第 003 講 測定値には幅がある

この講でできるようになること

- 測定値と真値の違いを理解し、測定値を真値そのものと決めつけずに扱える。
- 分解能と繰り返し測定によるばらつきを区別して説明できる。
- 測定値の揃い具合を表す精度（精密さ）と、真値への近さを表す正確さを区別できる。
- 有効数字の意味と、数字の中にあるゼロの役割を判断できる。
- 指定された小数位や有効数字に合わせて四捨五入し、その表示が表す範囲を説明できる。

1. 測定値は真値そのものではない

長さを定規で測ると、例えば 12.3 cm という値が得られる。しかし、対象の長さが必ず 12.3 cm ちょうどであると確定したわけではない。

物理では、測定によって得られた値と、対象が実際にもつ値を区別して考える。

測定値と真値

- **測定値**：測定器を使って対象の量を調べ、記録した値。
- **真値**：測定対象の量が実際にもつ値。

測定値は、測定器の性能や測定時の条件などの影響を受ける。そのため、測定値が真値と完全に一致するとは限らない。

現実の測定では、真値を完全に知ることが難しい場合が多い。だからこそ、測定値を一つの確定した値としてだけ見るのではなく、どの程度細かく測れるのか、測定を繰り返すとどの程度値が揃うのかも考える必要がある。

2. 分解能と表示の細かさ

測定器には、どの程度細かな変化まで見分けられるかという性能がある。

分解能

分解能とは、測定系が識別できる量の変化の細かさである。

分解能が高いほど、小さな変化を区別できる。

デジタル測定器では、表示される値の刻みに注目すると分かりやすい。

例えば、表示が 0.1 cm 刻みなら、表示できる値は 12.3 cm や 12.4 cm のように変化する。一方、0.01 cm 刻みなら、12.34 cm や 12.35 cm のように、さらに細かく表示できる。

ここで、表示刻みに合わせて数値を整える操作を**丸め**という。

丸めは、指定された位までの数字を残し、その下の桁を使って表示を整える操作である。本講では正の数について、残す位の次の桁が 0〜4 ならそのまま、5〜9 なら残す位を 1 つ大きくする四捨五入を扱う。

