第 088 講 電位と電位差

この講でできるようになること

- 電位と電位差の意味を説明し、基準電位と電荷の正負を区別できる。
- 電位差と電荷から、電気的位置エネルギーの変化と静電気力の仕事を求められる。
- 一様電場の向きと等電位面の関係を読み取り、電場中の移動とエネルギー変化を判断できる。
- 静電気力と外力の仕事を区別し、運動エネルギーの変化を説明できる。

1. 電位は何を表す量か

電場の中で電荷を移動させる

重い物体を高い位置に持ち上げると、重力による位置エネルギーが変わる。これは、物体がどこにあるかによって、重力との関係で決まるエネルギーが異なるためである。

電場の中でも、電荷をもつ物体の位置によって、**電気的な位置エネルギー**が変わる。

たとえば、正の電荷を電場の向きに移動させると、静電気力はその移動を助ける向きに仕事をする。その分、電気的位置エネルギーは減少する。

一方、同じ電場の中に負の電荷を置くと、静電気力の向きは逆になる。位置エネルギーの変化を考えるには、位置だけでなく電荷の正負も必要である。

しかし、電場の性質そのものを、置く電荷の正負によって毎回定義し直すのは不便である。

そこで、場所ごとの電気的な性質を、試験電荷とは独立に表す量として**電位**を使う。

本講では、時間的に変化しない静電場を扱う。電場をつくる電荷の配置は固定し、そこに置く試験電荷は十分小さく、元の電場を乱さないものとする。

電位の定義

電位

電位は、選んだ基準に対して、ある場所がもつ単位電荷あたりの電気的位置エネルギーを表す量である。

電位を V、その場所に置く電荷を q、電気的位置エネルギーを U とする。エネルギーの基準を電位の基準に対応させると、

$$U = qV$$

となる。

電位の単位はボルト（記号 V）であり、

$$1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{J/C}$$

である。

ここで、q は正負の符号を含む電気量であり、単位はクーロン（C）である。U の単位はジュール（J）である。

1 V は、1 C あたり 1 J に対応する電位である。電位が 100 V の場所では、電位とエネルギーの基準をそろえた場合、+1 C の電荷の位置エネルギーは 100 J となる。

©ミライコーチング

ただし、**電位は、その場所に置いた試験電荷の大きさや正負によって決まる量ではない。**

電場をつくる電荷の配置と電位の基準が同じなら、試験電荷を $+q$ から $-q$ に変えても、その場所の電位 V は変わらない。変わるのは、その試験電荷の位置エネルギー $U = qV$ である。

電位の正負と基準

重力による位置エネルギーで高さの基準を選べるように、電位にも基準を選べる。

ある場所の電位を 0 V と決めると、ほかの場所の電位はその基準に対して表される。基準の選び方によって、同じ場所の電位が正にも負にもなり得る。

したがって、電位が正であることは、そこに正の電荷があることを意味しない。電位が負であることも、そこに負の電荷があることを意味しない。

また、ある場所の電位が 0 V であっても、その場所の電場が 0 N/C とは限らない。

電位と電荷を分けて考える

電位 V は、電場をつくる電荷の配置と基準によって定まる場所の量である。

電気的位置エネルギー U は、その場所に置く電荷 q にも依存する。

基準と電場を固定すれば、試験電荷の正負を変えても V は変わらないが、$U = qV$ の符号は変わり得る。

2. 電位差と位置エネルギーの変化

始点と終点を決める

電荷を点 A から点 B へ移動させる場面を考える。

点 A の電位を V_A、点 B の電位を V_B とする。このとき、A から B への電位の変化を電位差 ΔV と書く。

電位差

始点 A から終点 B への電位差は、

$$\Delta V = V_B - V_A$$

である。

終点の電位から始点の電位を引くことが基本である。

たとえば、$V_A = 100\,\mathrm{V}$、$V_B = 40\,\mathrm{V}$ なら、

$$\begin{aligned}\Delta V &= 40\,\mathrm{V} - 100\,\mathrm{V} \\ &= -60\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

これは、A から B へ移ると電位が 60 V 低くなることを表す。

逆に、B から A へ移動すると、電位差は $+60\,\mathrm{V}$ である。同じ 2 点でも、どちらを始点とするかで電位差の符号は変わる。

位置エネルギーの変化

電荷 q を A から B へ移したとき、電気的位置エネルギーの変化は、

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_B - U_A \\ &= qV_B - qV_A \\ &= q(V_B - V_A)\end{aligned}$$

となる。

したがって、

電位差と位置エネルギー

$$\Delta U = q\Delta V$$

である。

q は符号付きの電気量、ΔV は終点から始点を引いた電位差である。

同じ場所の間を移動しても、正の電荷と負の電荷では、位置エネルギーの増減が逆になる場合がある。

電位差が負の場合を比較する。

電荷	電位差 ΔV	位置エネルギーの変化 ΔU
正の電荷 $q > 0$	負	負（減少）
負の電荷 $q < 0$	負	正（増加）

この表では電位差は同じである。電位の変化が試験電荷によって逆転したのではなく、q の符号によって $\Delta U = q\Delta V$ の結果が変わるのである。

