力 W	鉛直下向き
床	垂直抗力 N	鉛直上向き

垂直抗力とは、接している面から、その面に垂直な向きに受ける力である。ここでは床が水平なので、垂直抗力は真上を向く。

この状況で、A に働く実在する力が重力と垂直抗力だけなら、二つを描いたものが A の全力図となる。

全力図

選んだ一つの物体に働く実在する力を、矢印で全て表した図を全力図という。矢印の向きは力の向き、同じ尺度で描いたときの矢印の長さは力の大きさを表す。

力を受ける物体と、力を及ぼす物体を区別する

「本が机を下向きに押す力」は、机が受ける力である。本の全力図には加えない。本について調べるなら、本が受ける力だけを集める必要がある。

また、物体の速度を示す矢印は力ではない。力の図に速度の矢印を描く場合も、それを合力の計算に加えてはいけない。

©ミライコーチング

1.2 力のつり合いとは

力は向きと大きさを持つベクトルである。したがって、複数の力を合わせるときには、向きを考慮してベクトルとして加える。

複数の力をベクトルとして足し合わせた結果を、**合力**という。

力のつり合い

一つの物体に働く全ての力のベクトル和がゼロであるとき、その物体に働く力はつり合っているという。

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \cdots + \vec{F_n} = \vec{0}$$

右辺の $\vec{0}$ は、大きさがゼロのベクトルである。この式は、全ての力を合わせても特定の向きに力が残らないことを意味する。

ここからは、地上で静止している座標系を慣性系とみなせる状況で考える。また、物体の回転や形の変化は扱わず、一つの質点として運動を調べる。

質点とは、物体の大きさや形を考えず、その運動を一つの点で代表させるモデルである。

2. 二つの力がつり合う条件

2.1 大きさが同じだけでは不十分

一つの物体に働く力が二つだけの場合を考える。それぞれを $\vec{F_1}$、$\vec{F_2}$ とすると、つり合いの条件は次のようになる。

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{0}$$

したがって、

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2}$$

である。これは、二つの力の大きさが等しく、向きが反対であることを表している。

二力のつり合いには、次の条件が全て必要である。

1. 二つの力が同じ物体に働く。
2. 二つの力の大きさが等しい。
3. 二つの力の向きが正反対である。

例えば、右向き 5 N と左向き 5 N が同じ物体に働けば、合力はゼロである。

一方、右向き 5 N と上向き 5 N は、大きさが同じでも打ち消し合わない。

2.2 床の上で静止する物体

水平な床の上で物体 A が静止しており、A に働く力は重力 W と垂直抗力 N の二つだけとする。

鉛直上向きを正方向に選ぶと、二つの力がつり合う条件は

$$N - W = 0$$

となる。したがって、

$$N = W$$

である。

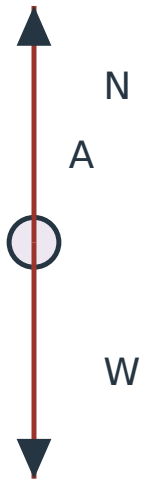


図 1　床上で静止する物体 A の全力図（上下の力は等しい大きさ、模式図）

図は物体 A を質点として取り出した全力図であり、床そのものは描いていない。二本の矢印は等しい長さで描かれているが、特定の力の数値を示す定量図ではない。

ここで $N = W$ が成立した理由は、**床の上にあるからではなく、鉛直方向に働く力がこの二つだけで、その合力がゼロだから**である。

もし上向きに別の力が加われば、同じ式を使うことはできない。

1

水平な床の上に、重力の大きさが 8 N の物体 A が静止している。A には重力と床からの垂直抗力だけが働き、他の力は働いていない。

(1) A に働く全ての力について、力を及ぼす相手と向きを答えよ。

(2) 鉛直上向きを正として、つり合いの式を立てよ。

(3) 垂直抗力の大きさを求めよ。

解答・解説

(1) 地球が A に及ぼす下向きの重力 8 N と、床が A に及ぼす上向きの垂直抗力 N である。

(2) A は静止しているので、鉛直方向の合力はゼロである。上向きを正とすると、

$$N - 8\,\mathrm{N} = 0$$

となる。

(3) 式を解くと、

$$N = 8\,\mathrm{N}$$

である。

上向きの垂直抗力と下向きの重力は、大きさが等しく向きが反対である。二力が同じ物体 A に働いているため、つり合っていると判断できる。

3. 力がつり合っていても、物体は動く

3.1 静止だけがつり合いではない

床の上に静止している物体では、力がつり合っていることをイメージしやすい。しかし、**力がつり合っていることと、速度がゼロであることは同じではない**。

物体に働く合力がゼロであれば、その物体の速度は変化しない。

最初から静止していた物体は、静止を続ける。一方、ある向きに一定の速度で動いていた物体は、そのまま同じ向き・同じ速さで進み続ける。

向きも速さも変わらずに動く運動を、等速直線運動という。

物体の運動	速度の状態	合力
静止を続ける	速度がゼロのまま	ゼロ
等速直線運動を続ける	速度の大きさと向きが一定	ゼロ
速さが変化する	速度が変化する	ゼロではない
速さは一定だが向きが変化する	速度の向きが変化する	ゼロではない

