第 103 講 ローレンツ力

磁場の中を動く電気を帯びた粒子には、力が働くことがある。

第 102 講では、磁場中の導線に電流を流すと力が働くことを学んだ。では、導線がなく、電子のような小さな粒子が 1 個だけ磁場の中を動いている場合はどうなるだろうか。

実は、動いている粒子にも磁場から力が働く。ただし、その力の向きは粒子がもつ電荷の符号によって変わる。

この講では、電荷の符号、粒子の速度、磁場の向きを手がかりにして、磁場から受ける力の大きさと向きを判断する。

この講でできるようになること

- 電荷の符号、速度の向き、磁場の向きからローレンツ力の向きを判断できる。
- ローレンツ力の大きさを求め、速度と磁場のなす角によって力が変化する理由を説明できる。
- 条件を反転・変更したとき、磁力の大きさと向きがどう変わるかを判断できる。
- 磁力が仕事をしない理由と、速さが変わらなくても速度の向きは変わり得る理由を説明できる。

1. 動く電荷が磁場から受ける力

電荷をもつ粒子にも磁力が働く

第 085 講では、物体がもつ電気の量を**電荷**といい、正の電荷と負の電荷があることを学んだ。

電子は負の電荷をもつ粒子である。正の電荷をもつ粒子の例には陽子がある。

これらの粒子が磁場中を動くと、磁場から力を受けることがある。この力を、ここでは**ローレンツ力**と呼ぶ。

ローレンツ力

磁場中を運動する電荷が、磁場から受ける力をローレンツ力という。

本講では電場のない場合を考え、磁場による力だけを扱う。

電荷が存在するだけで、必ず磁力が働くわけではない。粒子の運動と磁場との関係が重要である。

ローレンツ力を考える際には、次の物理量を区別する。

記号	表す量	単位
q	粒子の電荷（正負の符号を含む）	C
電荷の大きさ	電荷の絶対値（非負）	C
v	粒子の速さ（非負）	m/s
B	外部磁場の磁束密度の大きさ（非負）	T
F	ローレンツ力の大きさ（非負）	N

速度は、速さだけでなく向きももつ量である。本講の式では、速さを v と書き、速度の向きは図や文章で指定する。

©ミライコーチング

また、B は磁場の強さを表す量であるが、磁場そのものには向きもある。力の計算では B の大きさを使い、力の方向を判断するときには磁場の向きも使う。

速度と磁場が垂直な場合

電荷の大きさが $|q|$、速さが v、磁束密度の大きさが B であるとする。

粒子の速度が磁場に垂直なとき、ローレンツ力の大きさは次の式で表される。

$$F = |q|vB$$

ここで使う $|q|$ は電荷の絶対値である。

例えば、負の電荷 $q = -2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子でも、

$$|q| = 2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

となる。

力の大きさに負の値は使わない。**電荷の符号は力の向きを判断するときに使う**のである。

また、この式は速度と磁場が垂直な場合の式である。斜めの場合については後で考える。

力を求める前の確認

ローレンツ力を判断するときは、次の 3 つを分けて確認する。

1. **電荷の符号**：正電荷か、負電荷か。
2. **粒子の速度**：どちらへ、どれだけの速さで動いているか。
3. **外部磁場**：どちら向きで、磁束密度の大きさはいくらか。

