第 051 講 熱量と状態変化

この講でできるようになること

- 熱容量・比熱・潜熱の意味と単位を区別し、与えられた条件に合う式を選べる。
- 温度が変わる区間と状態が変わる区間を分け、必要な熱量を求められる。
- 容器を含む熱量や、温度の異なる物体を混ぜたときの熱収支を計算できる。
- 氷がすべて融けるかを熱量から判定し、最後の温度と氷・水の質量を求められる。

1. 熱を加えると、温度はどれだけ変わるか

同じ量の熱を加えても、物体によって温度の上がり方は異なる。例えば、同じ熱量を与えた金属と水では、温度の上昇が異なることがある。

この違いを考えるには、熱がどれだけ移動したかを表す**熱量**と、物体の温度の変わりやすさを区別する必要がある。

熱量を Q と表し、単位にはジュール（J）を使う。$1\,\mathrm{kJ} = 1000\,\mathrm{J}$ である。

本講では、熱を受け取る物体に注目し、その物体が吸収する熱量を正、放出する熱量を負とする。ただし、放出した熱量の「大きさ」を答えるときは、正の数で表す。

熱容量と比熱

熱容量と比熱

熱容量 C は、物体全体の温度を 1 K 上げるのに必要な熱量を表す。単位は J/K である。

比熱 c は、物質 1 kg の温度を 1 K 上げるのに必要な熱量を表す。単位は $\mathrm{J/(kg\cdot K)}$ である。

質量 m の均一な物質からなる物体では、同じ条件のもとで

$$C = mc$$

となる。

ここで、m の単位は kg である。

熱容量は「その物体全体」の性質であり、比熱は「単位質量あたり」の性質である。同じ物質でも質量が 2 倍になれば、温度を同じだけ上げるために必要な熱量は 2 倍になる。

物理量	記号	意味	単位
熱量	Q	物体が受け取る、または放出する熱	J
熱容量	C	物体全体を 1 K 温める熱量	J/K
比熱	c	1 kg を 1 K 温める熱量	$\mathrm{J/(kg\cdot K)}$

物体の質量と比熱が分かっているときは、熱容量を $C = mc$ から求められる。ただし、異なる物質を組み合わせた物体では、全体を単一物質の比熱で表せるとは限らない。

©ミライコーチング

温度変化と熱量の関係

温度の変化量を ΔT とする。初めの温度を T_1、後の温度を T_2 とすれば、

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

である。

相変化がなく、扱う温度範囲で比熱や熱容量を一定とみなせ、ほかの仕事や外界との余分な熱交換を無視できる場合、物体が受け取る熱量は次の式で表される。

温度変化に必要な熱量

$$Q = mc\Delta T = C\Delta T$$

- Q：物体が受け取る熱量 [J]
- m：物体の質量 [kg]
- c：比熱 [J/(kg · K)]
- C：物体全体の熱容量 [J/K]
- ΔT：温度変化 [K]

温度が上がると $\Delta T > 0$ で $Q > 0$、温度が下がると $\Delta T < 0$ で $Q < 0$ となる。

ここで注意したいのが、摂氏温度と温度差の関係である。

摂氏温度の 1°C の差と、絶対温度の 1 K の差は、大きさが等しい。そのため、20°C から 50°C への変化は 30 K として計算できる。

ただし、摂氏温度そのものと絶対温度の数値は等しくない。例えば、0°C は 273.15 K である。

例題 1

質量 200 g、比熱 900 J/(kg · K) の一様な固体を、20 °C から 50 °C まで温める。

この範囲で比熱は一定であり、状態変化は起こらず、ほかの仕事や外界への熱損失は無視できるものとする。

例題 1(1) この固体の熱容量を求めよ。

例題 1(2) 固体が吸収した熱量を求めよ。

例題 1(3) 同じ固体を 50 °C から 20 °C に冷やしたとき、固体が受け取った熱量を符号付きで求め、放出した熱量の大きさも答えよ。

解答・解説 例題 1(1) 質量を kg に直す。

$$m = 200\,\mathrm{g} = 0.200\,\mathrm{kg}$$

したがって、

$$\begin{aligned} C &= mc \\ &= 0.200\,\mathrm{kg} \times 900\,\mathrm{J/(kg \cdot K)} \\ &= 180\,\mathrm{J/K} \end{aligned}$$

答えは 180 J/K である。

例題 1(2) 温度差は

$$\Delta T = (50 - 20)\,\mathrm{K} = 30\,\mathrm{K}$$

である。

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta T \\ &= 180\,\mathrm{J/K} \times 30\,\mathrm{K} \\ &= 5400\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

したがって、吸収した熱量は 5400 J である。

例題 1(3) 冷却では温度変化が負になる。

$$\Delta T = (20 - 50)\,\mathrm{K} = -30\,\mathrm{K}$$

よって、

$$\begin{aligned} Q &= 180\,\mathrm{J/K} \times (-30\,\mathrm{K}) \\ &= -5400\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

固体が受け取った熱量は −5400 J、放出した熱量の大きさは 5400 J である。

負号は熱を放出したことを表す。熱が消えたことを意味するのではない。

熱容量が大きいほど、温度は変わりにくい

一定の熱容量をもつ物体について、$Q = C\Delta T$ を変形すると、

$$\Delta T = \frac{Q}{C}$$

となる。同じ熱量を与えるなら、熱容量が大きい物体ほど温度の上昇は小さい。

熱容量がそれぞれ 100 J/K、200 J/K、400 J/K の物体 A・B・C を考える。いずれも相変化はなく、熱容量は一定で、ほかの仕事や熱損失は無視できるものとする。