例えば、摩擦や空気抵抗を無視できる水平面上を、物体が一定の速度でまっすぐ滑っているとする。鉛直方向では重力と垂直抗力が打ち消し合い、水平方向には力が働かない。

この場合、物体は動いていても、合力はゼロである。

3.2 一瞬だけ止まった場合はどうか

鉛直上向きに投げた小球を考える。空気抵抗を無視すると、球が最高点に達した瞬間の速度はゼロになる。

しかし、その瞬間にも地球から受ける重力は下向きに働いている。したがって、合力はゼロではない。

最高点を過ぎると、小球は下向きに動き始める。

瞬間の速度だけで判断しない

ある瞬間に速度がゼロという情報だけでは、力がつり合っているかは判断できない。

静止を続けているのか、速度が一瞬ゼロになっただけなのかを区別する必要がある。

同様に、速さが一定でも進行方向が変わる運動は、等速直線運動ではない。

©ミライコーチング

運動の様子からつり合いを判断する

判断の基準は「止まっているか」ではなく、「速度が変わっているか」である。

- 静止を続ける場合：合力はゼロ。
- 等速直線運動を続ける場合：合力はゼロ。
- 速度の大きさまたは向きが変化する場合：合力はゼロではない。

ただし、力の大きさを実際に求めるには、物体に働く力を全て調べる必要がある。

4. 力のつり合いを成分で調べる

4.1 水平と鉛直に分ける理由

斜めの力が働くと、矢印を見ただけでは全体が打ち消し合っているか分かりにくい。

そこで、第 004 講で学んだベクトルの成分を利用する。力を互いに垂直な二方向に分ければ、それぞれの方向で普通の足し算を行える。

平面内では、水平右向きを x 軸の正方向、鉛直上向きを y 軸の正方向と決める。

一つの力 $\vec{F}$ は、水平成分 F_x と鉛直成分 F_y で表せる。

力の向き	成分の符号
右向き	$F_x > 0$
左向き	$F_x < 0$
上向き	$F_y > 0$
下向き	$F_y < 0$

ここで F_x、F_y は符号を含む成分であり、力の大きさそのものではない。

例えば、斜め右上向きの力が水平成分 3 N、鉛直成分 4 N を持つとき、その力は成分を使って $(3, 4)\,\mathrm{N}$ と表せる。

4.2 二方向で同時にゼロになる

同じ物体に働く力の水平成分を全て足し合わせたものを $\sum F_x$、鉛直成分を全て足し合わせたものを $\sum F_y$ と書く。

記号 $\sum$ は「全てを足し合わせる」という意味である。

平面内の力のつり合い条件

一つの質点に働く全ての力が平面内にあるとき、つり合いの条件は

$$\sum F_x = 0$$

かつ

$$\sum F_y = 0$$

である。

どちらか一方だけでは不十分であり、**水平・鉛直の両方の成分和がゼロになること**が必要である。

例えば、右向きの合力がゼロでも、上向きの合力が 2 N 残っていれば、全体の合力はゼロではない。

4.3 成分は元の力とは別の力ではない

斜めの力を二つの成分に分ける操作は、一つの力を計算しやすい形で表し直すことである。

したがって、元の力 $\vec{F}$ と、その水平成分・鉛直成分を三つの独立した実在力として足し合わせてはいけない。

例えば、$\vec{F} = (3, 4)\,\mathrm{N}$ なら、合力を求める際は x 方向に 3 N、y 方向に 4 N を加える。

そのうえで元の $\vec{F}$ をもう一度加えると、同じ力を二回数えたことになる。

力のつり合いを調べる手順

1. 調べる物体を一つに決める。
2. その物体が受ける実在する力を全て列挙する。
3. 水平・鉛直の正方向を決める。
4. 各力の成分を符号付きで表す。
5. x 方向と y 方向の和をそれぞれ求める。
6. 両方がゼロであることを確認し、つり合いを判断する。