力の大きさと向きは別々に判断する。負電荷でも力の大きさは負にならない。

2. ローレンツ力の向きを判断する

正電荷を基準に考える

第 102 講で学んだフレミングの左手の法則を利用すると、ローレンツ力の向きを判断できる。

左手の 3 本の指には、次の対応がある。

- 人差し指：磁場の向き
- 中指：電流の向き
- 親指：力の向き

正電荷が動く場合には、正電荷の速度方向を電流の向きに対応させて考える。

したがって、正電荷については、中指を粒子の速度方向、人差し指を外部磁場の方向に合わせると、親指が力の方向を示す。

負電荷の場合は、**同じ速度と磁場を与えた正電荷について力の向きを求め、その向きを反転する。**

紙面に垂直な方向の記号

紙面に出入りする向きは、次の記号で表す。

記号	意味	見る向き
⊙	紙面の手前向き	紙面から観察者の方へ出てくる
⊗	紙面の奥向き	観察者から紙面の向こうへ入っていく

⊙は矢の先端を正面から見た形、⊗は矢の後端を見た形に対応する。

これらの記号は電荷の正負を表すものではない。粒子の「＋」「−」と、磁場の「⊙」「⊗」は役割が異なる。

正電荷と負電荷を比較する

次の図では、紙面を正面から見ているものとする。

左右の粒子は電荷の符号だけが異なり、電荷の大きさ、速さ、速度の向き、外部磁場は同じである。

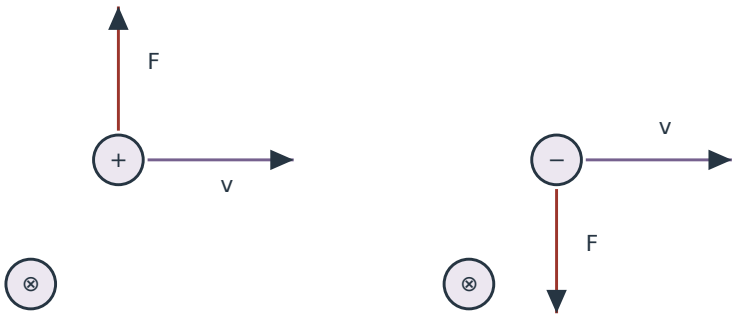

図 1　同じ右向き速度 v、紙面奥の磁場 B。正電荷は上向き、負電荷は下向きに磁力を受ける。

図の「＋」「−」を囲む円は粒子を表し、下側の「⊗」はそれぞれの位置における外部磁場 B が紙面奥向きであることを示す。⊗は別の粒子ではない。

どちらの粒子も速度 v は右向きである。

正電荷についてフレミングの左手の法則を使うと、力 F は上向きになる。一方、負電荷は同じ条件で下向きの力を受ける。

電荷の符号を反転しても、粒子の速度そのものが反転するわけではない。図でも、両方の速度矢印は右向きのままである。

なお、図中の v、B、F は異なる物理量である。矢印の見た目の長さを比較して、それぞれの数値の大小を判断してはならない。

電子の移動方向と電流の向き

ここで注意したいのが、**電子が動く向きと、慣用的な電流の向きは逆である**という点である。

電流の向きは、正電荷が移動する向きを基準に定められている。

したがって、電子が右向きに動いている場合、その電子の移動に対応する慣用的な電流は左向きである。

しかし、ローレンツ力を求めるときに、電子の速度矢印を勝手に左向きへ変更してはならない。

例えば、電子が右向きに動き、磁場が紙面奥向きであるとする。

正電荷が右向きに動くときの力は上向きであるため、電子に働く力は下向きになる。

同じ結果は、電子の移動に対応する電流を左向きとして左手の法則を使っても得られる。

ただし、二つの方法を混ぜてはいけない。

©ミライコーチング

負電荷で起こりやすい二重反転

負電荷について、次のような計算をしてはいけない。

「負電荷だから速度方向を反転する。さらに負電荷だから力も反転する。」

これでは同じ符号の効果を二度反映してしまう。

方法 A：実際の速度方向で正電荷の力を求め、負電荷なら力を 1 回だけ反転する。

方法 B：負電荷の移動に対応する慣用電流の向きを使い、フレミングの左手の法則で力を求める。

どちらか一方の方法で最後まで判断する。

3. 速度が磁場に斜めの場合

磁場に垂直な成分だけが寄与する

ここまでは、速度と磁場が垂直な場合を考えた。

では、粒子が磁場に対して斜めに動いているとき、力の大きさはどうなるだろうか。

速度には、磁場と平行な成分と、磁場に垂直な成分がある。

ローレンツ力の大きさに寄与するのは、**磁場に垂直な速度成分**だけである。