表示刻みが異なる場合

次の図は、同じ入力値を異なる表示刻みで表示する理想的なデジタル表示モデルである。

©ミライコーチング



図 1　同じ入力値でも表示刻みによって記録の細かさが変わる。

入力値は同じ 12.34 cm であるが、表示の刻みによって記録される値が異なる。

この理想モデルでは、0.01 cm 刻みの方が入力値を細かな刻みに分けて表示できる。

ただし、表示される桁が増えたからといって、測定対象そのものが変化したわけではない。また、細かく表示できることだけで、測定値が真値に近いと判断することもできない。

分解能から分かること

分解能は、測定器がどれほど細かな変化を区別できるかを表す。

表示できる桁数と、測定値が真値にどれだけ近いかは、別の問題である。

例題 1

理想的なデジタル表示モデルに、長さの値 8.276 cm を入力する。

この値を次の表示刻みで四捨五入して表示せよ。

(1) 0.1 cm 刻み

(2) 0.01 cm 刻み

例題 1 の解説

(1) 0.1 cm 刻みの場合

小数第 1 位まで残す。次の桁である小数第 2 位は 7 であるため、小数第 1 位を 1 つ大きくする。

したがって、表示は 8.3 cm である。

(2) 0.01 cm 刻みの場合

小数第 2 位まで残す。次の桁である小数第 3 位は 6 であるため、小数第 2 位を 1 つ大きくする。

©ミライコーチング

したがって、表示は 8.28 cm である。

同じ入力値でも、表示刻みが細かいほど多くの桁を残せる。これは表示方法の違いであり、測定そのものの正確さが変化したことを意味しない。

3. 同じ対象を繰り返し測ると値がばらつく

測定値が真値と一致しない理由は、測定器の分解能だけではない。

同じ対象を同じ条件で何度も測定しても、毎回まったく同じ値が得られるとは限らない。

測定器の読み取りや測定操作などに小さな違いが生じることで、記録される値が少しずつ異なる場合がある。

このように、同じ対象を繰り返し測定したときに記録値が散らばることを**ばらつき**という。

測定値のばらつき

同じ対象を同じ条件で繰り返し測定したときに、得られた測定値が一致せず、異なる値になることをばらつきという。

観測された最小値から最大値までの範囲は、その測定で実際に記録された値の広がりを表す。

ばらつきがあるからといって、真値が必ず観測された最小値と最大値の間にあるとは限らない。あくまで、実際に得られた測定値の広がりである。

4. 精度と正確さは別の観点である

測定値を評価するときには、値が互いにどれほど揃っているかと、基準となる値にどれほど近いかを分けて考える必要がある。

精度と正確さ

精度（本講では精密さの意味に限定）

同じ対象を繰り返し測定したとき、測定値がどれほど揃っているかを表す。値が狭い範囲に集まっているほど、精度が高い。

正確さ

測定値が真値にどれほど近いかを表す。真値に近いほど、正確さが高い。

例えば、同じ対象を 5 回測定した結果がすべて 10.0 cm 付近に集まっていたとしても、それだけでは真値に近いとは断定できない。

測定器の基準位置がずれている場合などには、繰り返し測定した値がよく揃っていても、同じ方向にずれ続けることがある。

ばらつきと基準からのずれ

次の図では、同じ対象を 5 回ずつ測定した 3 組の結果を比較している。比較のための基準値は 10.0 cm である。

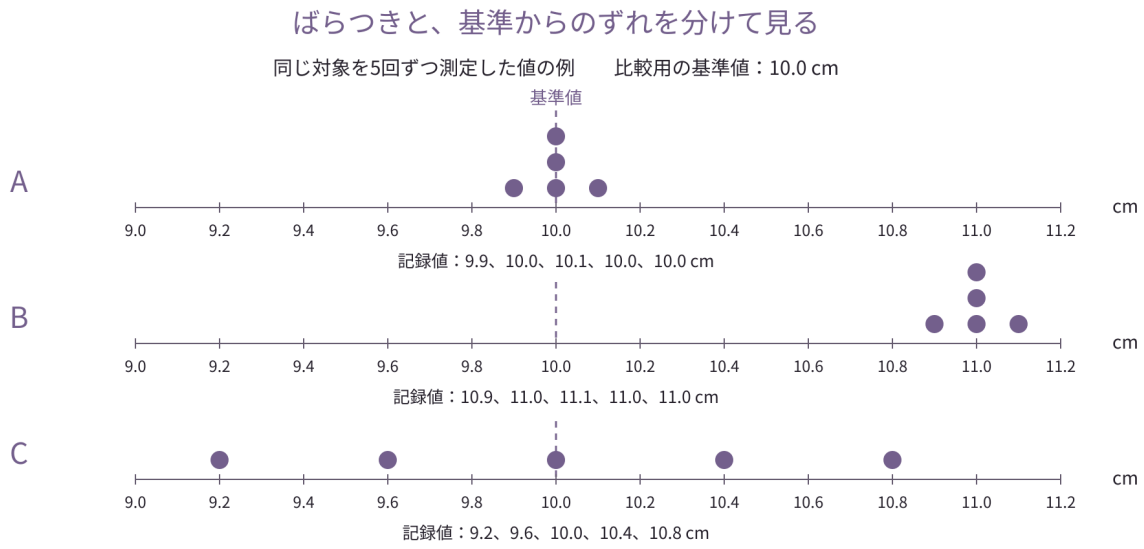

図 2　測定値の広がりと比較基準からのずれは別々に確認できる。

この図では、横方向の広がりが測定値のばらつきを表し、基準線との位置関係が基準からのずれを表している。

A と B は、どちらも狭い範囲に測定値が集まっている。そのため、繰り返し値の揃い具合という観点では、どちらも精度が高い。

しかし、B は基準値より大きい側にまとまっている。測定値が揃っていることと、基準に近いことは同じではない。

一方、C は広い範囲に散らばっている。基準値と一致する測定値が含まれていても、全体として値が揃っているとはいえない。

なお、図の 10.0 cm は比較のために与えられた基準値であり、真値であることが保証されているわけではない。そのため、図だけから真値に対する実際の正確さを確定することはできない。