成分を求める前に、力を及ぼす相手を確認することが、力の数え忘れや二重計上を防ぐ。

5. 三つ以上の力が働くとき

二つの力だけの場合とは異なり、三つ以上の力では、一つの力と別の一つの力がそれぞれ打ち消し合っているとは限らない。

大切なのは、全ての力のベクトル和がゼロになることである。

例えば、一つの物体に右上向き、左向き、下向きの三つの力が働いている場合、右上向きの力の水平成分は左向きの力と、鉛直成分は下向きの力と打ち消し合うことがある。

2

鉛直面内の質点 A を、二本の糸で支えて静止させている。A には、斜め右上向きの糸による張力 $\vec{F}_1$、水平左向きの糸による張力 $\vec{F}_2$、地球から受ける下向きの重力 $\vec{F}_3$ の三つだけが働く。

水平右向きを x の正、鉛直上向きを y の正とし、各力の成分が次のように与えられている。

$$\vec{F}_1 = (3, 4)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_2 = (-3, 0)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_3 = (0, -4)\,\mathrm{N}$$

(1) $\vec{F}_1$ の水平成分と鉛直成分を答えよ。

(2) 三つの力の水平成分の和と鉛直成分の和を求めよ。

(3) 三つの力がつり合っているか判断し、理由を説明せよ。

解答・解説

(1) $\vec{F}_1$ の水平成分は右向き 3 N、鉛直成分は上向き 4 N である。

次の図は、三つの力を一つの質点 A から描いた全力図である。

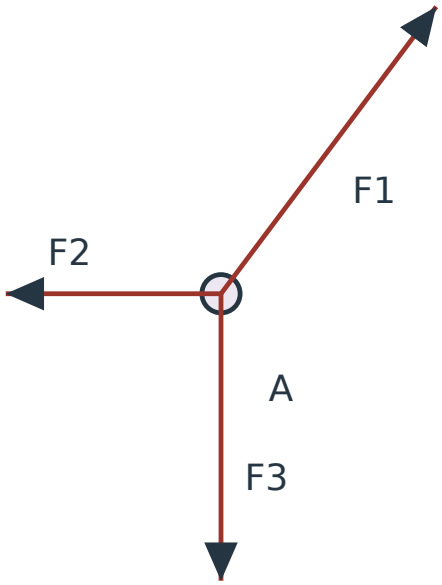
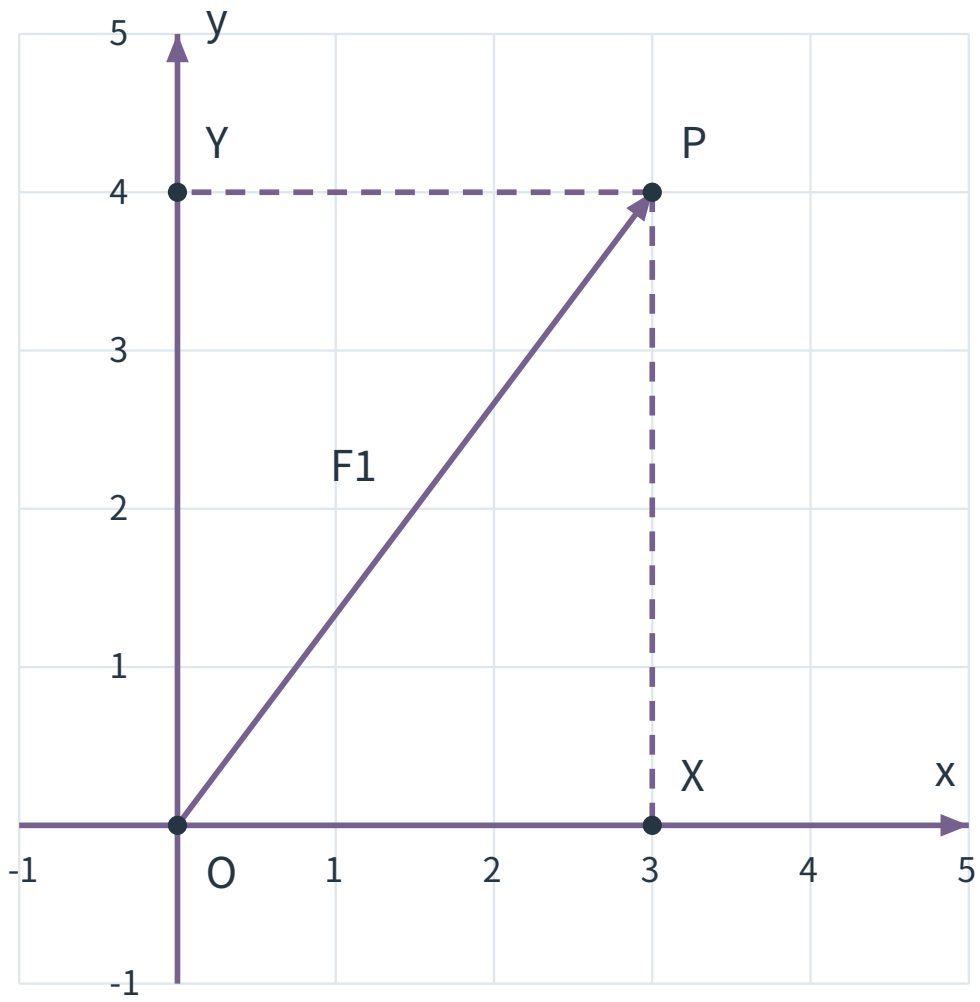