速度方向と外部磁場の方向がなす角を θ とする。角 θ は 0° から 180° の範囲で考える。

速さ v のうち、磁場に垂直な成分の大きさは $v\sin\theta$ である。

したがって、一般にローレンツ力の大きさは次の式で表される。

ローレンツ力の大きさ

$$F = |q|vB\sin\theta$$

- $|q|$：電荷の大きさ
- v：粒子の速さ
- B：外部磁場の磁束密度の大きさ
- θ：速度の向きと磁場の向きがなす角

ただし、$v = 0$ または $B = 0$ の場合、角 θ を無理に定義する必要はない。この場合の磁力は 0 N である。

速度を二つの成分に分ける

次の図では、外部磁場が右向きで、粒子の速度が右上向きである。

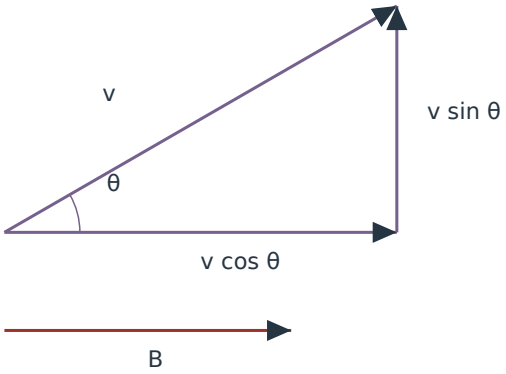

図 2　速度 v を外部磁場 B に平行・垂直な成分へ分ける。正電荷でこの配置なら F は紙面奥。

この図は、一つの速度を二つの成分に分解した模式図である。粒子が二方向へ分かれて進むことや、実際の軌道を示すものではない。

速度 v は斜め右上向きであり、磁場 B は右向きである。したがって、θ は右向きの磁場から右上向きの速度までの角である。

直角三角形を考えると、磁場に平行な成分の大きさが $v\cos\theta$、垂直な成分の大きさが $v\sin\theta$ となる。

このうち、平行成分 $v\cos\theta$ は磁力の大きさに寄与しない。

正電荷に働く力は、この配置では紙面奥向きとなる。負電荷であれば紙面手前向きである。

成分の長さの比は三角比で表されるが、図の線の長さを実測して数値を求めるものではない。

角度によって力はどう変わるか

同じ電荷の大きさ $|q|$、速さ v、磁束密度の大きさ B を固定して、角度だけを変える。

θ	$\sin\theta$	**磁力の大きさ**
0°	0	$0\,\mathrm{N}$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\times$ 電荷の大きさ $\times\, vB$
90°	1	電荷の大きさ $\times\, vB$
180°	0	$0\,\mathrm{N}$

速度と磁場が平行な場合は $\theta = 0^\circ$、反平行な場合は $\theta = 180^\circ$ である。

いずれも磁場に垂直な速度成分が存在しないため、ローレンツ力は $0\,\mathrm{N}$ となる。

速度と磁場が垂直な $\theta = 90^\circ$ の場合、同じ $|q|$、v、B のもとでは磁力が最大となる。

磁力が 0 になる条件

磁力が 0 N になるのは、次のような場合である。

- $q = 0$：粒子に電荷がない。
- $v = 0$：粒子が静止している。
- $B = 0$：外部磁場がない。
- 速度と磁場が平行または反平行：磁場に垂直な速度成分がない。

力が 0 の場合には、力の向きは定まらない。「右向きに 0 N の磁力」などと方向を指定する必要はない。

4. 条件を変えたときの力の変化

何を固定し、何を反転したか

ローレンツ力の方向は、電荷の符号、速度の向き、磁場の向きによって決まる。

ここで、電荷の大きさ、粒子の速さ、磁束密度の大きさを同じに保ち、速度と磁場が垂直である条件を考える。

基準は、正電荷が右向きに動き、磁場が紙面奥向きである場合とする。このとき磁力は上向きである。

基準からの変更	磁力の向き
電荷の符号だけを反転	下向き
速度の向きだけを反転	下向き
磁場の向きだけを反転	下向き
速度と磁場の向きを両方反転	上向き
電荷の符号と速度の向きを両方反転	上向き
電荷の符号と磁場の向きを両方反転	上向き