測定結果を評価する 2 つの視点

- **精度（精密さ）**：繰り返し測定した値がどれほど揃っているか。
- **正確さ**：測定値が真値にどれほど近いか。

精度が高くても正確さが高いとは限らない。両方を分けて考えることが大切である。

例題 2

ある物体を同じ条件で繰り返し測定したところ、次の 5 つの値が得られた。

5.1 cm, 5.1 cm, 5.2 cm, 5.1 cm, 5.1 cm

比較のための基準値は 5.0 cm である。

(1) この測定結果は、精度（精密さ）の観点からどのように評価できるか。

©ミライコーチング

(2) 基準値との関係から、どのようなことが分かるか。

(3) この測定結果だけで、真値に対する正確さが高いと断定できるか。

例題 2 の解説

(1) 観測された値は 5.1〜5.2 cm に集まり、広がりは 0.1 cm である。今回の 5 回では値がよく揃っている。

(2) すべての測定値が比較基準の 5.0 cm より大きい。したがって、比較基準に対しては大きい側にずれている。

(3) 断定できない。比較基準は真値であると保証されていないためである。

測定値がよく揃っていることは、真値に近いことの証明にはならない。

5. 有効数字は測定結果の意味を伝える

測定結果を記録するときには、どの桁まで意味のある値として扱っているのかも重要である。

例えば、2.3 と 2.30 は数値としては同じである。しかし、測定結果として記録した場合には、伝えている情報が異なる。

有効数字

有効数字とは、測定結果を表すときに意味を持つ数字のことである。

有効数字の桁数は、測定値としてどの桁まで記録しているかを伝える情報の一つである。

ゼロの位置によって意味が変わる

有効数字を数えるときは、ゼロがどこにあるかに注目する。

数値	有効数字の桁数	理由
0.0120	3 桁	先頭のゼロは位取り、末尾のゼロは意味を持つ
0.012	2 桁	先頭のゼロは位取りである
2.30	3 桁	小数点以下の末尾のゼロも意味を持つ
2.3	2 桁	2 と 3 が有効数字である

小数の先頭にあるゼロは、数値の大きさを表すための位取りであり、有効数字には含めない。

0 でない数字に挟まれたゼロも有効数字に含める。例えば、1.02 は 3 桁である。

一方、測定値の末尾にあるゼロは、どの位まで記録したかを示す意味を持つ場合がある。

そのため、2.30 と 2.3 は数値の大きさが同じでも、測定結果としては異なる情報を伝えている。

1200 だけでは有効数字を決められない

整数の末尾にあるゼロは、表記だけでは有効数字の桁数を一意に判断できない場合がある。

例えば、1200 という表記だけでは、有効数字が 2 桁なのか 3 桁なのか、それ以上なのかを確定できない。

このような場合は、前講で扱った標準指数表記を使うと、桁数を明確にできる。

表記	有効数字
1.2×10^3	2 桁
1.20×10^3	3 桁
1.200×10^3	4 桁

係数の部分にある数字が有効数字を表すため、記録した桁数が明確になる。

大きさの桁と有効数字の桁数

前講で扱った大きさの桁と、有効数字の桁数は別の情報である。

例えば、

$$0.00450 = 4.50 \times 10^{-3}$$

という表記では、次のように区別する。

- 10^{-3} の指数は、数値の大きさの桁を表す。
- 4.50 の数字は、有効数字 3 桁を表す。

大きさの桁は数値がどの程度大きいか、小さいかを表す。一方、有効数字は測定結果としてどの桁まで意味を持つかを表す。

この 2 つを混同しないことが重要である。

測定値と正確に決まる数

測定によって得られた数値と、数えた個数や定義によって決まる数値は区別する。

例えば、物体を 12 個数えた場合の 12 は、数えた個数である。また、$1\,\mathrm{m} = 100\,\mathrm{cm}$ という関係は単位の定義によって決まる。