図 2　三つの力を受ける質点 A（矢印の長さは共通尺度）

この図では 1 N を画面上の 30 単位の長さで表している。$\vec{F_1}$ の大きさは 5 N、$\vec{F_2}$ は 3 N、$\vec{F_3}$ は 4 N であり、全て同じ尺度で描かれている。

斜めの力 $\vec{F_1}$ だけを取り出して成分を確認すると、次の図になる。



この成分図では、右を x の正、上を y の正とし、座標値の単位を N とする。

点 O から点 P への矢印が $\vec{F}_1$ である。点 X、Y と破線は成分を読み取るための補助であり、新たな実在力ではない。

(2) 各力の成分を表に整理する。

力	x 成分（N）	y 成分（N）
$\vec{F}_1$	$+3$	$+4$
$\vec{F}_2$	-3	0
$\vec{F}_3$	0	-4
合計	0	0

水平成分の和は、

$$\sum F_x = 3 + (-3) + 0 = 0\,\mathrm{N}$$

鉛直成分の和は、

$$\sum F_y = 4 + 0 + (-4) = 0\,\mathrm{N}$$

となる。

(3) 水平・鉛直の両方向で成分の和がゼロであるため、三つの力の合力はゼロである。したがって、三つの力はつり合っている。

ここでは $\vec{F}_1$ の右向き成分が $\vec{F}_2$ と、上向き成分が $\vec{F}_3$ と打ち消し合っている。

物体が静止しているという条件とも一致する。

5.1 一方向だけでは判定できない

三つの力の水平成分の和がゼロでも、鉛直成分の和がゼロでなければ、物体に働く力はつり合っていない。

例えば、

$$\sum F_x = 0\,\mathrm{N}, \qquad \sum F_y = 2\,\mathrm{N}$$

という結果なら、上向きに $2\,\mathrm{N}$ の合力が残っている。

この場合、水平についての条件は満たすが、全体のつり合いは成立しない。

式が二本ある理由

x 方向のつり合い式と y 方向のつり合い式は、それぞれ別の方向を調べている。

一方の式だけが成り立っても、もう一方を確かめなければ合力がゼロとは判断できない。

6. 床から受ける力はいつも重力と等しいのか

6.1 上向きに別の力が働く場合

水平な床の上に置かれた物体を、上向きに手で引いたまま静止させる場合を考える。

この物体が受ける力は、重力 W、床からの垂直抗力 N、手から受ける上向きの力 U の三つである。

鉛直上向きを正にとると、つり合いの式は

$$N + U - W = 0$$

である。したがって、

$$N = W - U$$

となる。

手が上向きに支える分だけ、床が物体を上向きに押す力は小さくてよい。

ここでは床との接触が保たれ、物体が鉛直方向に加速しないことを仮定している。

3

水平な床の上に、重力の大きさが 10 N の物体 A が静止している。

A を手で鉛直上向きに 4 N の力で引くが、A は床に接したまま静止している。A に働く力は、重力・垂直抗力・手から受ける上向きの力の三つだけである。

(1) A に働く三つの力を、力を及ぼす相手とともに答えよ。

(2) 鉛直上向きを正として、つり合いの式を立てよ。

(3) 垂直抗力の大きさを求め、床との接触条件に矛盾しないことを確かめよ。

解答・解説

(1) 地球が A に及ぼす下向きの重力 10 N、床が A に及ぼす上向きの垂直抗力 N、手が A に及ぼす上向きの力 4 N である。

(2) A は静止しているため、鉛直方向の合力はゼロである。

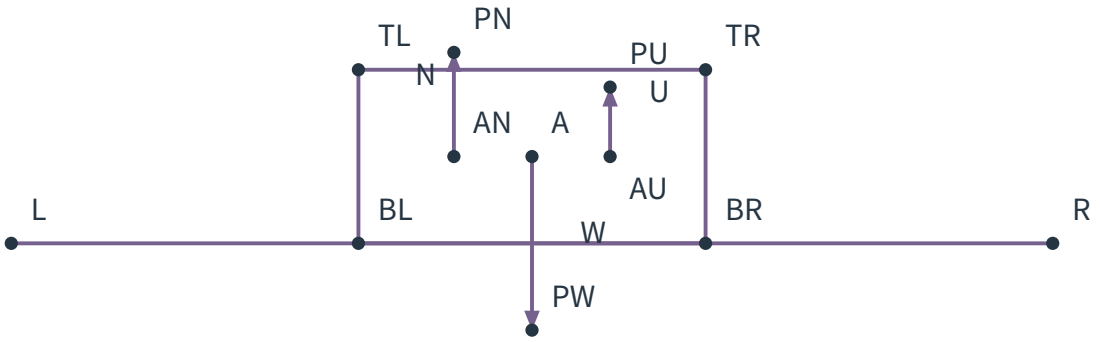
$$N + 4\,\mathrm{N} - 10\,\mathrm{N} = 0$$