一つだけを反転すると力の向きも反転する。一方、二つを同時に反転すると、力の向きは元に戻る。

ただし、これは比較する前後で、電荷の大きさ、速さ、磁束密度の大きさ、速度と磁場のなす角を保っている場合である。

例えば、別の種類の粒子に取り替えた際には、電荷の符号だけでなく電荷の大きさまで変わることがある。その場合、力の大きさが変わらないとは限らない。

力の大きさを比較する

$$F = |q| vB \sin\theta$$

この式から、ほかの条件を固定した場合には、$|q|$ を 2 倍にすると磁力の大きさも 2 倍になると分かる。

同様に、速さ v を半分にすると、磁力の大きさも半分になる。

ただし、電荷の符号を正から負へ変えるだけなら、$|q|$ は変わらないため、磁力の大きさは変わらない。

比較のワンポイント

大きさを比較するときは $|q|$、v、B、$\sin\theta$ の変化を調べる。

向きを比較するときは、電荷の符号、速度方向、磁場方向の変化を調べる。

二つを混同しなければ、条件変更の問題を整理しやすくなる。

5. 磁力は仕事をするのか

磁力は速度に垂直

第 026 講では、力がする仕事を考える際、移動方向に働く力の成分が重要であることを学んだ。

例えば、物体が右向きに動くとき、右向きの力は正の仕事をし、左向きの力は負の仕事をする。一方、移動方向に垂直な力は仕事をしない。

ローレンツ力には、重要な性質がある。

磁場によるローレンツ力は、各瞬間の粒子の速度に垂直である。

磁力が 0 N でない場合でも、磁力はその瞬間に粒子が進んでいる向きとは直角になる。

次の図では、正電荷が右向きに動き、磁場が紙面奥向きである一瞬を考える。

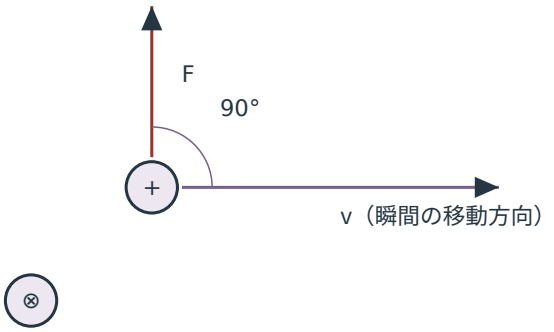

図 3　ある瞬間の速度 v と磁力 F は垂直。F は瞬間の移動方向に成分をもたない。

図の「＋」は正電荷、⊗は紙面奥向きの外部磁場を表す。観察者は紙面を正面から見ている。

右向きの矢印 v はその瞬間の速度方向、上向きの矢印 F はその瞬間の磁力方向である。

二つの向きは 90° をなすため、磁力には瞬間の移動方向の成分がない。

第 026 講の仕事の考え方に従えば、瞬間の移動方向に垂直な力は仕事をしない。

重要なのは、この図が**ある一瞬の速度と力の関係**を示していることである。

粒子が一定時間ずっと右向きの直線上を進むことを示しているわけではない。磁力により速度の向きが変わる場合、次の瞬間には速度と磁力の向きも変わり得る。

したがって、曲がった有限の運動区間全体について、最初の磁力を一定とみなし、始点から終点への直線変位を用いて仕事を一括計算してはならない。

各瞬間で磁力が速度に垂直であるため、運動の途中で方向が変わっても、磁力がする仕事は全体として 0 となる。

仕事が 0 でも力は 0 とは限らない

ここで、次の二つの文を比べる。

- 磁力がする仕事は 0 である。
- 磁力そのものが 0 である。

これらは同じ意味ではない。

磁力が実際に働いていても、移動方向に垂直であれば仕事は 0 になる。

さらに、磁力がする仕事が 0 であることは、粒子の運動エネルギーを磁力が増減させないことを意味する。

粒子の質量が一定なら、運動エネルギーは速さの 2 乗に比例する。したがって、磁力だけが働く場合、速さは変化しない。

しかし、**速さが一定でも速度が一定とは限らない**。

速度は向きももつため、速さが同じまま進行方向だけが変わることもある。

磁力と運動エネルギー

- 磁力は各瞬間の速度に垂直である。
- 磁力のする仕事は 0 である。
- 磁力だけが働く場合、粒子の速さは一定である。
- 速さが一定でも、速度の向きは変わり得る。

ほかの力も働く場合には、その力の仕事によって速さが変化することがある。磁力の仕事が 0 であることだけから、すべての場合の速さが一定だとはいえない。

6. 例題で確認する

例題 1

正の電荷 $q = +2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子が、速さ $3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$ で右向きに運動している。

外部磁場の磁束密度の大きさは $0.20\,\mathrm{T}$、磁場の向きは紙面奥向き（⊗）であり、速度と磁場は垂直である。

例題 1(1) 粒子に働くローレンツ力の大きさと向きを求めよ。

例題 1(2) 電荷だけを $q = -2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ に変更し、速さ、速度方向、磁場をすべて同じに保った。力の大きさと向きを求めよ。

解答・解説

例題 1(1) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$、上向き。

速度と磁場が垂直なので、磁力の大きさは $F = |\,q\,|\,vB$ である。

$$\begin{aligned} F &= (2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

向きは正電荷を基準に判断する。

速度が右向き、磁場が紙面奥向きなので、フレミングの左手の法則から力は上向きとなる。

例題 1(2) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$、下向き。

電荷の符号は負に変わったが、電荷の大きさは同じである。

$$|\,q\,| = 2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

したがって、力の大きさは(1)と等しい。

速度は右向きのままであり、磁場も変わらない。負電荷に働く力は、同じ速度・磁場の正電荷に働く力と逆向きなので、下向きとなる。

例題 2

正の電荷 $q = +2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子が、速さ $3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$ で右上向きに動いている。

外部磁場は右向きで、磁束密度の大きさは $0.20\,\mathrm{T}$ である。速度と磁場のなす角は 30° とする。

例題 2(1) 磁場に垂直な速度成分の大きさを求めよ。

例題 2(2) ローレンツ力の大きさと向きを求めよ。

例題 2(3) 電荷だけを同じ大きさの負電荷に変更した場合、力の大きさと向きを答えよ。

ただし、$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ とする。

解答・解説

例題 2(1) $1.5 \times 10^4\,\mathrm{m/s}$。

速度と磁場がなす角は 30° なので、磁場に垂直な速度成分の大きさは $v\sin 30^\circ$ となる。

$$\begin{aligned} v\sin 30^\circ &= \left(3.0 \times 10^4\,\mathrm{m/s}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= 1.5 \times 10^4\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

例題 2(2) $F = 6.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$、紙面奥向き。

一般式を使うと、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,vB\sin 30^\circ \\ &= \left(2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}\right) \\ &\quad \times \left(3.0 \times 10^4\,\mathrm{m/s}\right) \\ &\quad \times \left(0.20\,\mathrm{T}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= 6.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