3. 静電気力の仕事と電位差

静電気力が仕事をするとき

仕事とエネルギーの関係を思い出そう。

保存力である重力が物体に正の仕事をすると、重力による位置エネルギーは減少する。同じ関係が静電気力にも成立する。

静電気力が A から B への移動で行う仕事を $W_{電}$ とすると、

$$W_{電} = -\Delta U$$

である。

ここに $\Delta U = q(V_B - V_A)$ を代入すると、

静電気力の仕事

$$W_{電} = -q(V_B - V_A)$$
$$= q(V_A - V_B)$$

となる。

静電気力の仕事は、電荷と始点・終点の電位によって求められる。

$W_{電} > 0$ は静電気力が正の仕事をしたこと、$W_{電} < 0$ は負の仕事をしたことを表す。

電場を固定した静電場では、静電気力の仕事は始点と終点の電位差で定まり、途中でどの経路を通ったかには依存しない。

正の電荷と負の電荷を比べる

同じ 2 点の間で、電位が低くなる向きに移動させる場合を考える。

比較する量	正の電荷	負の電荷
電位差 ΔV	負	負
位置エネルギー変化 ΔU	負	正
静電気力の仕事 $W_{電}$	正	負
静電気力が促す向き	低電位側	高電位側

正の電荷は電場の向きに力を受けるため、電位が低くなる方向へ加速される。

負の電荷は電場と逆向きに力を受けるため、電位が高くなる方向へ加速される。

ただし、力の向きと速度の向きは常に一致するわけではない。負の電荷が初めから電場の向きに動いていれば、電気力によって減速しながら低電位側へ進む場合もある。

負の電荷の自然な移動

負の電荷が、静止した状態から静電気力だけで低電位側へ自然に加速するとは考えない。

負の電荷に働く静電気力は電場と逆向きである。低電位側へ進むには、適切な初速度や外力などの条件を考える必要がある。

例題で符号を確かめる

例題 1

電位が $V_A = 100\,\mathrm{V}$ の点 A と、$V_B = 40\,\mathrm{V}$ の点 B がある。電場をつくる電荷の配置と電位の基準は固定されている。

電荷を A から B へ移動させるとき、次の問いに答えよ。

例題 1(1) A から B への電位差 ΔV を求めよ。

例題 1(2) 移動する電荷が $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ のとき、位置エネルギーの変化 ΔU と静電気力の仕事 $W_{電}$ を求めよ。

例題 1(3) 移動する電荷を $q = -2.0\,\mu\mathrm{C}$ に変えたとき、ΔU と $W_{電}$ を求めよ。

©ミライコーチング

ただし、$1\,\mu\mathrm{C} = 1.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$ とする。

例題 1(1) 解答・解説 電位差は $-60\,\mathrm{V}$ である。

$$\begin{aligned}\Delta V &= V_B - V_A \\ &= 40\,\mathrm{V} - 100\,\mathrm{V} \\ &= -60\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

始点 A と終点 B を逆にしないことが重要である。

例題 1(2) 解答・解説 位置エネルギーの変化は $-1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$、静電気力の仕事は $+1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned}\Delta U &= q\Delta V \\ &= (+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(-60\,\mathrm{V}) \\ &= -1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

静電気力の仕事は、

$$\begin{aligned}W_{\text{電}} &= -\Delta U \\ &= +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

正の電荷が低電位側へ移動すると、電気的位置エネルギーは減少し、静電気力は正の仕事をする。

例題 1(3) 解答・解説 位置エネルギーの変化は $+1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$、静電気力の仕事は $-1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned}\Delta U &= (-2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(-60\,\mathrm{V}) \\ &= +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

したがって、

$$W_{\text{電}} = -1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

である。

電荷の符号を変えても、点 A と点 B の電位はそれぞれ 100 V、40 V のままである。変わるのは電荷に対応する位置エネルギーと仕事の符号である。

また、負の電荷を静止状態から電気力だけで A から B へ到達させられると仮定したわけではない。ここでは A から B への移動が実現した場合の仕事を計算している。

4. 外力の仕事と運動エネルギー

位置エネルギーの変化は、すべて速度の変化になるのか

静電気力が正の仕事をした場合でも、外力が同時に負の仕事をしていれば、必ずしも運動エネルギーが増えるとは限らない。

電荷をゆっくり移動させるために人や装置が力を加える場面を考えると分かりやすい。

電荷の運動エネルギーを K、電気力以外の力がする仕事の合計を $W_{外}$ とする。この講で重力や抵抗などを無視する場合、$W_{外}$ は電荷を動かす外力の仕事である。