(3) 式を解くと、

$$N = 6\,\mathrm{N}$$

となる。垂直抗力は正の値であり、床が A を上向きに押している状態と矛盾しない。

次の図はこの状況を模式的に表したものである。



図の長方形は物体 A、下の水平線は床を表す。物体の底辺と床の高さは一致している。上向きの二本の矢印は重ならないよう始点を左右にずらしてあるが、いずれも物体 A が受ける力である。

力の矢印の長さは共通尺度で、N が 6 N、U が 4 N、W が 10 N を表す。図中の点記号は図形と矢印を構成するためのものであり、別の物体や力を表さない。

上向きの力の合計は $6 + 4 = 10\,\mathrm{N}$ であり、下向きの重力 10 N と打ち消し合う。

床からの垂直抗力が重力より小さくても、三つの力全体ではつり合っている。

6.2 垂直抗力の符号にも意味がある

垂直抗力は床が物体を押す力である。通常の床との接触では、床が物体を下向きに引くような負の垂直抗力は生じない。

したがって、上向きを垂直抗力の向きとして設定したとき、その大きさには

$$N \geq 0$$

という条件がある。

例えば、上向きの手の力が重力を超えているのに、物体が床に接したまま静止すると仮定すれば、つり合いの式から $N < 0$ となってしまう。

この結果は「床から負の垂直抗力を受ける」という意味ではない。**最初に仮定した床との接触・静止の状態が成立しない**ことを示している。

糸が引く力である張力も、その大きさは負にならない。計算結果が実在する力の条件と矛盾する場合には、力の向きや接触状態などの仮定を確認する必要がある。

7. 未知の力を成分から求める

力のつり合いの式は、すでに働いている力がつり合うかを判定するだけでなく、つり合うために必要な未知の力を求めることにも使える。

例えば、ある質点に二つの既知の力が働き、さらに未知の力 $\vec{F}_3$ が働いて静止しているとする。

未知の力の成分を F_{3x}、F_{3y} と置けば、

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0$$

となる。

二本の式をそれぞれ解けば、未知の力の水平成分と鉛直成分を求められる。

4

質点 B に働く実在する力が、$\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$、未知の力 $\vec{F}_3$ の三つだけである。

B は静止しており、水平右向きを x の正、鉛直上向きを y の正とする。

既知の力は、

$$\vec{F}_1 = (4, 3)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_2 = (-6, 2)\,\mathrm{N}$$