これらを測定値と同じ理由で有効数字の桁数に制限する必要はない。

---

6. 丸めと測定値の関係

測定結果を報告するときには、必要な桁数に合わせて数値を整えることがある。この操作が丸めである。

丸めには、指定された小数位まで残す方法と、指定された有効数字の桁数だけ残す方法がある。

四捨五入の基本

本講では正の数について、次の規則で四捨五入する。

1. 残す位を決める。
2. 残す位の次の桁を確認する。
3. その桁が 0〜4 なら残す位を変えず、5〜9 なら 1 つ大きくする。

例えば、12.34 を小数第 1 位まで残す場合、小数第 2 位は 4 であるため、12.3 となる。

一方、12.35 を小数第 1 位まで残す場合、小数第 2 位は 5 であるため、12.4 となる。

丸めると同じ表示になる範囲

正の数を小数第 1 位に四捨五入したとき、同じ 12.3 という表示になる元の数値の範囲を考える。

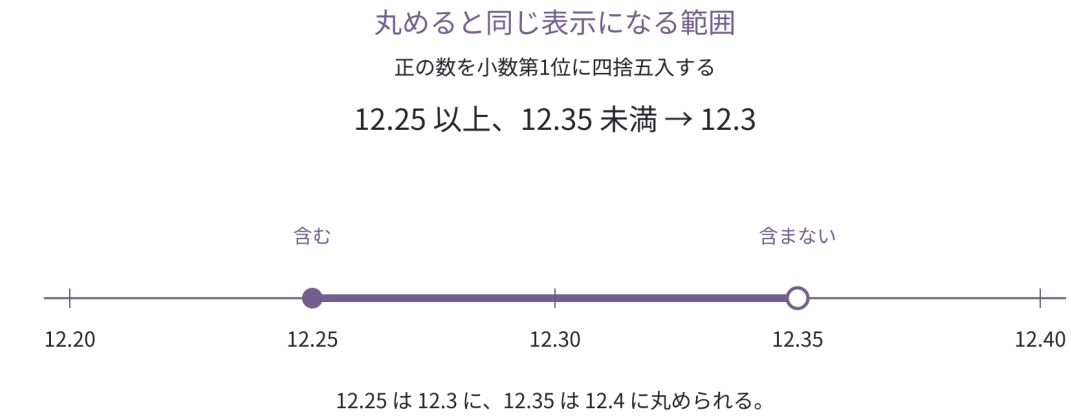

図 3　丸め後の表示値 12.3 に対応する元の数値の範囲。

下端の 12.25 は、次の桁が 5 であるため 12.3 に丸められる。一方、上端の 12.35 は 12.4 に丸められる。

そのため、同じ表示になる範囲は、下端を含み上端を含まない。

この範囲は、指定された丸め規則から決まるものである。

丸めは測定を正確にする操作ではない

丸めは、測定結果を指定された桁数で報告するための操作である。

丸める前後で測定対象の量が変わるわけではなく、測定器の性能が向上するわけでもない。

また、途中計算で何度も丸めると、不要な桁の変化が積み重なる場合がある。計算途中では必要な桁を残し、最終的な報告の段階で指定された桁数に丸めることが望ましい。

例題 3

測定によって得られた値が 0.004968 m であった。

(1) この値を有効数字 2 桁で表せ。

(2) 丸めることによって、測定そのものの正確さが向上したといえるか。理由とともに説明せよ。

例題 3 の解説

(1) 最初の 0 でない数字から数えて 2 桁を残す。

残す数字は 4 と 9 であり、その次の数字は 6 である。

したがって、9 を 1 つ大きくする必要がある。繰り上がりを考えると、

$$0.004968 \to 0.0050$$

となる。

答えは 0.0050 m である。

この表記の有効数字は 5 と末尾の 0 の 2 桁である。先頭のゼロは位取りを示しているため、有効数字には含まれない。

(2) 正確さは向上しない。

丸めは報告する桁数を整える操作であり、測定器の分解能や測定時のばらつきを改善するものではない。測定結果の表記が変わっただけで、真値への近さが改善したとはいえない。