仕事と運動エネルギーの関係は、

$$\Delta K = W_{電} + W_{外}$$

である。

電気力による仕事 $W_{電} = -\Delta U$ を使うと、

$$\Delta K = -\Delta U + W_{外}$$

となる。

外力の仕事が位置エネルギーの変化に等しい条件

始点と終点で速さが同じなら、運動エネルギーの変化は $\Delta K = 0$ である。

このとき、

$$0 = -\Delta U + W_{外}$$

$$W_{外} = \Delta U$$

となる。

$W_{外} = \Delta U$ は、$\Delta K = 0$ のときに成立する関係である。

速さが変わる一般の場合には、$W_{外}$ と ΔU が等しいとは限らない。

外力が負の仕事をすることは、外力が電荷の運動からエネルギーを取り去ることを意味する。これは仕事の符号の定義に従った結果であり、「外力は必ず正の仕事をする」という意味ではない。

例題 2

例題 1 と同じく、$V_A = 100\,\mathrm{V}$、$V_B = 40\,\mathrm{V}$ とする。

電荷を A から B へ、始点と終点の速さが同じになるように外力で移動させる。重力など、電気力とこの外力以外の仕事は無視できる。

例題 2(1) $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ の場合、静電気力の仕事と外力の仕事をそれぞれ求めよ。

例題 2(2) $q = -2.0\,\mu\mathrm{C}$ の場合、静電気力の仕事と外力の仕事をそれぞれ求めよ。

例題 2(1) 解答・解説 静電気力の仕事は $+1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$、外力の仕事は $-1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

電位差は $-60\,\mathrm{V}$ なので、

$$\begin{aligned} W_{\text{電}} &= -q\Delta V \\ &= -\bigl(+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}\bigr)(-60\,\mathrm{V}) \\ &= +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

始点と終点で速さが同じだから $\Delta K = 0$ である。

$$\begin{aligned} W_{\text{外}} &= -W_{\text{電}} \\ &= -1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

静電気力は移動を助け、外力はその仕事を打ち消している。

例題 2(2) 解答・解説 静電気力の仕事は $-1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$、外力の仕事は $+1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned} W_{\text{電}} &= -\bigl(-2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}\bigr)(-60\,\mathrm{V}) \\ &= -1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

電気力は A から B への移動を妨げる向きに働く。そのため、始点と終点で速さを同じにするには、外力が正の仕事をする必要がある。

$$W_{\text{外}} = +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

となる。

外力の仕事を求めるときは、まず速さが変わるかどうかを確かめることが重要である。

5. 一様電場と電位差

電場の向きに進むと電位はどうなるか

ここまでの計算では、各点の電位がすでに与えられていた。

次は、電場の強さと距離から電位差を求める。

一様電場とは、考える領域で電場の向きと強さが一定である電場をいう。

電場の強さを E とする。電場が右向きに一様で、電場に沿って右へ距離 $d > 0$ だけ移動するとき、電位差は、

$$\Delta V = -Ed$$

である。

ここで、E は電場の強さを表す正の値、d は電場と同じ向きに進んだ距離である。

この式は、一様電場において電場方向へ移動する場合の関係である。電位差が与えられただけで、どんな電場でも E を単純に電位差と距離の商から求めてよいわけではない。

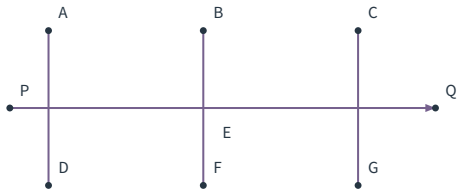
等電位面を図で読む

電位が同じ点をつないでできる面を**等電位面**という。

一様電場の中では、電場に垂直な面上の各点は同じ電位をもつ。電場が右向きなら、等電位面は右方向に垂直になる。

次の図は、右向きを $+x$ とした一様電場の模式図である。縦の AD 線は $100\,\mathrm{V}$（$x = 0\,\mathrm{m}$）、BF 線は $60\,\mathrm{V}$（$x = 0.20\,\mathrm{m}$）、CG 線は $20\,\mathrm{V}$（$x = 0.40\,\mathrm{m}$）の等電位面の断面を示す。隣り合う線の物理的な間隔はそれぞれ $0.20\,\mathrm{m}$ であり、右向きの一様電場の強さは $E = 200\,\mathrm{V/m}$ である。図の描画座標では横方向の 2 単位が実際の $0.20\,\mathrm{m}$ に対応し、縦方向は断面を示すための模式的な範囲である。

図中の 8 個の黒点 A・D・B・F・C・G・P・Q は線や矢印を描くための補助端点であり、電荷ではない。AD・BF・CG の線は 3 次元の等電位面を切った断面であって、実在する膜ではない。PQ の矢印は電場の方向を示し、電荷をもつ粒子の軌道ではない。電場は等電位面の断面線と直角に交わり、高電位側から低電位側へ向いている。



この図では、右へ $0.20\,\mathrm{m}$ 進むたびに電位が $40\,\mathrm{V}$ ずつ低くなる。たとえば AD 線から BF 線への電位差は $60\,\mathrm{V} - 100\,\mathrm{V} = -40\,\mathrm{V}$ である。