である。

(1) 水平成分のつり合いから F_{3x} を求めよ。

(2) 鉛直成分のつり合いから F_{3y} を求めよ。

(3) 未知の力 $\vec{F}_3$ の成分と、向き・大きさを答えよ。

解答・解説

(1) 水平方向では、右向きの成分を正、左向きの成分を負とする。

$$4\,\mathrm{N} + (-6\,\mathrm{N}) + F_{3x} = 0$$

したがって、

$$F_{3x} = 2\,\mathrm{N}$$

である。これは右向きの成分である。

(2) 鉛直方向については、

$$3\,\mathrm{N} + 2\,\mathrm{N} + F_{3y} = 0$$

より、

$$F_{3y} = -5\,\mathrm{N}$$

となる。これは下向きの成分である。

(3) 未知の力は、

$$\vec{F_3} = (2, -5)\,\mathrm{N}$$

であり、右下向きに働く。

力の大きさは三平方の定理から、

$$|\,\vec{F_3}\,| = \sqrt{2^2 + (-5)^2}\,\mathrm{N} = \sqrt{29}\,\mathrm{N}$$

となる。

最後に全成分を確認する。

$$\sum F_x = 4 - 6 + 2 = 0\,\mathrm{N}$$

$$\sum F_y = 3 + 2 - 5 = 0\,\mathrm{N}$$

両方向の和がゼロであるため、求めた力はつり合いの条件を満たす。

演習問題

1

次の各組の力について、同じ物体 A に働くつり合った二力として扱えるか判断し、理由を説明せよ。(1)、(2)では、A に働く力は示した二つだけとする。

(1) A に右向き 6 N と左向き 6 N が働く。

(2) A に右向き 6 N と上向き 6 N が働く。

(3) A に右向き 6 N が働き、別の物体 B に左向き 6 N が働く。これらの二つの力を、A に働くつり合った二力として扱えるか答えよ。

2

水平な床の上に、重力の大きさが 12 N の物体 A が静止している。

A は手で鉛直上向きに 3 N の力を受けているが、床との接触を保っている。他に A が受ける力は、重力と床からの垂直抗力だけである。

(1) A に働く三つの力を全て挙げ、各力の向きを答えよ。

(2) 鉛直上向きを正として、つり合いの式を立てよ。

(3) 床から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

(4) 「床の上で静止しているから、垂直抗力は必ず 12 N である」という説明の誤りを指摘せよ。

©ミライコーチング

3

質点 P に働く実在する力が $\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$、$\vec{F}_3$ の三つだけである。

水平右向きを x の正、鉛直上向きを y の正とし、各力を次の成分で与える。

$$\vec{F}_1 = (5,\,2)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_2 = (-1,\,-6)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_3 = (-4,\,4)\,\mathrm{N}$$

(1) 三つの力を、質点 P から出る矢印として全力図に描け。ただし矢印の長さは 1 N 当たり同じ尺度を用い、各力の符号付き成分を図と対応させよ。

(2) $\sum F_x$ と $\sum F_y$ をそれぞれ求めよ。

(3) 三つの力がつり合っているか判断し、理由を説明せよ。

4

質点 Q には次の三つの力だけが働いている。

$$\vec{F}_1 = (2,\,4)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_2 = (-2,\,-1)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_3 = (0,\,-1)\,\mathrm{N}$$

ここでも水平右向きを x の正、鉛直上向きを y の正とする。

(1) 水平成分と鉛直成分の和を求めよ。

(2) 全体の合力を成分で表せ。

(3) 「水平成分の和がゼロだから三つの力はつり合っている」という判断が正しいか答え、理由を説明せよ。

5

次の運動について、物体に働く合力がゼロか、ゼロではないかを判断し、それぞれ理由を述べよ。地上で静止している座標系を慣性系とみなし、記述された運動の条件は正確に成り立つものとする。

(1) 机の上に置かれた本が、静止し続けている。

(2) 摩擦や空気抵抗を無視できる水平面を、物体が右向きに一定の速度でまっすぐ進み続けている。

(3) 空気抵抗を無視して鉛直上向きに投げた小球が、最高点に達した瞬間である。

(4) 物体が一定の速さで動いているが、進行方向は変化し続けている。

©ミライコーチング

6

質点 R に働く実在する力は、次の二つだけである。

$$\vec{F}_1 = (3, 4)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_2 = (-3, -4)\,\mathrm{N}$$

ある生徒は、$\vec{F}_1$ の水平成分が 3 N であることを確認した後、次のように計算した。

$$\sum F_x = 3 + 3 - 3 = 3\,\mathrm{N}$$

この生徒は、最初の 3 を $\vec{F}_1$ の水平成分、次の 3 を元の $\vec{F}_1$ から加えた値、最後の -3 を $\vec{F}_2$ の水平成分だと説明している。

(1) 計算のどこが誤っているか説明せよ。

(2) 正しい $\sum F_x$ と $\sum F_y$ を求めよ。

(3) 二つの力がつり合っているか答えよ。

7

質点 S に働く実在する力は、次の四つだけである。S は静止している。

$$\vec{F}_1 = (5, 2)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_2 = (-2, 1)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_3 = (-3, -5)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_4 = (0, b)\,\mathrm{N}$$

水平右向きを x の正、鉛直上向きを y の正とする。b は鉛直成分を N 単位で表した未知の数値である。

(1) 水平方向のつり合い条件が成立するか、既知の成分から確かめよ。

(2) 鉛直方向のつり合いの式を立て、b を求めよ。

(3) $\vec{F}_4$ の向きと大きさを答え、四つの力の合力がゼロになることを確認せよ。

8

水平な床の上に重力の大きさが 7 N の物体 A がある。A を鉛直上向きに 9 N の力で引く状況を考える。

ある生徒は、「A は床に接したまま静止し、働く力は重力 W、垂直抗力 N、上向きの力 U の三つだけである」と仮定した。

(1) この仮定の下で、鉛直上向きを正とするつり合いの式を立てよ。

(2) 垂直抗力 N の計算結果を求めよ。

(3) 計算結果の物理的な問題点を説明し、仮定した状態が成立するか判断せよ。

©ミライコーチング

9

一つの質点 T に二つの実在する力が働いている。水平右向きを x の正、鉛直上向きを y の正としたとき、それぞれの成分は次のとおりである。

$$\vec{F_1} = (4, -2)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F_2} = (-4, 2)\,\mathrm{N}$$