次の棒グラフは、各物体全体の熱容量を比較したものである。

縦方向の棒の値は熱容量 C で、単位は J/K である。横方向は物体 A・B・C の区別であり、温度や時間を表していない。

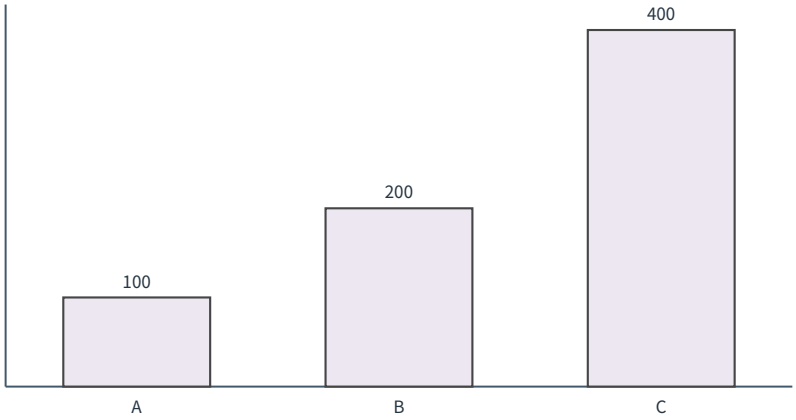

図 1　棒の値は物体全体の熱容量 C[J/K]。温度や比熱の値ではない。

各物体へ同じ 1000 J の熱量を与えると、温度上昇は次のようになる。

物体	熱容量 C	与える熱量 Q	温度上昇 ΔT
A	100 J/K	1000 J	10 K
B	200 J/K	1000 J	5 K
C	400 J/K	1000 J	2.5 K

例えば、C の温度上昇は

$$\Delta T = \frac{1000\,\mathrm{J}}{400\,\mathrm{J/K}} = 2.5\,\mathrm{K}$$

である。

この結果から分かるのは、**物体全体の熱容量が大きいほど、同じ熱量による温度上昇は小さい**ということである。

一方、質量が与えられていないため、A・B・C の比熱の大小は判断できない。

2. 水だけでなく、容器も温まる

水を容器に入れて温めると、水だけでなく容器も温まる。

このとき、水の温度上昇に必要な熱量だけを計算すると、容器を温めるための熱量を見落としてしまう。

容器と水が初めから同じ温度で、最後も同じ温度になり、外界への熱損失やほかの仕事を無視できる場合、全体が吸収する熱量は、水と容器が吸収する熱量の和となる。

$$Q_{\text{total}} = Q_{\text{water}} + Q_{\text{container}}$$

水には質量と比熱を使い、容器には物体全体の熱容量を使える。

例題 2

質量 0.50 kg の水が、熱容量 100 J/K の容器に入っている。初め、水と容器はともに 20 °C である。

加熱によって水と容器がともに 40 °C になった。水は全量液体で状態変化せず、比熱は一定とする。容器の熱容量も一定で、外界への熱損失やほかの仕事は無視できる。

水の比熱を 4200 J/(kg · K) として、**例題 2(1)** 水が吸収した熱量、**例題 2(2)** 容器が吸収した熱量、**例題 2(3)** 全体が吸収した熱量を求めよ。

解答・解説 水も容器も温度上昇は

$$\Delta T = (40 - 20)\,\text{K} = 20\,\text{K}$$

である。

例題 2(1) 水が吸収する熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\text{water}} &= mc\Delta T \\ &= 0.50\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg} \cdot \text{K)} \\ &\quad \times 20\,\text{K} \\ &= 42000\,\text{J} \end{aligned}$$

となる。答えは 42000 J である。

例題 2(2) 容器が吸収する熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\text{container}} &= C\Delta T \\ &= 100\,\text{J/K} \times 20\,\text{K} \\ &= 2000\,\text{J} \end{aligned}$$

となる。答えは 2000 J である。

例題 2(3) 全体について足し合わせると、

$$\begin{aligned} Q_{\text{total}} &= 42000\,\text{J} + 2000\,\text{J} \\ &= 44000\,\text{J} \end{aligned}$$

となる。答えは 44000 J である。

水だけを計算した 42000 J では、容器に必要な 2000 J が含まれない。

何を温めるのかを先に決める

熱量の計算では、先に対象を決める必要がある。

水だけを対象とすれば水の熱量を計算し、水と容器を対象とすれば両方の熱量を加える。

容器の熱容量を無視できるかどうかは問題の条件であり、常に無視してよいわけではない。

3. 温度が変わらなくても、熱は移動する

氷を温めると、温度が上がるだけでなく、氷が融けて水になることがある。

このように、固体・液体・気体という物質の状態が変わることを**状態変化**という。

純物質を一定圧力のもとでゆっくり加熱し、固体と液体が共存して融解が進む場合、融解中の温度は一定に保たれる。

例えば、常圧の純粋な氷は、融解している間、およそ 0°C を保つ。

しかし、温度が変わらないからといって、熱を受け取っていないわけではない。

融解に必要な熱は、温度上昇ではなく、物質の状態を変えるために使われる。

潜熱と状態変化

潜熱

潜熱 L は、一定の圧力で物質がある状態から別の状態へ変化するとき、単位質量あたりに出入りする熱量の大きさを表す。単位は J/kg である。

質量 m の物質が状態変化するのに必要な熱量の大きさは、

$$Q_{\text{change}} = mL$$

である。

- m：状態変化する質量 [kg]
- L：その状態変化の潜熱 [J/kg]
- Q_{change}：出入りする熱量の大きさ [J]