力の向きは、正電荷の速度と磁場の向きから判断する。

速度は右上向き、磁場は右向きである。このとき磁力は紙面奥向き（⊗）となる。

例題 2(3) $F = 6.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$、紙面手前向き。

電荷の符号だけを反転しても $|\,q\,|$ は変わらないため、力の大きさは同じである。

ただし、負電荷では力の向きが反転するため、紙面手前向き（⊙）となる。

例題 3

電子が、速さ $2.0 \times 10^6\,\mathrm{m/s}$ で紙面の上向きに動いている。

磁束密度の大きさが $0.50\,\mathrm{T}$ の外部磁場は右向きであり、電子の速度と磁場は垂直である。

電子の電荷を $q = -1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ とする。

例題 3(1) 電子に働くローレンツ力の大きさと向きを求めよ。

例題 3(2) 同じ速度で動く正電荷なら、磁力は紙面の手前と奥のどちらを向くか答えよ。ただし、電荷の大きさは電子と同じとする。

例題 3(3) この電子の運動に対応する慣用的な電流の向きを答えよ。

©ミライコーチング

解答・解説

例題 3(1) $F = 1.6 \times 10^{-13}\,\mathrm{N}$、紙面手前向き。

力の大きさは、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,vB \\ &= (1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (2.0 \times 10^{6}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.50\,\mathrm{T}) \\ &= 1.6 \times 10^{-13}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

まず、正電荷が上向きに動く場合を考える。

磁場は右向きなので、正電荷に働く力は紙面奥向きとなる。

電子は負電荷であるから、力を 1 回だけ反転し、紙面手前向き（⊙）となる。

例題 3(2) 紙面奥向き（⊗）。

同じ速度、磁場であっても、正電荷と負電荷では力の向きが反対になる。正電荷の力は紙面奥向きである。

例題 3(3) 下向き。

電子は上向きに動いているが、慣用的な電流の向きは負電荷の移動方向と反対なので、下向きである。

電流の向きを使って力を判断する方法と、正電荷の力から反転する方法は、同じ物理的結果を与える。両方の反転操作を重ねてはいけない。

例題 4

ある粒子に、進行方向と垂直な磁力が働いている。

この粒子には磁力以外の力が働かないものとする。

例題 4(1) 磁力がする仕事を答えよ。

例題 4(2) 粒子の速さは変化するか答えよ。

例題 4(3) 粒子の速度は変化し得るか答え、理由を説明せよ。

解答・解説

例題 4(1) 0 J。

磁力は各瞬間の速度に垂直なので、移動方向の力の成分は 0 である。したがって、磁力は仕事をしない。

例題 4(2) 速さは変化しない。

磁力以外の力が働かないため、粒子に働く力がする仕事は 0 である。そのため、運動エネルギーが変化せず、質量が一定の粒子の速さも変化しない。

例題 4(3) 速度は変化し得る。

速度は大きさである速さと、向きの両方をもつ。磁力が速度に垂直に働くことで、速さが変わらなくても進行方向が変化し得る。

したがって、仕事が 0 であることは、速度の向きまで一定であることを意味しない。

演習問題

演習 1

正の電荷 $q = +3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子が、速さ $2.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$ で紙面の上向きに運動している。

磁束密度の大きさが $0.40\,\mathrm{T}$ の外部磁場は紙面手前向き（⊙）であり、速度と磁場は垂直である。

演習 1(1) ローレンツ力の大きさを求めよ。

演習 1(2) この正電荷に働く力の向きを、上下左右から答えよ。

演習 1(3) 電荷だけを $q = -3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ に変更した場合、力の大きさと向きを答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 1 の解答・解説」を参照。

演習 2

正の電荷 $q = +2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子が、速さ $3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$ で右向きに動いている。

外部磁場は紙面奥向き（⊗）、磁束密度の大きさは $0.20\,\mathrm{T}$ とする。

この条件を基準として、次のように条件を変更する。

いずれも、電荷の大きさ、速さ、磁束密度の大きさは変更せず、速度と磁場は垂直のままとする。指定されていない条件も変更しない。

演習 2(1) 基準の磁力の向きと大きさを答えよ。

演習 2(2) 速度の向きだけを左向きに反転した場合、磁力の向きと大きさを答えよ。

演習 2(3) 磁場の向きだけを紙面手前向きに反転した場合、磁力の向きと大きさを答えよ。

演習 2(4) 速度を左向き、磁場を紙面手前向きへ同時に反転した場合、磁力の向きと大きさを答えよ。

演習 2(5) 電荷を負に変更し、速度だけを左向きに反転した場合、磁力の向きと大きさを答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 2 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 3