ここまでとは異なり、水平左向きを x の正、鉛直下向きを y の正として調べる。

(1) 新しい正方向に従い、二つの力の成分をそれぞれ表せ。

(2) 各方向の成分和を求めよ。

(3) 正方向を変更すると、物理的なつり合いの有無も変わるか説明せよ。

演習問題の解答・解説

1

(1) **つり合っている**。

二つの力が同じ物体 A に働き、大きさはともに 6 N、向きは正反対である。

水平右向きを正にとれば、

$$\sum F_x = 6 - 6 = 0\,\mathrm{N}$$

となり、鉛直方向には力がないため合力はゼロである。

(2) **つり合っていない**。

二つの力は同じ大きさだが、一方は右向き、もう一方は上向きであり、互いに反対向きではない。

水平・鉛直の各成分は、

$$\sum F_x = 6\,\mathrm{N}$$

$$\sum F_y = 6\,\mathrm{N}$$

となる。いずれもゼロではない。

(3) **扱えない**。

右向きの力は A に、左向きの力は B に働いており、作用する物体が異なる。

A のつり合いを判定するときは A が受ける全ての力、B について判定するときは B が受ける全ての力を調べる必要がある。

大きさが等しく向きが反対でも、別の物体に働く二力だけから、A のつり合いを結論づけることはできない。

2

(1) 物体 A に働く力は次の三つである。

- 地球が A に及ぼす下向きの重力 $W = 12\,\mathrm{N}$
- 床が A に及ぼす上向きの垂直抗力 N
- 手が A に及ぼす上向きの力 $U = 3\,\mathrm{N}$

(2) 鉛直上向きを正として、

$$N + 3\,\mathrm{N} - 12\,\mathrm{N} = 0$$

となる。

(3) 式を解くと、

$$N = 9\,\mathrm{N}$$

である。$N > 0$ なので、床が A を押すという接触状態と矛盾しない。

(4) 床上にあるだけで $N = W$ が成り立つわけではない。

この問題では手から上向き 3 N の力も受けているため、上向きの力は垂直抗力だけではない。$N = W$ とすると、上向きの合計が 15 N、下向きが 12 N となり、静止の条件に反する。