電場の強さは、

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{|\,\Delta V\,|}{d} \\
&= \frac{40\,\mathrm{V}}{0.20\,\mathrm{m}} \\
&= 200\,\mathrm{V/m}
\end{aligned}
$$

となり、図の条件と一致する。

このように一様電場では、電場方向に同じ距離だけ進むと、同じ大きさの電位差が生じる。

電場の単位と電位差

電場の強さ E の単位は N/C である。

一方、一様電場における $\Delta V = -Ed$ からは、V/m でも表せる。

実際、

$$1\,\mathrm{V/m} = 1\,\mathrm{N/C}$$

である。

電場の強さを求めるとき、距離を m、電位差を V で表せば、結果は V/m になる。

斜めに移動するとき

電場が右向きでも、電荷が斜めに移動する場合がある。

このとき、電位差を決めるのは、移動した道のり全体ではなく、**電場の向きに沿った変位の成分**である。

右向きを $+x$ とし、始点と終点の x 座標の差を Δx とする。

右向きの一様電場では、

$$\Delta V = -E\Delta x$$

となる。

右へ移動する場合は $\Delta x > 0$ なので電位差は負、左へ移動する場合は $\Delta x < 0$ なので電位差は正になる。

上下方向だけの移動であれば $\Delta x = 0$ となり、

$$\Delta V = 0$$

である。

等電位面に沿った移動

等電位面に沿って移動すると、始点と終点の電位が同じなので、

$$\Delta V = 0$$

となる。

したがって、どのような符号の電荷でも、

$$\Delta U = q\Delta V = 0$$

$$W_{電} = -\Delta U = 0$$

である。

ただし、**仕事が 0 であることと、静電気力が 0 であることは違う**。

電場が存在していても、移動方向が電気力に垂直であれば、静電気力の仕事は 0 になる。

例題 3

前の図と同じ、右向き一様電場 $E = 200\,\mathrm{V/m}$ を考える。電位は $x = 0\,\mathrm{m}$ で $100\,\mathrm{V}$、$x = 0.40\,\mathrm{m}$ で $20\,\mathrm{V}$ である。

電荷 $q = +3.0\,\mu\mathrm{C}$ を、$x = 0\,\mathrm{m}$ の等電位面から $x = 0.40\,\mathrm{m}$ の等電位面へ移動させる。

例題 3(1) 始点から終点への電位差を求めよ。

例題 3(2) 静電気力の仕事を求めよ。

例題 3(3) 移動経路が直線でなく、途中で上下方向に曲がった場合でも、始点と終点が同じなら静電気力の仕事は変わらないか。理由とともに答えよ。

例題 3(1) 解答・解説 電位差は $-80\,\mathrm{V}$ である。

$$\begin{aligned}\Delta V &= 20\,\mathrm{V} - 100\,\mathrm{V}\\ &= -80\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

一様電場の式を使っても、

$$\begin{aligned}\Delta V &= -E\Delta x\\ &= -(200\,\mathrm{V/m})(0.40\,\mathrm{m})\\ &= -80\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

例題 3(2) 解答・解説 静電気力の仕事は $+2.4\times10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned}W_{\text{電}} &= -q\Delta V\\ &= -\bigl(+3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}\bigr)(-80\,\mathrm{V})\\ &= +2.4\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

正の電荷が電場の向きに移動するため、静電気力の仕事は正である。

例題 3(3) 解答・解説 静電気力の仕事は変わらない。

静電場での仕事は始点と終点の電位差で決まる。途中の経路が曲がっていても、始点と終点が同じなら ΔV は同じである。

したがって、静電気力の仕事は $+2.4\times10^{-4}\,\mathrm{J}$ のままである。

ただし、外力などがする仕事や、移動中の速さまで同じになるとは限らない。

6. 電位差と速さの変化

静電気力だけで運動するとき

これまでの電位差と仕事の関係を、物体の運動につなげよう。

電荷をもつ粒子について、重力や抵抗などの仕事を無視でき、静電気力だけが仕事をするとする。

このとき、

$$\Delta K = W_{\text{電}} = -q\Delta V$$

である。

運動エネルギーは、質量を m、速さを v とすると、

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

である。

したがって、初めの速さ v_A と終わりの速さ v_B の間には、

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = -q(V_B - V_A)$$

が成立する。

この式では速さの 2 乗を使うため、電荷が右向きか左向きかという速度の向きは直接表されない。進行方向や到達できるかどうかは、電場の向き、電荷の符号、初速度などから別に判断する必要がある。

例題 4

電位 100 V の点 A から電位 40 V の点 B へ、正の電荷をもつ粒子が移動する。

粒子の質量は $m = 1.0\,\mathrm{g}$、電荷は $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ である。粒子は点 A で静止しており、静電気力だけによって、点 B まで到達するとする。

重力、抵抗などの仕事は無視できる。$1.0\,\mathrm{g} = 1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$ とする。