融解・蒸発では熱を吸収し、逆向きの凝固・凝縮では熱を放出する。

潜熱 L と、実際に状態変化した全質量についての熱量 mL は異なる量である。

状態変化	変化の向き	熱の出入り
融解	固体から液体	吸熱
凝固	液体から固体	放熱
蒸発	液体から気体	吸熱
凝縮	気体から液体	放熱

状態変化が起こる温度と潜熱は、物質の種類や圧力によって異なる。

常圧の純粋な水では、融解・凝固はおよそ 0°C、沸騰はおよそ 100°C で起こる。この温度をすべての物質や圧力に当てはめてはならない。

2 つの式の使い分け

温度が変化する区間では、条件が満たされるとき

$$Q = mc\Delta T$$

を使う。

温度が一定のまま状態変化する区間では、状態変化に関わる熱量の大きさを

$$Q_{\text{change}} = mL$$

で求める。

状態変化中に $\Delta T = 0$ であっても、吸収・放出する熱量が 0 とは限らない。状態変化の区間へ温度変化の式だけを当てはめないことが重要である。

例題 3

常圧で 0 °C にある純粋な氷 0.10 kg を加熱する。

氷の融解潜熱を $3.34 \times 10^5\ \mathrm{J/kg}$ とし、外界への熱損失を無視する。

例題 3(1) すべての氷を同温度の水にするために必要な熱量を求めよ。

例題 3(2) 氷に 16700 J の熱量を与えた時点で、氷と水の質量および温度を求めよ。

解答・解説 例題 3(1) 初めから融点にあるため、氷を融点まで温める熱量は不要である。

すべてを融かすのに必要な熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{melt}} &= mL \\ &= 0.10\,\mathrm{kg} \times 3.34 \times 10^5\,\mathrm{J/kg} \\ &= 33400\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。答えは 33400 J である。

例題 3(2) 与えた熱量は、全融解に必要な 33400 J より小さい。

したがって、氷はまだ残っており、熱は融解に使われる。

融けた質量を m_{melt} とすると、

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{melt}} &= \frac{Q}{L} \\ &= \frac{16700\,\mathrm{J}}{3.34 \times 10^5\,\mathrm{J/kg}} \\ &= 0.050\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

である。

残る氷は

$$0.10\,\mathrm{kg} - 0.050\,\mathrm{kg} = 0.050\,\mathrm{kg}$$

となる。

よって、**氷** 0.050 kg、**水** 0.050 kg、**温度** 0 °C である。

氷と水が共存している間は、加えた熱によって融ける質量が増えるが、温度は上昇しない。

4. 温度変化と状態変化が続く場合

氷を十分に冷えた状態から温め、水にしてさらに温めるとき、すべての過程に一つの式を当てはめることはできない。

次のように、物質の状態と温度の変化に応じて区間を分ける。

区間	起こること	使用する式
①	氷の温度が融点まで上がる	$Q_1 = mc_{\mathrm{ice}}\Delta T_1$
②	融点で氷が水へ変わる	$Q_2 = mL$
③	水の温度が上がる	$Q_3 = mc_{\mathrm{water}}\Delta T_3$

ここでは全量が融解し、各区間の比熱は一定とし、他の状態変化は起こらないものとする。

©ミライコーチング

必要な熱量の合計は、各区間に必要な熱量の和である。

$$Q_{\text{total}} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

例題 4

常圧で $-10\,^\circ\text{C}$ の純粋な氷 $0.10\,\text{kg}$ を加熱し、すべて $20\,^\circ\text{C}$ の水にする。

次の値を用いる。

- 氷の比熱：$2100\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$
- 水の比熱：$4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$
- 氷の融解潜熱：$3.34\times10^5\,\text{J/kg}$

各比熱は一定とし、常圧で融解温度を $0\,^\circ\text{C}$ とする。容器の熱容量、外界への熱損失、ほかの仕事を無視し、沸騰は起こらないものとする。

例題 4(1) 氷を $-10\,^\circ\text{C}$ から $0\,^\circ\text{C}$ へ温める熱量を求めよ。

例題 4(2) 氷をすべて融かす熱量を求めよ。

例題 4(3) 融けた水を $0\,^\circ\text{C}$ から $20\,^\circ\text{C}$ へ温める熱量を求めよ。

例題 4(4) 初めから最後までに必要な熱量の合計を求めよ。

解答・解説 例題 4(1) 氷の温度を上げる区間では、氷の比熱を使う。

$$\begin{aligned} Q_1 &= mc_{\text{ice}}\Delta T_1 \\ &= 0.10\,\text{kg}\times 2100\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ &\quad \times 10\,\text{K} \\ &= 2100\,\text{J} \end{aligned}$$

答えは $2100\,\text{J}$ である。

例題 4(2) 融解中は温度が変わらないため、潜熱を使う。

$$\begin{aligned} Q_2 &= mL \\ &= 0.10\,\text{kg}\times 3.34\times10^5\,\text{J/kg} \\ &= 33400\,\text{J} \end{aligned}$$

答えは $33400\,\text{J}$ である。

例題 4(3) 融解後は液体の水の比熱を使う。

$$\begin{aligned} Q_3 &= mc_{\text{water}}\Delta T_3 \\ &= 0.10\,\text{kg}\times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ &\quad \times 20\,\text{K} \\ &= 8400\,\text{J} \end{aligned}$$

答えは $8400\,\text{J}$ である。

例題 4(4) 3 つの区間で吸収した熱量を加える。

$$\begin{aligned} Q_{\text{total}} &= 2100\,\text{J} + 33400\,\text{J} \\ &\quad +8400\,\text{J} \\ &= 43900\,\text{J} \end{aligned}$$

したがって、必要な熱量は 43900 J である。

この問題では、初めに固体の温度が上がり、その後に融解し、最後に液体の温度が上がる。どの区間で何が起きているかを区別することが、正しい式を選ぶための基本である。

加熱曲線から状態変化を読む

次に、温度と加えた熱量の関係をグラフで見る。

質量 0.20 kg の模型の純物質 X を考える。物質 X は、ある一定圧力で融点が 20 °C、融解潜熱が 100 kJ/kg、液体の比熱が 1000 J/(kg · K) であるとする。

初めは融点にある固体であり、熱損失はなく、温度が 120 °C に達するまで融解以外の状態変化は起こらないものとする。これらの値は、グラフの理解のために設定した模型物質の性質であり、実在する物質の実測値ではない。