正の電荷 $q = +2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子が、速さ $3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$ で運動している。

外部磁場の磁束密度の大きさは $0.20\,\mathrm{T}$ である。

演習 3(1) 速度と磁場のなす角が 0° の場合、磁力の大きさを求めよ。

演習 3(2) なす角が 90° の場合、磁力の大きさを求めよ。

演習 3(3) なす角が 180° の場合、磁力の大きさを求めよ。

演習 3(4) 角度が 0° または 180° の場合に、磁力の向きを指定できない理由を説明せよ。

演習 3(5) 粒子が静止している場合、または外部磁場が存在しない場合、磁力はどうなるか答えよ。また、この場合に速度と磁場のなす角を必ず定義する必要があるか説明せよ。

演習 3(6) 粒子の電荷が $q = 0\,\mathrm{C}$ である場合、磁力の大きさを答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 3 の解答・解説」を参照。

演習 4

負の電荷 $q = -4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子が、速さ $2.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$ で右上向きに運動している。

磁束密度の大きさが $0.30\,\mathrm{T}$ の外部磁場は右向きで、速度と磁場のなす角は 30° である。

ただし、$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ とする。

演習 4(1) 磁場に垂直な速度成分の大きさを求めよ。

演習 4(2) ローレンツ力の大きさと向きを求めよ。

演習 4(3) 電荷を同じ大きさの正電荷に変更した場合、力の大きさと向きを答えよ。

演習 4(4) 速度の磁場に平行な成分は、磁力の大きさに寄与するか。理由とともに答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 4 の解答・解説」を参照。

演習 5

電子が、速さ $1.0 \times 10^{6}\,\mathrm{m/s}$ で紙面の左向きに動いている。

外部磁場の磁束密度の大きさは $0.25\,\mathrm{T}$ であり、磁場は紙面手前向き（⊙）である。

電子の電荷を $q = -1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ とする。

演習 5(1) 電子に働くローレンツ力の大きさを求めよ。

演習 5(2) 電子に働く力の向きを、上下左右から答えよ。

演習 5(3) この電子の運動に対応する慣用的な電流の向きを答えよ。

演習 5(4) 「電子は負電荷なので、速度方向を反転してから左手の法則を使い、さらに求めた力を反転する」という方法が誤りである理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 5 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 6

正の電荷 $q = +2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ をもつ粒子が、速さ $3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$ で右向きに運動している。

外部磁場は紙面奥向き（⊗）、磁束密度の大きさは $0.20\,\mathrm{T}$ であり、速度と磁場は垂直である。

演習 6(1) 基準となるローレンツ力の大きさを求めよ。

演習 6(2) 電荷の大きさを 2 倍、速さを半分にし、磁場と速度の向き、なす角、電荷の正の符号を保った場合、力の大きさと向きを求めよ。

演習 6(3) (2)の状態から電荷の符号だけを負へ反転した場合、力の大きさと向きを答えよ。

演習 6(4) 電荷の符号だけを反転したとき、磁力の大きさが変わらない理由を式を用いて説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 6 の解答・解説」を参照。

演習 7

磁場中で運動している荷電粒子について、次の問いに答えよ。

演習 7(1) 磁力が $0\,\mathrm{N}$ ではなく、磁力以外の力が働かない場合について、正しい説明を次のア〜エから一つ選べ。

- ア：磁力のする仕事は 0 であり、速さが一定でも速度の向きは変わり得る。
- イ：磁力のする仕事が 0 なら、磁力の大きさも必ず 0 である。
- ウ：磁力が仕事をしなければ、速度の大きさも向きも必ず一定である。
- エ：磁力が働いている間、粒子の速さは必ず減少する。

演習 7(2) (1)で選んだ選択肢が正しい理由を説明せよ。

演習 7(3) 磁力に加えて、粒子の運動方向に成分をもつ別の力が働く場合、粒子の速さが変化することはあるか。理由とともに答えよ。

演習 7(4) 磁力だけによって進行方向が変わる粒子について、「最初の磁力を一定とみなし、その磁力と始点から終点への直線変位を使って有限区間の仕事を計算する」という方法が適切でない理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 7 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1) $F = 2.4 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

速度と磁場は垂直であるため、$F = |\,q\,|\,vB$ を使う。

$$\begin{aligned} F &= (3.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (2.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.40\,\mathrm{T}) \\ &= 2.4 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

演習 1(2) 右向き。

正電荷の速度は上向きで、磁場は紙面手前向き（⊙）である。

フレミングの左手の法則に従って磁場と正電荷の速度方向を合わせると、力は右向きとなる。

演習 1(3) $F = 2.4 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$、左向き。

電荷は負になったが、電荷の大きさは変わらないので、磁力の大きさも変わらない。

一方、同じ速度と磁場で負電荷に働く力は正電荷の場合と逆向きである。したがって、左向きとなる。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1) 上向き、$F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