例題 4(1) 静電気力がする仕事を求めよ。

例題 4(2) 点 B における運動エネルギーと速さを求めよ。

例題 4(1) 解答・解説 静電気力の仕事は $+1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned} W_{\text{電}} &= q(V_A - V_B) \\ &= (+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(100\,\mathrm{V} - 40\,\mathrm{V}) \\ &= +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

例題 4(2) 解答・解説 点 B での運動エネルギーは $1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$、速さは約 $0.490\,\mathrm{m/s}$ である。

点 A では静止しているため、$K_A = 0\,\mathrm{J}$ である。

静電気力だけが仕事をするので、

$$\begin{aligned} K_B - K_A &= W_{\text{電}} \\ K_B &= 0\,\mathrm{J} + 1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \\ &= 1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

次に、$K_B = \frac{1}{2}mv_B^2$ を使う。

$$\begin{aligned} v_B &= \sqrt{\frac{2K_B}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{2(1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J})}{1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} \\ &= \sqrt{0.24\,\mathrm{m^2\,s^{-2}}} \\ &\approx 0.490\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

となる。

正の電荷が低電位側へ移動したことで、電気的位置エネルギーの減少分が運動エネルギーの増加に対応している。

7. 電位の基準を変えても変わらないもの

電位は基準を自由に選べる。ここで、すべての場所の電位に同じ定数 V_0 を加えたとする。

元の電位を V、変更後の電位を V' とすると、

$$V' = V + V_0$$

である。

点 A と点 B の電位差は、

$$\begin{aligned} V'_B - V'_A &= (V_B + V_0) - (V_A + V_0) \\ &= V_B - V_A \end{aligned}$$

となる。

つまり、基準を変えても電位差は変わらない。

位置エネルギーの値を $U = qV$ で表すときは、そのエネルギー基準も対応させる必要がある。基準変更によって各点の U は変わり得るが、その差 ΔU は変わらない。

したがって、静電気力の仕事 $W_{\text{電}} = -q\Delta V$ も変わらない。電位の基準を変えただけで、実際の電気力や粒子の運動が変わることはない。

0 V と電場 0 を混同しない

ある場所を 0 V と定めても、そこに電場がないことにはならない。

また、基準に対応させて位置エネルギーを 0 J と表しても、その粒子に静電気力が働かないとは限らない。

力や仕事を判断するときは、電位の値だけでなく、電位差と電場の条件を確かめる必要がある。

演習問題

演習 1

電位が $V_A = 100\,\text{V}$、$V_B = 40\,\text{V}$ の 2 点を考える。

電場をつくる電荷の配置は変えず、電位の基準だけを変更して、すべての場所の電位に $+30\,\text{V}$ を加える。

電荷は $q = +2.0\,\mu\text{C}$ とする。位置エネルギーの基準も電位に対応させ、$U = qV$ を用いる。

演習 1(1) 基準変更後の点 A、点 B の電位と、A から B への電位差を求めよ。

演習 1(2) 基準変更前後の点 A、点 B での位置エネルギーをそれぞれ求めよ。また、位置エネルギーの変化と静電気力の仕事が変わるかを答えよ。

演習 1(3) 電位の基準を固定したまま、試験電荷を $-2.0\,\mu\text{C}$ に変更した場合、点 A と点 B の電位は変わるか。理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 1 の解答・解説」を参照。

演習 2

電位 $100\,\mathrm{V}$ の点 A から、電位 $40\,\mathrm{V}$ の点 B へ、電荷 $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ の粒子を移動させる。

静電気力と、移動を制御する外力以外の仕事は無視できる。

演習 2(1) A から B への静電気力の仕事を求めよ。

演習 2(2) 外力が仕事をせず、静電気力だけが仕事をする場合、運動エネルギーの変化を求めよ。

演習 2(3) 点 A と点 B で速さが同じになるように移動させる場合、外力の仕事を求めよ。

演習 2(4) 外力の仕事が $-5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}$ だった場合、運動エネルギーの変化を求めよ。

解答・解説は末尾の「演習 2 の解答・解説」を参照。

演習 3

右向きを $+x$ とする一様電場があり、電場の強さは $E = 200\,\mathrm{V/m}$ である。

始点 S は $(x, y) = (0\,\mathrm{m}, 0\,\mathrm{m})$ で、電位は $100\,\mathrm{V}$ である。終点 R は $(0.20\,\mathrm{m}, 0.30\,\mathrm{m})$ である。

電荷 $q = -1.0\,\mu\mathrm{C}$ を S から R へ移動させる場合を考える。

演習 3(1) S から R への電位差と、R の電位を求めよ。

演習 3(2) 電気的位置エネルギーの変化と、静電気力の仕事を求めよ。

演習 3(3) S から R まで斜めに進む場合に、移動した道のり全体を d として $\Delta V = -Ed$ を用いるのが不適切な理由を説明せよ。また、この負の電荷が S で静止していた場合、静電気力だけで R へ自然に進めるかを答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 3 の解答・解説」を参照。