横軸は累積入熱 Q（単位 kJ）、縦軸は温度 T（単位 °C）である。横軸の 0, 10, 20, 30, 40 kJ は等間隔で、**時間の経過を表すものではない**。

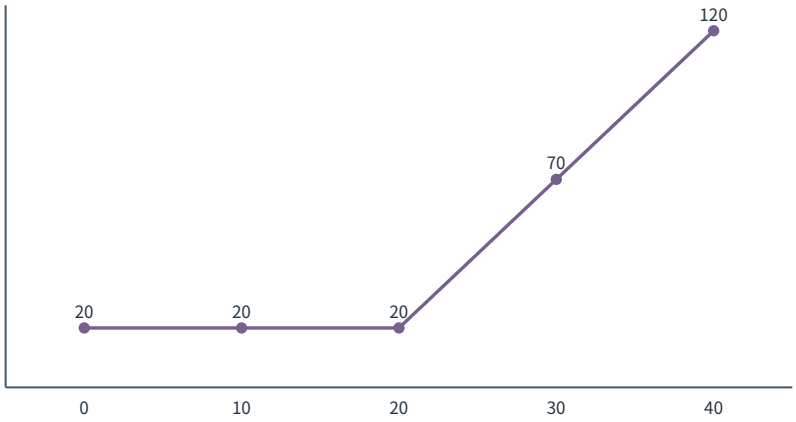

図 2　横の値は累積入熱 Q[kJ]、点の値は温度 T[°C]。一定圧力・熱損失なしの模型物質 X。

初めの 20 °C の固体 X をすべて融かすのに必要な熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\text{melt}} &= mL \\ &= 0.20\,\text{kg} \times 100\,\text{kJ/kg} \\ &= 20\,\text{kJ} \end{aligned}$$

である。

したがって、累積入熱が 0 kJ から 20 kJ までの区間では融解が進み、温度は 20 °C のままである。10 kJ を与えた時点では半分の 0.10 kg が融け、20 kJ で全量の融解が終わる。

その後は液体 X の温度が上がる。

累積入熱が 20 kJ から 30 kJ に増えると、新たに加えた熱量は 10 kJ = 10000 J である。

液体の温度上昇は

$$\begin{aligned}\Delta T &= \frac{Q}{mc} \\ &= \frac{10000\,\mathrm{J}}{0.20\,\mathrm{kg} \times 1000\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}} \\ &= 50\,\mathrm{K}\end{aligned}$$

となる。したがって、30 kJ の時点では液体の温度は 70 °C である。

同様に、累積入熱が 40 kJ に達すると、融解完了後の温度上昇は 100 K となり、液体 X は 120 °C になる。

横ばいの区間にも意味がある

この加熱曲線で、温度が一定の区間は「熱量が増えていない区間」ではない。

加えた熱が状態変化に使われているため、温度が一定なのである。融解が終わると、同じ物質でも加えた熱によって温度が上がる区間へ移る。

5. 熱量の保存と熱のつり合い

温度の異なる物体を接触させると、高温側から低温側へ熱が移動する。

十分な時間がたち、全体が同じ温度になる状態を**熱平衡**という。

外界との熱交換や外部との仕事を無視でき、対象全体の質量が保たれる条件では、対象の内部で移動する熱を考えることができる。

高温側が失った熱量の大きさと、低温側が得た熱量の大きさは等しい。

熱量の保存

外界との熱交換や外部との仕事を無視できる対象全体では、

$$\text{失った熱量の大きさ} = \text{得た熱量の大きさ}$$

と表せる。

各物体が受け取った熱量を、吸熱を正・放熱を負として表すなら、

$$Q_1 + Q_2 + \cdots = 0$$

となる。

この 2 つは同じ熱収支を異なる方法で表している。正の大きさだけで立てた式と、符号付きの式を混ぜないことが重要である。

容器が熱を受け取る場合には、容器も熱収支に含める必要がある。容器の熱容量を無視する問題では、その条件が明示されている。

また、状態変化が起こるときは、温度変化の熱量だけでなく融解や凝固の潜熱も考える。

©ミライコーチング

例題 5

質量 0.20 kg、温度 80 °C の水と、質量 0.30 kg、温度 20 °C の水を混ぜる。

水の比熱はともに 4200 J/(kg · K) で一定とし、全量が液体のままとする。容器の熱容量、外界への熱損失、ほかの仕事を無視する。

例題 5(1) 最終温度を求めよ。

例題 5(2) 高温側が放出した熱量と低温側が吸収した熱量の大きさをそれぞれ求めよ。

例題 5(3) 最終温度が初めの 2 つの温度の単純平均である 50 °C にならない理由を説明せよ。

解答・解説 例題 5(1) 最終温度を T °C とする。

高温側の水が冷えることで放出する熱量の大きさは

$$0.20\,\mathrm{kg} \times 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \times (80 - T)\,\mathrm{K}$$

である。

低温側の水が温まることで吸収する熱量は

$$0.30\,\mathrm{kg} \times 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \times (T - 20)\,\mathrm{K}$$

である。

両者を等しくすると、共通の比熱を消去できる。

$$0.20(80 - T) = 0.30(T - 20)$$

これを解くと、

$$\begin{aligned} 16 - 0.20T &= 0.30T - 6 \\ 22 &= 0.50T \\ T &= 44 \end{aligned}$$

したがって、最終温度は 44 °C である。

例題 5(2) 高温側が放出した熱量の大きさは

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{hot}} &= 0.20\,\mathrm{kg} \times 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \\ &\quad \times 36\,\mathrm{K} \\ &= 30240\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

である。

低温側が吸収した熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{cold}} &= 0.30\,\mathrm{kg} \times 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \\ &\quad \times 24\,\mathrm{K} \\ &= 30240\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