基準は正電荷、右向き速度、紙面奥向きの磁場である。左手の法則から力は上向きとなる。

$$\begin{aligned} F &= (2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

演習 2(2) 下向き、$F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

電荷の符号と磁場はそのままで、速度方向だけを右から左へ反転する。

そのため、力の向きも基準の上向きから下向きへ反転する。

速さ、電荷の大きさ、磁束密度の大きさは変わらず、速度と磁場も垂直なので、力の大きさは基準と等しい。

演習 2(3) 下向き、$F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

正電荷の速度は右向きのままで、磁場だけが紙面奥から手前へ反転する。

したがって、力は基準と逆の下向きとなる。

磁束密度の大きさは変わらないため、力の大きさも同じである。

演習 2(4) 上向き、$F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

速度と磁場の向きを両方反転すると、力の方向は基準と同じになる。

正電荷が左向きに動き、磁場が紙面手前向きの場合、左手の法則から力は上向きとなる。

電荷の大きさ、速さ、磁束密度の大きさ、なす角は変わらないので、力の大きさも基準と等しい。

演習 2(5) 上向き、$F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

この場合、電荷の符号と速度方向の二つを同時に反転している。

まず、正電荷が左向きに動き、磁場が紙面奥向きの場合、力は下向きである。

実際の粒子は負電荷なので、ここから力の向きを 1 回反転して上向きとなる。

電荷の大きさなどは基準から変わらないため、力の大きさは $1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$ のままである。

いずれの小問も、向きを変える操作と、力の大きさに関係する量の変化を分けて判断することが重要である。

演習 3 の解答・解説

演習 3(1) $F = 0\,\mathrm{N}$。

速度と磁場が同じ向きなので、$\theta = 0^\circ$ である。

$\sin 0^\circ = 0$ より、

$$F = |\,q\,| vB\sin 0^\circ = 0\,\mathrm{N}$$

となる。

演習 3(2) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

速度と磁場が垂直なので、$\sin 90^\circ = 1$ である。

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,| vB\sin 90^\circ \\ &= (2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

演習 3(3) $F = 0\,\mathrm{N}$。

速度と磁場が反平行であり、$\theta = 180^\circ$ である。

$\sin 180^\circ = 0$ より、

$$F = |\,q\,| vB\sin 180^\circ = 0\,\mathrm{N}$$

となる。

演習 3(4) 磁力の大きさが 0 なので、力の向きは定まらない。

$\theta = 0^\circ$ または 180° のとき、速度には磁場に垂直な成分がない。

そのため磁力が働かず、上向き・下向きなどの力の向きを指定できない。

演習 3(5) いずれも $F = 0\,\mathrm{N}$。角 θ を必ず定義する必要はない。

粒子が静止している場合には $v = 0\,\mathrm{m/s}$ なので、磁力は 0 である。このとき速度の向き自体が定まらない。

また、外部磁場が存在しない場合は $B = 0\,\mathrm{T}$ であり、磁力は 0 となる。この場合も磁場の向きが定まらない。

したがって、いずれの場合にも角度を無理に定める必要はない。

演習 3(6) $F = 0\,\mathrm{N}$。

電荷がない場合、$|\,q\,| = 0\,\mathrm{C}$ である。

磁力の大きさは電荷の大きさに比例するため、粒子が動いていて磁場が存在していても、磁力は 0 となる。

©ミライコーチング

演習 4 の解答・解説

演習 4(1) $1.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$。

磁場に垂直な速度成分の大きさは $v\sin\theta$ である。

$$\begin{aligned} v\sin 30^\circ &= \left(2.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= 1.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

演習 4(2) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$、紙面手前向き。

力の大きさは、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,vB\sin 30^\circ \\ &= \left(4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}\right) \\ &\quad \times \left(2.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}\right) \\ &\quad \times \left(0.30\,\mathrm{T}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

向きについて、まず正電荷が右上向きに動き、右向きの磁場中にある場合を考える。このとき、力は紙面奥向きである。

実際の粒子は負電荷なので、力の向きは反対の紙面手前向き（⊙）となる。

演習 4(3) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$、紙面奥向き。

電荷の大きさは変わらないため、磁力の大きさは同じである。

正電荷に変えると力の向きが反転するので、紙面奥向き（⊗）となる。

演習 4(4) 磁場に平行な速度成分は磁力の大きさに寄与しない。

ローレンツ力の大きさは、磁場に垂直な速度成分 $v\sin\theta$ によって決まる。

磁場に平行な成分 $v\cos\theta$ は磁場に垂直な成分をもたないため、磁力の大きさには寄与しない。

一つの速度を二つの成分へ分けるのは計算のためであり、粒子が二つの経路へ分かれるという意味ではない。

演習 5 の解答・解説

演習 5(1) $F = 4.0 \times 10^{-14}\,\mathrm{N}$。

速度と磁場は垂直なので、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,vB \\ &= (1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (1.0 \times 10^{6}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.25\,\mathrm{T}) \\ &= 4.0 \times 10^{-14}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