鉛直方向の合力ゼロを満たすのは $N = 9\,\mathrm{N}$ である。

3

(1) 質点 P から三つの矢印を描く。

$\vec{F}_1$ は右向き成分 5 N、上向き成分 2 N を持つため右上向きである。

$\vec{F}_2$ は左向き成分 1 N、下向き成分 6 N を持つため左下向きである。

$\vec{F}_3$ は左向き成分 4 N、上向き成分 4 N を持つため左上向きである。

以下は同じ始点から描いた全力図であり、1 N を画面上の 20 単位で表している。

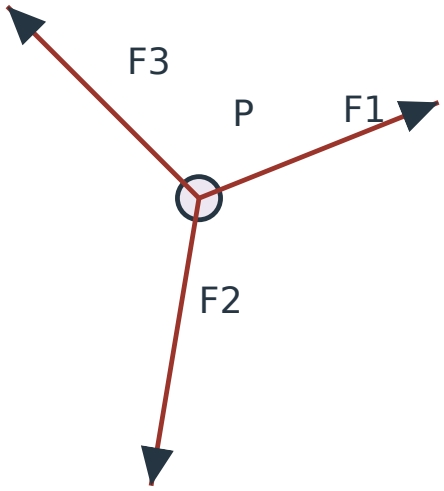


図 5　質点 P に働く三つの力（全て共通尺度で表示）

図の座標表示は下向きに増加するが、物理の成分計算では鉛直上向きを正としている。例えば $\vec{F}_2$ は左下向きなので、両成分が負になる。

(2) 水平成分の和は、

$$\sum F_x = 5 - 1 - 4 = 0\,\mathrm{N}$$

である。

鉛直成分の和は、

$$\sum F_y = 2 - 6 + 4 = 0\,\mathrm{N}$$

である。

(3) 水平・鉛直の両方向の成分和がゼロなので、三つの力の合力はゼロである。したがって、力はつり合っている。

どれか一つの力だけを見て判断するのではなく、三つ全ての成分を合計することが重要である。

4

(1) 水平成分の和は、

$$\sum F_x = 2 - 2 + 0 = 0\,\mathrm{N}$$

である。

鉛直成分の和は、

$$\sum F_y = 4 - 1 - 1 = 2\,\mathrm{N}$$

である。

(2) 全体の合力は、

$$\vec{F}_{\mathrm{net}} = (0, 2)\,\mathrm{N}$$

となり、鉛直上向きに 2 N である。

(3) **正しくない**。

水平成分の和はゼロだが、鉛直成分の和が 2 N であり、上向きの合力が残っている。

力のつり合いには両方向の成分和がゼロであることが必要なので、全体としてはつり合っていない。

5

(1) **合力はゼロである**。

本は静止を続けており、速度が変化していない。したがって、働く全ての力はつり合っている。

(2) **合力はゼロである**。

物体は一定の速度でまっすぐ進み続けており、速度の大きさも向きも変化していない。

動いていても、等速直線運動を続けているなら合力はゼロである。

(3) **合力はゼロではない**。

最高点では一瞬だけ速度がゼロになるが、下向きの重力は働き続けている。

空気抵抗を無視する条件では、重力を打ち消す別の力はないため、合力は下向きに残っている。

(4) **合力はゼロではない**。

速さは一定でも、進行方向が変化しているため、速度ベクトルは変化している。

合力ゼロのときに保たれるのは速さだけではなく、速度の大きさと向きの両方である。

©ミライコーチング

6

(1) $\vec{F_1}$ と、その水平成分 F_{1x} を別々の実在力として加えている点が誤りである。

$\vec{F_1} = (3, 4)\,\mathrm{N}$ は一つの力であり、$3\,\mathrm{N}$ はその水平成分である。

元の $\vec{F_1}$ からもう一度 $3\,\mathrm{N}$ を足せば、同じ力を二重に数えてしまう。

(2) 水平成分は、それぞれの実在力から一回ずつ取り出す。

$$\sum F_x = 3 + (-3) = 0\,\mathrm{N}$$

鉛直成分は、

$$\sum F_y = 4 + (-4) = 0\,\mathrm{N}$$

となる。

(3) **二つの力はつり合っている**。

両成分の和がゼロである。また、

$$\vec{F_2} = -\vec{F_1}$$

なので、二つの力の大きさは等しく、向きは正反対である。

両方とも同じ質点 R に働くため、二力のつり合いの条件を満たす。

7

(1) 水平成分の和を求める。

$$\sum F_x = 5 - 2 - 3 + 0 = 0\,\mathrm{N}$$

したがって、水平方向のつり合い条件は成立している。

(2) 鉛直方向のつり合いの式は、

$$2 + 1 - 5 + b = 0$$

となる。

整理すると、

$$b = 2$$

である。したがって、$\vec{F_4}$ の鉛直成分は $b\,\mathrm{N} = 2\,\mathrm{N}$ となる。

(3) $\vec{F_4}$ は、

$$\vec{F_4} = (0, 2)\,\mathrm{N}$$

である。水平成分を持たず、鉛直上向きに $2\,\mathrm{N}$ の大きさを持つ。

確認すると、

$$\sum F_x = 5 - 2 - 3 + 0 = 0\,\mathrm{N}$$

$$\sum F_y = 2 + 1 - 5 + 2 = 0\,\mathrm{N}$$

であり、四つの力全体の合力はゼロである。

未知成分を求めた後は、両方向のつり合い条件を再確認することが重要である。

8

(1) 鉛直上向きを正として、静止しているという仮定から、

$$N + 9\,\mathrm{N} - 7\,\mathrm{N} = 0$$

となる。

(2) 式を解くと、

$$N = -2\,\mathrm{N}$$

である。

(3) この負の値を、床から受ける垂直抗力の大きさとして採用することはできない。

床は物体を上向きに押すことはできるが、通常の接触では物体を下向きに引くことはできない。

したがって、$N < 0$ という結果は、床との接触を保ちながら静止しているという仮定が成立しないことを示す。

この条件では、物体は床から離れる方向に動き始めると考えられる。床から離れれば垂直抗力はゼロとなる。

計算結果が負になったからといって、そのまま負の力の大きさとして扱ってはいけない。

9

(1) 水平左向きを正に変えたため、右向きの成分は負、左向きの成分は正となる。

鉛直下向きを正に変えたため、上向きの成分は負、下向きの成分は正となる。

したがって、新しい正方向では、

$$\vec{F}_1 = (-4, 2)\,\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_2 = (4, -2)\,\mathrm{N}$$

となる。

(2) 成分和は、

$$\sum F_x = -4 + 4 = 0\,\mathrm{N}$$

$$\sum F_y = 2 - 2 = 0\,\mathrm{N}$$

である。

(3) **つり合いの有無は変わらない**。

正方向を変えると、力の成分の符号は変わる。しかし、実際に働く力の向きや大きさが変わるわけではない。

同じ物体に働く力のベクトル和がゼロであるという物理的な状態は、座標の正方向の選び方に依存しない。

計算の前に正方向を決め、その約束を全ての力に一貫して適用することが大切である。

©ミライコーチング