両者の大きさはともに 30240 J である。符号付きで書けば、高温側が -30240 J、低温側が $+30240$ J となる。

例題 5(3) 水の質量が等しくないためである。同じ比熱であっても、質量の大きい低温側の水を温めるには、同じ温度変化に対してより多くの熱量が必要になる。

このため、最終温度は単純平均の 50 °C ではなく、質量の大きい低温側に近い 44 °C となる。

6. 氷を混ぜるときは、まず全部融けるか調べる

温かい水に氷を入れると、水は冷え、氷は熱を受け取る。

ここで重要なのは、**氷がすべて融けるかどうかを、最終温度の計算より先に判断する**ことである。

例えば、0 °C の氷を含む系に十分な熱が供給されなければ、氷は一部しか融けない。その場合、常圧で純粋な氷と水が共存する熱平衡状態の温度は 0 °C である。

氷がすべて融けたことを確かめる前に「全量が液体になる」という式を立てると、実際には成立しない負の最終液体温度が計算上現れることがある。

全融解の判定

初めに 0 °C の氷と、0 °C より高温の水がある場合を考える。

温かい水が 0 °C まで冷えるときに放出できる熱量の大きさを $Q_{\mathrm{available}}$ とする。

一方、氷をすべて融かすために必要な熱量を Q_{melt} とする。

- $Q_{\mathrm{available}} < Q_{\mathrm{melt}}$：氷は一部しか融けず、氷と水が残る。
- $Q_{\mathrm{available}} = Q_{\mathrm{melt}}$：氷がちょうどすべて融け、最終温度は融点となる。
- $Q_{\mathrm{available}} > Q_{\mathrm{melt}}$：氷がすべて融けたあと、残りの熱量で水の温度が上がる。

これは、外界との熱交換や容器の熱容量を無視でき、対象が純粋な水と氷からなり、常圧でほかの相変化が起こらない場合の判断である。

例題 6

常圧で、20 °C の純粋な水 0.20 kg に、0 °C の純粋な氷 0.10 kg を入れる。

水の比熱は 4200 J/(kg · K)、氷の融解潜熱は 3.34×10^5 J/kg とする。容器の熱容量、外界への熱損失、ほかの仕事を無視し、全体が熱平衡に達するまで待つ。

例題 6(1) 温かい水が 0 °C まで冷えるとき、放出できる熱量の大きさを求めよ。

例題 6(2) 初めの氷がすべて融けるか判定せよ。

例題 6(3) 最終的な氷と水の質量、および温度を求めよ。

解答・解説 例題 6(1) 水が 20 °C から 0 °C まで冷えるとき、放出できる熱量の大きさは

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{available}} &= 0.20\,\mathrm{kg} \times 4200\,\mathrm{J/(kg \cdot K)} \\ &\quad \times 20\,\mathrm{K} \\ &= 16800\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

である。答えは 16800 J である。

例題 6(2) 氷をすべて融かすのに必要な熱量は

$$Q_{\text{melt}} = 0.10\,\text{kg} \times 3.34 \times 10^5\,\text{J/kg}$$
$$= 33400\,\text{J}$$

である。

$$16800\,\text{J} < 33400\,\text{J}$$

なので、**氷はすべて融けない**。

例題 6(3) 温かい水から放出された 16800 J は、初めに 0 °C だった氷の一部を融かすために使われる。

融ける氷の質量は

$$m_{\text{melt}} = \frac{16800\,\text{J}}{3.34 \times 10^5\,\text{J/kg}}$$
$$\approx 0.0503\,\text{kg}$$

である。

残る氷の質量は

$$m_{\text{ice}} = 0.10\,\text{kg} - 0.0503\,\text{kg}$$
$$\approx 0.0497\,\text{kg}$$

となる。

液体の水の質量は、初めからあった水と融けた氷の分を合わせて

$$m_{\text{water}} = 0.20\,\text{kg} + 0.0503\,\text{kg}$$
$$\approx 0.2503\,\text{kg}$$

である。

氷と水が共存しているため、最終温度は 0 °C となる。

よって、**氷は約** 0.0497 kg**、水は約** 0.2503 kg**、最終温度は** 0 °C である。

ここで、すべての氷が融けて液体になると仮定して温度を計算してはならない。全融解に必要な熱量が足りないことを確認した時点で、全量液体という仮定は成立しないからである。

熱量の問題で使う判断順

まず、どの物体を対象にするかを決め、初めの温度・質量・状態を確認する。

次に、温度変化なら $mc\Delta T$、状態変化なら mL を使う。両方が起こるときは区間を分けて足す。

熱を交換する問題では、失う熱量と得る熱量を対応させる。氷が含まれるときは、全融解に必要な熱量と利用できる熱量を比較してから最終温度を求める。

演習問題

演習 1

均一な固体の熱量について考える。

演習 1(1) 次のア〜エのうち、正しい説明を一つ選べ。

- ア：熱容量 C は、物質 1 kg の温度を 1 K 上げるための熱量である。
- イ：比熱 c は、物体全体の温度を 1 K 上げるための熱量である。
- ウ：融解潜熱 L は、単位質量の物質を融解させるために必要な熱量である。
- エ：物体に熱を加えている間は、必ず温度が上昇する。