演習 5(2) 下向き。

まず正電荷が左向きに動き、磁場が紙面手前向きの場合を考える。

正電荷には上向きの力が働く。

電子は負電荷なので力の方向が反転し、下向きとなる。

演習 5(3) 右向き。

電子は左向きに動いている。電子の移動に対応する慣用的な電流は、電子の移動方向と反対になるため、右向きである。

演習 5(4) 負電荷の符号による反転を二度行ってしまうため、誤りである。

負電荷の移動と反対向きの慣用電流を使う方法には、すでに負電荷であることが反映されている。

その方法で左手の法則から求めた力を、さらに負電荷だからと反転してはならない。

実際の速度方向を使って正電荷の力を求め、負電荷では力を 1 回だけ反転する方法でもよい。

どちらか一方を用いれば、電子に働く力は下向きと正しく判断できる。

演習 6 の解答・解説

演習 6(1) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$。

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,vB \\ &= (2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (3.0 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

基準の力の向きは、正電荷・右向き速度・紙面奥向き磁場から上向きである。

演習 6(2) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$、上向き。

変更後の電荷の大きさと速さは、

$$|\,q\,| = 4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

$$v = 1.5 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$$

である。

したがって、

$$\begin{aligned} F &= (4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}) \\ &\quad \times (1.5 \times 10^{4}\,\mathrm{m/s}) \\ &\quad \times (0.20\,\mathrm{T}) \\ &= 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

電荷の大きさが 2 倍、速さが半分なので、その積は変わらない。

また、電荷の符号、速度方向、磁場方向は基準と同じである。そのため、力の向きも上向きのままである。

演習 6(3) $F = 1.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{N}$、下向き。

電荷の符号だけを負に反転しているため、電荷の大きさは同じである。

したがって、力の大きさは変わらず、向きだけが上から下へ反転する。

演習 6(4) 力の大きさには q そのものではなく、絶対値 $|\,q\,|$ が使われるためである。

$$F = |\,q\,|\,vB\sin\theta$$

この式では、電荷の符号を反転しても $|\,q\,|$ は変わらない。

例えば、

$$q = +4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

の場合も、

$$q = -4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

の場合も、

$$|\,q\,| = 4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

である。

したがって、速さ・磁場・角度を固定すれば、磁力の大きさは等しい。ただし、磁力の向きは反対になる。

演習 7 の解答・解説

演習 7(1) 正答はア。

各選択肢を確認する。

ア：正しい。 磁力は速度に垂直なので仕事をせず、磁力だけなら速さは一定となる。ただし、力によって速度の向きは変わり得る。

イ：誤り。 仕事が 0 でも磁力が 0 とは限らない。速度に垂直な非零の磁力が働く場合もある。

ウ：誤り。 仕事が 0 であっても、速度の向きまで一定とは限らない。速さと速度は区別する必要がある。

エ：誤り。 磁力だけが働く場合、磁力は仕事をしないため、速さは減少しない。磁力が必ず粒子を減速させるという説明は誤りである。

演習 7(2) 磁力は各瞬間の粒子の速度に垂直なので、移動方向に力の成分をもたず、仕事をしないためである。

磁力だけが働く場合、運動エネルギーは変化しないため、粒子の速さは一定となる。

しかし、速度には向きもあるので、力によって進行方向が変化することはある。

よって、磁力のする仕事が 0 であることと、速度が全く変化しないことは同じではない。

演習 7(3) 粒子の速さが変化することはある。

磁力自体は仕事をしないが、別の力が粒子の移動方向に成分をもつ場合、その力は仕事をすることがある。

その仕事によって運動エネルギーが変化すれば、粒子の速さも変化する。

したがって、磁力の仕事が 0 であることだけを理由として、別の力も働く粒子の速さが常に一定だとはいえない。

演習 7(4) 磁力と速度の向きが運動の途中で変化し得るため、最初の磁力を有限区間全体の一定力として扱えないからである。

粒子の進行方向が変われば、その瞬間の速度の向きも変わる。磁力は常にその瞬間の速度に垂直であるため、磁力の方向も変わり得る。

第 026 講で扱う一定の力と直線変位による仕事の式を、方向が変化する力と曲がった経路全体にそのまま適用することはできない。

磁力の仕事が 0 と分かるのは、**各瞬間で磁力がその瞬間の速度に垂直であり、移動方向の力成分がない**からである。

この性質を使えば、有限時間の軌道を詳しく計算しなくても、磁力のする仕事は 0 であると判断できる。