演習 4

右向きを $+x$ とし、電場の強さが $E = 200\,\mathrm{V/m}$ の一様電場を考える。

点 B を $(0.20\,\mathrm{m}, 0\,\mathrm{m})$、点 H を $(0.20\,\mathrm{m}, 0.30\,\mathrm{m})$ とする。電荷 $q = +3.0\,\mu\mathrm{C}$ を B から H へ移動させる。

ここでの B と H はこの問題専用の点であり、本文の図で用いた描画補助端点の B とは別の場面である。移動には必要に応じて外力や拘束を用いるものとし、粒子が電気力だけでこの経路を自然に進むとは仮定しない。

演習 4(1) B から H への電位差と静電気力の仕事を求めよ。

演習 4(2) B に置いた電荷に働く静電気力の大きさと向きを求めよ。

演習 4(3) 電位差と静電気力の仕事がともに 0 でも、電荷に静電気力が働いていることと矛盾しない理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 4 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 5

電位が 100 V の点 A から 60 V の点 B へ、正の電荷をもつ粒子が移動する。

粒子の電荷は $q = +3.0\,\mu\mathrm{C}$、質量は $m = 1.5\,\mathrm{g}$ であり、A で静止している。

静電気力だけが仕事をし、B まで到達できるものとする。重力や抵抗などの仕事は無視できる。

演習 5(1) A から B への電位差と静電気力の仕事を求めよ。

演習 5(2) B における運動エネルギーを求めよ。

演習 5(3) B における粒子の速さを求めよ。また、負の仕事をする外力が加わった場合に、同じ速さになるとは限らない理由を説明せよ。

解答・解説は末尾の「演習 5 の解答・解説」を参照。

演習 6

右向きの一様電場がある。電位が 100 V の点 A から、その右側にある電位 40 V の点 B へ、負の電荷をもつ粒子が一直線に進む。

粒子の電荷は $q = -2.0\,\mu\mathrm{C}$、質量は $m = 1.0\,\mathrm{g}$ である。

粒子は A において右向きに $1.0\,\mathrm{m/s}$ の初速度をもつ。静電気力だけが仕事をし、途中で停止せず B まで到達するものとする。重力や抵抗などの仕事は無視できる。

演習 6(1) A から B への静電気力の仕事と、運動エネルギーの変化を求めよ。

演習 6(2) A での運動エネルギーと B での運動エネルギーをそれぞれ求めよ。

演習 6(3) B における速さを求めよ。

演習 6(4) この粒子が低電位側へ進みながら減速する理由を説明せよ。また、A で静止していた場合にも、静電気力だけで同じ向きに自然に進むと考えてよいかを答えよ。

解答・解説は末尾の「演習 6 の解答・解説」を参照。

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1) 解答・解説 基準変更後の電位は、点 A が 130 V、点 B が 70 V であり、電位差は −60 V である。

元の各電位に $+30\,\mathrm{V}$ を加える。

$$V'_A = 100\,\mathrm{V} + 30\,\mathrm{V} = 130\,\mathrm{V}$$
$$V'_B = 40\,\mathrm{V} + 30\,\mathrm{V} = 70\,\mathrm{V}$$

したがって、

$$\begin{aligned}\Delta V' &= V'_B - V'_A \\ &= 70\,\mathrm{V} - 130\,\mathrm{V} \\ &= -60\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

元の電位差も $-60\,\mathrm{V}$ なので、基準を変えても電位差は変わらない。

演習 1(2) 解答・解説 基準変更によって各点の位置エネルギーの値は変わるが、位置エネルギーの変化と静電気力の仕事は変わらない。

まず、基準変更前は、

$$\begin{aligned}U_A &= (+2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(100\,\mathrm{V}) \\ &= 2.0\times10^{-4}\,\mathrm{J} \\ U_B &= (+2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(40\,\mathrm{V}) \\ &= 8.0\times10^{-5}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

である。

基準変更後は、

$$\begin{aligned}U'_A &= (+2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(130\,\mathrm{V}) \\ &= 2.6\times10^{-4}\,\mathrm{J} \\ U'_B &= (+2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(70\,\mathrm{V}) \\ &= 1.4\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

それぞれの差を求めると、

$$\begin{aligned}\Delta U &= 8.0\times10^{-5}\,\mathrm{J} - 2.0\times10^{-4}\,\mathrm{J} \\ &= -1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

および、

$$\begin{aligned}\Delta U' &= 1.4\times10^{-4}\,\mathrm{J} - 2.6\times10^{-4}\,\mathrm{J} \\ &= -1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

である。

したがって、静電気力の仕事も基準変更前後で、

$$W_{\text{電}} = -\Delta U = +1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}$$

のままである。

各点のエネルギーの値は変わっても、同じ電荷について 2 点間のエネルギー差は変わらない。

演習 1(3) 解答・解説 試験電荷を負に変えても、点 A と点 B の電位は変わらない。

電位は、電場をつくる電荷の配置と電位の基準によって決まる場所の量だからである。

試験電荷の符号を変えると $U = qV$ の値や電気力の向きは変わるが、試験電荷が元の電場を乱さない条件では、各点の電位そのものは変化しない。

また、電位が $0\,\mathrm{V}$ となる場所であっても、電場が 0 とは限らない。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1) 解答・解説 静電気力の仕事は $+1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