演習 1(2) 質量 0.40 kg、比熱 500 J/(kg · K) の一様な固体について、熱容量を求めよ。

演習 1(3) この固体を 15 °C から 25 °C に温めるのに必要な熱量を求めよ。

演習 1(4) 同じ固体を 25 °C から 15 °C に冷やした場合、固体が受け取った熱量を符号付きで答えよ。

ただし、(2)〜(4)では比熱は一定、状態変化はなく、ほかの仕事や熱損失は無視できるものとする。

対応解説：巻末の「演習 1 の解答・解説」。

演習 2

熱容量が 150 J/K の物体 A と、300 J/K の物体 B がある。

それぞれに 900 J の熱量を与える。いずれも熱容量は一定で、状態変化はなく、ほかの仕事や熱損失は無視できる。

演習 2(1) 物体 A の温度上昇を求めよ。

演習 2(2) 物体 B の温度上昇を求めよ。

演習 2(3) この情報だけで A と B の比熱の大小を判断できるか。理由とともに答えよ。

対応解説：巻末の「演習 2 の解答・解説」。

演習 3

質量 0.25 kg の水が、熱容量 80 J/K の容器に入っている。

水と容器は初めともに 15 °C であり、加熱後にはともに 35 °C になった。

水の比熱を 4200 J/(kg · K) とし、全量が液体で状態変化は起こらないものとする。比熱と容器の熱容量は一定で、外界への熱損失やほかの仕事は無視できる。

演習 3(1) 水が吸収した熱量を求めよ。

演習 3(2) 容器が吸収した熱量を求めよ。

演習 3(3) 水と容器全体が吸収した熱量を求めよ。

対応解説：巻末の「演習 3 の解答・解説」。

©ミライコーチング

演習 4

常圧で $0\,^\circ\mathrm{C}$ の純粋な氷 $0.12\,\mathrm{kg}$ に、$20\,\mathrm{kJ}$ の熱量を与える。

氷の融解潜熱は $3.34\times10^{5}\,\mathrm{J/kg}$ とし、熱損失を無視する。

演習 4(1) 初めの氷をすべて融かすために必要な熱量を求めよ。

演習 4(2) 与えた熱量によって融ける氷の質量を求めよ。

演習 4(3) 最後に残る氷の質量、液体の水の質量、温度をそれぞれ求めよ。

対応解説：巻末の「演習 4 の解答・解説」。

演習 5

常圧で $-5\,^\circ\mathrm{C}$ の純粋な氷 $0.050\,\mathrm{kg}$ を加熱し、すべて $10\,^\circ\mathrm{C}$ の水にする。

次の値を用いる。

- 氷の比熱：$2100\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}$
- 水の比熱：$4200\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}$
- 氷の融解潜熱：$3.34\times10^{5}\,\mathrm{J/kg}$

比熱はそれぞれ一定で、融解温度は $0\,^\circ\mathrm{C}$ とする。容器の熱容量、外界への熱損失、ほかの仕事は無視でき、沸騰は起こらない。

演習 5(1) 氷を融点まで温める熱量を求めよ。

演習 5(2) すべての氷を融かす熱量を求めよ。

演習 5(3) 融けた水を $10\,^\circ\mathrm{C}$ まで温める熱量を求めよ。

演習 5(4) 全体で必要な熱量を求めよ。

対応解説：巻末の「演習 5 の解答・解説」。

演習 6

質量 $0.10\,\mathrm{kg}$、温度 $60\,^\circ\mathrm{C}$ の水と、質量 $0.20\,\mathrm{kg}$、温度 $30\,^\circ\mathrm{C}$ の水を混ぜる。

水の比熱はともに $4200\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}$ で一定とし、全量が液体のままとする。容器の熱容量、外界への熱損失、ほかの仕事を無視する。

演習 6(1) 最終温度を求めよ。

演習 6(2) 高温側が放出した熱量と低温側が吸収した熱量の大きさをそれぞれ求めよ。

演習 6(3) 最終温度が、初めの 2 つの温度の単純平均と一致しない理由を説明せよ。

対応解説：巻末の「演習 6 の解答・解説」。

©ミライコーチング

演習 7

常圧で 30 °C の純粋な水 0.40 kg に、0 °C の純粋な氷 0.10 kg を入れる。

水の比熱は 4200 J/(kg · K)、氷の融解潜熱は 3.34×10^5 J/kg とする。

容器の熱容量、外界への熱損失、ほかの仕事は無視でき、全体は熱平衡に達するものとする。

演習 7(1) 温かい水が 0 °C まで冷えるとき、放出できる熱量の大きさを求めよ。

演習 7(2) 初めの氷がすべて融けるか判定せよ。

演習 7(3) 最終的な水と氷の質量、および温度を求めよ。温度は小数第 1 位まで答えよ。

対応解説：巻末の「演習 7 の解答・解説」。

演習 8

模型の純物質 Y について考える。

物質 Y の質量は 0.10 kg で、ある一定圧力での融点は 30 °C、融解潜熱は 80 kJ/kg、液体の比熱は 2000 J/(kg · K) である。

初めは融点にある固体であり、加熱中の熱損失はない。融解完了後は液体の比熱が一定で、ここで扱う温度範囲ではほかの状態変化は起こらない。

これらは計算練習のために与えた模型物質の条件であり、実在物質の実測値ではない。

演習 8(1) 物質 Y をすべて融かすのに必要な熱量を求めよ。

演習 8(2) 初めから 4 kJ の熱量を与えたときの固体と液体の質量、および温度を求めよ。

演習 8(3) 初めから累計 12 kJ の熱量を与えたとき、物質 Y の状態と温度を求めよ。

対応解説：巻末の「演習 8 の解答・解説」。

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1) 答え：ウ。 融解潜熱 L は、単位質量を融解させるために必要な熱量であり、単位は J/kg である。

ほかの選択肢が誤りである理由は次のとおりである。

- ア：熱容量 C は物体全体について定義される量である。単位質量あたりの量ではない。
- イ：比熱 c は単位質量あたりの量である。物体全体についての量は熱容量である。
- エ：融解などの状態変化中は、熱を受け取っても温度が一定に保たれる場合がある。

演習 1(2) 答え：200 J/K。

熱容量は質量と比熱の積なので、

$$
\begin{aligned}
C &= mc \\
&= 0.40\,\mathrm{kg} \times 500\,\mathrm{J/(kg \cdot K)} \\
&= 200\,\mathrm{J/K}
\end{aligned}
$$