演習問題

演習 1：分解能と表示

ある長さの入力値を 7.386 cm とする。これを理想的なデジタル表示モデルで表示する。

(1) 表示刻みが 0.1 cm の場合、表示値を求めよ。

(2) 表示刻みが 0.01 cm の場合、表示値を求めよ。

(3) どちらの表示の方が細かな変化を区別できるか。また、表示される桁数が多いことだけで、測定値が真値に近いと判断できるか。理由とともに答えよ。

演習 2：精度と正確さ

同じ対象を同じ条件で 5 回ずつ測定した。比較のための基準値は 8.0 cm である。

組	5 回の測定値（cm）
A	7.9, 8.0, 8.1, 8.0, 8.0
B	8.9, 9.0, 9.1, 9.0, 9.0
C	7.2, 7.6, 8.0, 8.4, 8.8

(1) 繰り返し値の揃い具合という意味で、精度が最も高い組を答えよ。

(2) 比較基準の 8.0 cm に最も近い範囲に測定値が集まっている組を答えよ。

(3) C には基準値と一致する測定値がある。このことだけで、C の精度が高いといえるか。理由とともに説明せよ。

(4) このデータだけで、真値に対する実際の正確さを確定できるか。理由とともに説明せよ。

演習 3：有効数字と大きさの桁

次の問いに答えよ。

(1) 次の数値の有効数字はそれぞれ何桁か。

- ① 0.00620
- ② 0.0062
- ③ 3.040

(2) 1200 という表記だけでは、有効数字の桁数を一意に決められない。その理由を説明し、有効数字 2 桁と 3 桁の場合の標準指数表記をそれぞれ示せ。

(3) 0.00450 を標準指数表記に直し、10 の指数が表す情報と、有効数字の桁数をそれぞれ答えよ。

(4) 物体を 12 個数えた場合の 12 は、測定値と同じ理由で有効数字の桁数を制限する必要があるか。理由とともに説明せよ。

演習 4：四捨五入

次の数値を指定された桁数で四捨五入せよ。

(1) 18.246 を小数第 1 位まで残す。

(2) 18.25 を小数第 1 位まで残す。

(3) 0.007845 を有効数字 3 桁で表す。

(4) 測定値の途中計算で何度も丸めることを避け、最終的な報告の段階で丸めるのが望ましい理由を説明せよ。

演習 5：丸めと測定の幅

正の数を 0.1 cm 刻みで四捨五入したところ、表示値が 6.8 cm になった。

(1) 元の数値が取り得る範囲を、不等号を使って表せ。

(2) この範囲は、測定対象の真値が必ず含まれる範囲を表しているか。理由とともに説明せよ。

(3) 次の 2 つの主張が正しいか判断し、誤っている場合は正しい考え方を説明せよ。

- ① デジタル測定器の表示桁数が多ければ、必ず測定値の正確さも高い。
- ② 測定値を四捨五入して桁数を整えれば、測定そのものの正確さが向上する。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