まず電位差は、

$$\Delta V = 40\,\mathrm{V} - 100\,\mathrm{V} = -60\,\mathrm{V}$$

である。

したがって、

$$\begin{aligned} W_{\text{電}} &= -q\Delta V \\ &= -\bigl(+2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}\bigr)\bigl(-60\,\mathrm{V}\bigr) \\ &= +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

演習 2(2) 解答・解説 運動エネルギーの変化は $+1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

外力の仕事がないため、

$$\begin{aligned} \Delta K &= W_{\text{電}} \\ &= +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

運動エネルギーは増加する。

演習 2(3) 解答・解説 外力の仕事は $-1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

始点と終点の速さが同じなので、運動エネルギーの変化は 0 である。

$$\begin{aligned} 0 &= W_{\text{電}} + W_{\text{外}} \\ W_{\text{外}} &= -W_{\text{電}} \\ &= -1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

静電気力が正の仕事をする一方、外力が同じ大きさの負の仕事をしている。

演習 2(4) 解答・解説 運動エネルギーの変化は $+7.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned} \Delta K &= W_{\text{電}} + W_{\text{外}} \\ &= +1.2 \times 10^{-4}\,\mathrm{J} - 5.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{J} \\ &= +7.0 \times 10^{-5}\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

外力は負の仕事をしているが、静電気力の正の仕事の方が大きいため、運動エネルギーは増加する。

ここでは $\Delta K \neq 0$ なので、外力の仕事を位置エネルギーの変化と等しいとして計算してはいけない。

演習 3 の解答・解説

演習 3(1) 解答・解説 S から R への電位差は $-40\,\mathrm{V}$、R の電位は $60\,\mathrm{V}$ である。

右向きの一様電場であるため、電位差を求めるのに使うのは横方向の変位である。

$$\begin{aligned}\Delta x &= 0.20\,\mathrm{m} - 0\,\mathrm{m}\\ &= +0.20\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}\Delta V &= -E\Delta x\\ &= -(200\,\mathrm{V/m})(+0.20\,\mathrm{m})\\ &= -40\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

終点 R の電位は、

$$\begin{aligned}V_R &= V_S + \Delta V\\ &= 100\,\mathrm{V} - 40\,\mathrm{V}\\ &= 60\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

である。

演習 3(2) 解答・解説 位置エネルギーの変化は $+4.0\times10^{-5}\,\mathrm{J}$、静電気力の仕事は $-4.0\times10^{-5}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned}\Delta U &= q\Delta V\\ &= \left(-1.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)(-40\,\mathrm{V})\\ &= +4.0\times10^{-5}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}W_{\text{電}} &= -\Delta U\\ &= -4.0\times10^{-5}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

負の電荷を低電位側へ移動させるため、電気的位置エネルギーは増加する。

演習 3(3) 解答・解説 移動した道のり全体ではなく、電場方向の変位成分を用いる必要があるため、斜めの経路長をそのまま d にしてはいけない。

この電場は右向きであり、電場に垂直な上下方向の移動は電位差に寄与しない。したがって、横方向の変位 $+0.20\,\mathrm{m}$ を使うのが正しい。

また、負の電荷が S で静止していた場合、静電気力だけで右側の R へ自然に進むことはない。

負の電荷に働く静電気力は、右向き電場とは反対の左向きである。静止状態からは左向きに加速するため、R へ進むには適切な初速度や外力などが必要になる。

演習 4 の解答・解説

演習 4(1) 解答・解説 B から H への電位差は 0 V、静電気力の仕事は 0 J である。

B と H の x 座標はともに 0.20 m なので、

$$\begin{aligned}\Delta x &= 0.20\,\mathrm{m} - 0.20\,\mathrm{m}\\ &= 0\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

となる。

したがって、

$$\begin{aligned}\Delta V &= -E\Delta x\\ &= -(200\,\mathrm{V/m})(0\,\mathrm{m})\\ &= 0\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

である。

静電気力の仕事は、

$$\begin{aligned}W_{\text{電}} &= -q\Delta V\\ &= -\left(+3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)(0\,\mathrm{V})\\ &= 0\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

演習 4(2) 解答・解説 静電気力の大きさは 6.0×10^{-4} N、向きは右向き（$+x$ 方向）である。

電荷が正なので、静電気力の向きは電場と同じである。

$$\begin{aligned}F &= qE\\ &= \left(+3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}\right)(200\,\mathrm{N/C})\\ &= +6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

右向きを正として計算した結果が正なので、右向きである。

演習 4(3) 解答・解説 静電気力の向きと移動方向が垂直だからである。

B から H への変位は上下方向である。一方、静電気力は右向きなので、移動方向への力の成分は 0 である。

そのため、静電気力そのものは 0 でなくても、移動に対して行う仕事は 0 になる。

このような移動を実現するには、横方向の電気力を打ち消す拘束や外力などが必要な場合がある。電気力による自然な軌道と、外部から制御した移動を区別することが重要である。