となる。

演習 1(3) 答え：2000 J。

温度上昇は

$$\Delta T = (25 - 15)\,\mathrm{K} = 10\,\mathrm{K}$$

である。

したがって、

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta T \\ &= 200\,\mathrm{J/K} \times 10\,\mathrm{K} \\ &= 2000\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

演習 1(4) 答え：-2000 J。

冷却では温度変化が

$$\Delta T = (15 - 25)\,\mathrm{K} = -10\,\mathrm{K}$$

となるため、

$$\begin{aligned} Q &= 200\,\mathrm{J/K} \times (-10\,\mathrm{K}) \\ &= -2000\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

である。

熱を放出するため、固体が受け取った熱量は負となる。放出した熱量の大きさを問われた場合は 2000 J と答える。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1) 答え：6 K。

温度上昇は、与えた熱量を熱容量で割ればよい。

$$\begin{aligned}\Delta T_A &= \frac{Q}{C_A} \\ &= \frac{900\,\mathrm{J}}{150\,\mathrm{J/K}} \\ &= 6\,\mathrm{K}\end{aligned}$$

演習 2(2) 答え：3 K。

$$\begin{aligned}\Delta T_B &= \frac{Q}{C_B} \\ &= \frac{900\,\mathrm{J}}{300\,\mathrm{J/K}} \\ &= 3\,\mathrm{K}\end{aligned}$$

同じ熱量を与えると、熱容量が 2 倍の物体 B では、温度上昇が A の半分となる。

演習 2(3) 答え：比熱の大小は判断できない。

与えられているのは物体全体の熱容量だけであり、A と B の質量は分からない。

均一な物質なら $C = mc$ であるため、熱容量の違いが比熱によるものか、質量によるものかを、この情報だけから決めることはできない。

演習 3 の解答・解説

水と容器の温度上昇は共通である。

$$\Delta T = (35 - 15)\,\mathrm{K} = 20\,\mathrm{K}$$

演習 3(1) 答え：21000 J。

水が吸収する熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{water}} &= mc\Delta T \\ &= 0.25\,\mathrm{kg} \times 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \\ &\quad \times 20\,\mathrm{K} \\ &= 21000\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

演習 3(2) 答え：1600 J。

容器の熱容量が与えられているため、

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{container}} &= C\Delta T \\ &= 80\,\mathrm{J/K} \times 20\,\mathrm{K} \\ &= 1600\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

演習 3(3) 答え：22600 J。

水と容器が吸収する熱量を加える。

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{total}} &= 21000\,\mathrm{J} + 1600\,\mathrm{J} \\ &= 22600\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

容器も温まっているため、水だけに必要な熱量よりも全体の熱量が大きくなる。

演習 4 の解答・解説

演習 4(1) 答え：40080 J。

初めから 0°C の氷であるため、全融解に必要な熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\mathrm{melt}} &= mL \\ &= 0.12\,\mathrm{kg} \times 3.34 \times 10^{5}\,\mathrm{J/kg} \\ &= 40080\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

演習 4(2) 答え：約 $0.0599\,\mathrm{kg}$。

与えた熱量をジュールへ直す。

$$20\,\mathrm{kJ} = 20000\,\mathrm{J}$$

全融解に必要な $40080\,\mathrm{J}$ より少ないので、すべての氷は融けない。

融ける質量は

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{melt}} &= \frac{Q}{L} \\ &= \frac{20000\,\mathrm{J}}{3.34\times10^{5}\,\mathrm{J/kg}} \\ &\approx 0.0599\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

である。

演習 4(3) 答え：氷は約 $0.0601\,\mathrm{kg}$**、水は約** $0.0599\,\mathrm{kg}$**、温度は** $0\,^{\circ}\mathrm{C}$。

残る氷の質量は

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{ice}} &= 0.12\,\mathrm{kg} - 0.0599\,\mathrm{kg} \\ &\approx 0.0601\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

である。

液体の水は、融けた氷の分だけなので約 $0.0599\,\mathrm{kg}$ となる。

氷が残り、水と共存しているため、温度は $0\,^{\circ}\mathrm{C}$ のままである。

演習 5 の解答・解説

演習 5(1) 答え：$525\,\mathrm{J}$。

氷の温度を $-5\,^{\circ}\mathrm{C}$ から融点まで上げる。

$$\begin{aligned} Q_1 &= mc_{\mathrm{ice}}\Delta T_1 \\ &= 0.050\,\mathrm{kg}\times 2100\,\mathrm{J/(kg\cdot K)} \\ &\quad \times 5\,\mathrm{K} \\ &= 525\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

演習 5(2) 答え：$16700\,\mathrm{J}$。

融点に達した氷をすべて融かすには、

$$\begin{aligned} Q_2 &= mL \\ &= 0.050\,\mathrm{kg}\times 3.34\times10^{5}\,\mathrm{J/kg} \\ &= 16700\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

が必要である。

演習 5(3) 答え：2100 J。

融解後の液体を 0 °C から 10 °C へ温める。

$$\begin{aligned} Q_3 &= mc_{\text{water}}\Delta T_3 \\ &= 0.050\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ &\quad \times 10\,\text{K} \\ &= 2100\,\text{J} \end{aligned}$$

演習 5(4) 答え：19325 J。

3 つの区間で必要な熱量を足す。

$$\begin{aligned} Q_{\text{total}} &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ &= 525\,\text{J} + 16700\,\text{J} + 2100\,\text{J} \\ &= 19325\,\text{J} \end{aligned}$$

氷の加熱には氷の比熱、融解には潜熱、融けた後の水の加熱には水の比熱を使用する。最初から最後まで水の比熱を使うことはできない。

演習 6 の解答・解説

演習 6(1) 答え：40 °C。

最終温度を T °C とする。

高温側が放出する熱量の大きさと、低温側が吸収する熱量を等しくする。

$$0.10\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \times (60 - T)\,\text{K}$$
$$= 0.20\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \times (T - 30)\,\text{K}$$

共通する比熱を消去すると、

$$0.10(60 - T) = 0.20(T - 30)$$

となる。

$$\begin{aligned} 6 - 0.10T &= 0.20T - 6 \\ 12 &= 0.30T \\ T &= 40 \end{aligned}$$

よって最終温度は 40 °C である。

演習 6(2) 答え：高温側の放熱量の大きさ、低温側の吸熱量はともに 8400 J。

高温側が放出する熱量の大きさは

$$\begin{aligned} Q_{\text{hot}} &= 0.10\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ &\quad \times 20\,\text{K} \\ &= 8400\,\text{J} \end{aligned}$$

である。

低温側が吸収する熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\text{cold}} &= 0.20\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ &\quad \times 10\,\text{K} \\ &= 8400\,\text{J} \end{aligned}$$

となり、熱収支が一致する。

演習 6(3) 答え：2 つの水の質量が異なり、同じ温度変化に必要な熱量が等しくないためである。

単純平均は

$$\frac{60+30}{2} = 45$$

であるが、低温側の水は高温側の 2 倍の質量をもつ。

したがって、温度を同じだけ変化させるのに必要な熱量も異なる。最終温度は質量の大きい低温側に近い値となる。

演習 7 の解答・解説

演習 7(1) 答え：50400 J。

温かい水が 30 °C から 0 °C まで冷えるとき、放出できる熱量の大きさは

$$\begin{aligned} Q_{\text{available}} &= 0.40\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \\ &\quad \times 30\,\text{K} \\ &= 50400\,\text{J} \end{aligned}$$

である。

演習 7(2) 答え：すべて融ける。

氷をすべて融かすのに必要な熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\text{melt}} &= 0.10\,\text{kg} \times 3.34 \times 10^{5}\,\text{J/kg} \\ &= 33400\,\text{J} \end{aligned}$$

である。

利用できる熱量との比較は

$$50400\,\text{J} > 33400\,\text{J}$$

となる。

したがって、氷はすべて融け、残った熱量によって水の温度が 0 °C より高くなる。

演習 7(3) 答え：水 0.50 kg、氷 0 kg、最終温度は約 8.1 °C。

初めの氷をすべて融かしたあとに残る熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\text{remaining}} &= 50400\,\text{J} - 33400\,\text{J} \\ &= 17000\,\text{J} \end{aligned}$$

である。

全量が水になるため、その質量は

$$0.40\,\text{kg} + 0.10\,\text{kg} = 0.50\,\text{kg}$$

となる。

残った熱量で、この 0.50 kg の水全体の温度が 0 °C から上がると考えれば、

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{17000\,\text{J}}{0.50\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)}} \\ &\approx 8.1\,\text{K} \end{aligned}$$

となる。

よって最終温度は約 8.1 °C である。

別の確認方法として、最終温度を T °C として熱収支を直接立てることもできる。

$$\begin{aligned} &0.40\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \times (30 - T)\,\text{K} \\ &= 33400\,\text{J} \\ &\quad +0.10\,\text{kg} \times 4200\,\text{J/(kg}\cdot\text{K)} \times T\,\text{K} \end{aligned}$$

整理すると、

$$\begin{aligned} 50400 - 1680T &= 33400 + 420T \\ 17000 &= 2100T \\ T &\approx 8.1 \end{aligned}$$

となり、同じ結果が得られる。

ただし、この式は氷がすべて融ける条件で成立する。先に全融解を判定したことが重要である。

演習 8 の解答・解説

演習 8(1) 答え：8 kJ。

初めから融点の固体であるため、全融解に必要な熱量は

$$\begin{aligned} Q_{\text{melt}} &= mL \\ &= 0.10\,\text{kg} \times 80\,\text{kJ/kg} \\ &= 8\,\text{kJ} \end{aligned}$$

となる。

演習 8(2) 答え：固体 $0.050\,\mathrm{kg}$**、液体** $0.050\,\mathrm{kg}$**、温度** $30\,^\circ\mathrm{C}$。

与えた熱量は $4\,\mathrm{kJ}$ であり、全融解に必要な $8\,\mathrm{kJ}$ の半分である。

融けた質量は

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{melt}} &= \frac{4\,\mathrm{kJ}}{80\,\mathrm{kJ/kg}} \\ &= 0.050\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

となる。

残る固体の質量は

$$0.10\,\mathrm{kg} - 0.050\,\mathrm{kg} = 0.050\,\mathrm{kg}$$

である。

固体と液体が共存しているため、温度は融点の $30\,^\circ\mathrm{C}$ のままである。

演習 8(3) 答え：すべて液体となり、温度は $50\,^\circ\mathrm{C}$。

全融解に必要な熱量は $8\,\mathrm{kJ}$ なので、累計 $12\,\mathrm{kJ}$ のうち、融解完了後の液体の温度上昇に使われた熱量は

$$12\,\mathrm{kJ} - 8\,\mathrm{kJ} = 4\,\mathrm{kJ}$$

である。

これをジュールに直すと

$$4\,\mathrm{kJ} = 4000\,\mathrm{J}$$

となる。

融解後は液体の比熱を使用する。

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{Q}{mc} \\ &= \frac{4000\,\mathrm{J}}{0.10\,\mathrm{kg} \times 2000\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}} \\ &= 20\,\mathrm{K} \end{aligned}$$

したがって、融点 $30\,^\circ\mathrm{C}$ から $20\,\mathrm{K}$ 上昇して、温度は $50\,^\circ\mathrm{C}$ となる。

このように、累積入熱が全融解に必要な熱量へ達するまでは状態変化が進み、それを超えると液体の温度上昇が始まる。温度変化の式を使うのは、融解が完了したあとの区間である。