演習 5 の解答・解説

演習 5(1) 解答・解説 電位差は $-40\,\mathrm{V}$、静電気力の仕事は $+1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

$$\begin{aligned}\Delta V &= 60\,\mathrm{V}-100\,\mathrm{V}\\ &= -40\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}W_{\text{電}} &= -q\Delta V\\ &= -\bigl(+3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}\bigr)\bigl(-40\,\mathrm{V}\bigr)\\ &= +1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

演習 5(2) 解答・解説 B での運動エネルギーは $1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

A で静止しているため、初めの運動エネルギーは $0\,\mathrm{J}$ である。

静電気力だけが仕事をするので、

$$\begin{aligned}K_B-K_A &= W_{\text{電}}\\ K_B &= 0\,\mathrm{J}+1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\\ &= 1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

演習 5(3) 解答・解説 B での速さは $0.400\,\mathrm{m/s}$ である。

質量をキログラムに直すと、

$$m = 1.5\times10^{-3}\,\mathrm{kg}$$

となる。

運動エネルギーの式から、

$$\begin{aligned}v_B &= \sqrt{\frac{2K_B}{m}}\\ &= \sqrt{\frac{2(1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J})}{1.5\times10^{-3}\,\mathrm{kg}}}\\ &= \sqrt{0.16\,\mathrm{m^2\,s^{-2}}}\\ &= 0.400\,\mathrm{m/s}\end{aligned}$$

である。

負の仕事をする外力が加わると、

$$\Delta K = W_{\text{電}}+W_{\text{外}}$$

となるため、静電気力による仕事のすべてが運動エネルギーの増加になるとは限らない。

したがって、同じ電位差の間を移動しても、外力の仕事が異なれば、終点での速さが変わる場合がある。

演習 6 の解答・解説

演習 6(1) 解答・解説 静電気力の仕事と運動エネルギーの変化は、ともに $-1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

点 A から点 B への電位差は、

$$\begin{aligned}\Delta V &= 40\,\mathrm{V}-100\,\mathrm{V}\\ &= -60\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

である。

負の電荷なので、

$$\begin{aligned}\Delta U &= q\Delta V\\ &= (-2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(-60\,\mathrm{V})\\ &= +1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

したがって、静電気力の仕事は、

$$\begin{aligned}W_{\text{電}} &= -\Delta U\\ &= -1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

である。

静電気力だけが仕事をするため、

$$\Delta K = -1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}$$

となる。

演習 6(2) 解答・解説 A での運動エネルギーは $5.0\times10^{-4}\,\mathrm{J}$、B での運動エネルギーは $3.8\times10^{-4}\,\mathrm{J}$ である。

A での運動エネルギーは、

$$\begin{aligned}K_A &= \frac{1}{2}mv_A^2\\ &= \frac{1}{2}(1.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg})(1.0\,\mathrm{m/s})^2\\ &= 5.0\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

運動エネルギーの変化から、

$$\begin{aligned}K_B &= K_A+\Delta K\\ &= 5.0\times10^{-4}\,\mathrm{J}-1.2\times10^{-4}\,\mathrm{J}\\ &= 3.8\times10^{-4}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

である。

終点での運動エネルギーは正なので、この問題で与えた条件のもとでは B まで到達できる。

演習 6(3) 解答・解説 B での速さは約 $0.872\,\mathrm{m/s}$ である。

運動エネルギーの式から、

$$
\begin{aligned}
v_B &= \sqrt{\frac{2K_B}{m}} \\
&= \sqrt{\frac{2(3.8\times10^{-4}\,\mathrm{J})}{1.0\times10^{-3}\,\mathrm{kg}}} \\
&= \sqrt{0.76\,\mathrm{m^2\,s^{-2}}} \\
&\approx 0.872\,\mathrm{m/s}
\end{aligned}
$$

となる。

A での速さ 1.0 m/s より小さくなっているため、粒子は減速している。

演習 6(4) 解答・解説 負の電荷に働く静電気力は、電場とは逆の左向きだからである。

この問題では電場が右向きであり、粒子は右向きに運動している。したがって、静電気力は進行方向と反対に働き、負の仕事をする。

その結果、粒子の運動エネルギーが減少し、速さが小さくなる。

しかし、A においてすでに右向きの初速度をもっているため、左向きの力を受けてもすぐに右向きの運動が止まるわけではない。この問題では途中で停止せず B に到達する条件が与えられている。

もし A で静止していたなら、負の電荷は左向きに加速される。そのため、静電気力だけで右側の低電位の B へ自然に進むとは考えられない。

電位が低くなる方向と、粒子が加速する方向は、電荷の符号によって異なる。 電位差だけで進行方向を決めず、電荷の正負、初速度、働く力を合わせて判断することが重要である。