解答 1 分解能と表示

(1) 0.1 cm 刻みの場合

小数第 1 位まで残し、次の桁である小数第 2 位を確認する。小数第 2 位は 8 であるため、小数第 1 位を 1 つ大きくする。

$$7.386 \rightarrow 7.4$$

答えは 7.4 cm である。

(2) 0.01 cm 刻みの場合

小数第 2 位まで残し、次の桁である小数第 3 位を確認する。小数第 3 位は 6 であるため、小数第 2 位を 1 つ大きくする。

$$7.386 \rightarrow 7.39$$

答えは 7.39 cm である。

(3) この理想モデルでは、0.01 cm 刻みの方が入力値を細かな刻みに分けて表示できる。

入力値の変化をその刻みごとに表示へ反映するモデルだからである。

ただし、表示桁数が多いことだけでは、測定値が真値に近いとは判断できない。分解能と正確さは別の観点である。

解答 2 精度と正確さ

(1) A と B である。

A の測定値は 7.9〜8.1 cm、B の測定値は 8.9〜9.1 cm の範囲に集まっている。どちらも測定値の広がりは 0.2 cm であり、C より狭い。

したがって、繰り返し値の揃い具合という意味では A と B の精度が同程度に高い。

(2) A である。

A の測定値は比較基準の 8.0 cm 付近に集まっている。一方、B は約 9.0 cm 付近に集まっており、基準より大きい側にずれている。

(3) いえない。

C には 8.0 cm と一致する測定値があるが、全体では 7.2〜8.8 cm と広く散らばっている。

1 回の測定値が基準と一致することと、繰り返し値が揃っていることは異なる。

(4) 確定できない。

比較基準の 8.0 cm が真値であるという保証がないためである。

このデータから判断できるのは、各組の測定値のばらつきと、比較基準からの位置関係である。真値に対する正確さを確定するには、真値との関係が分からなければならない。

解答 3 有効数字と大きさの桁

(1)

- ① 0.00620：3 桁

6、2、末尾の 0 が有効数字である。先頭のゼロは位取りを示すだけなので数えない。

- ② 0.0062：2 桁
  6 と 2 が有効数字である。先頭のゼロは有効数字に含まれない。
- ③ 3.040：4 桁
  3、0、4、末尾の 0 が有効数字である。数字の間にあるゼロも、末尾のゼロも意味を持つ。

(2)

1200 という表記では、末尾のゼロが有効数字として扱われているかどうかを判断できないためである。

- 有効数字 2 桁：1.2×10^3
- 有効数字 3 桁：1.20×10^3

標準指数表記を使えば、係数の部分から有効数字の桁数を明確にできる。

(3)

$$0.00450 = 4.50 \times 10^{-3}$$

10 の指数は -3 である。これは数値の大きさの桁を表している。

係数の 4.50 は 3 桁の有効数字を持つ。

したがって、大きさの桁は -3、有効数字は 3 桁である。

(4)

必要はない。

12 個という値は、物体を数えて得られた正確な個数であり、測定器の分解能や読み取りによって決まる測定値とは異なるためである。

数えた個数や定義によって決まる数値に、測定値と同じ有効数字の制限を適用する必要はない。

解答 4 四捨五入

(1)

小数第 1 位まで残し、次の桁である小数第 2 位を確認する。

小数第 2 位は 4 であるため、小数第 1 位は変わらない。

$$18.246 \to 18.2$$

答えは 18.2 である。

(2)

小数第 1 位まで残し、次の桁である小数第 2 位を確認する。

小数第 2 位は 5 であるため、小数第 1 位を 1 つ大きくする。

$$18.25 \to 18.3$$

答えは 18.3 である。

(3)

最初の 0 でない数字から 3 桁を残す。

残す数字は 7、8、4 であり、次の数字は 5 である。したがって、4 を 1 つ大きくする。

$$0.007845 \to 0.00785$$

答えは 0.00785 である。有効数字は 7、8、5 の 3 桁である。

(4)

途中計算で何度も丸めると、丸めによる数値の変化が後の計算に影響し、最終結果に余分なずれが生じる場合があるためである。

計算途中では必要な桁を残し、最終的な報告の段階で指定された位まで一度だけ丸めることが望ましい。

解答 5 丸めと測定の幅

(1)

元の値を x cm とおき、正の数を小数第 1 位まで四捨五入して 6.8 cm になる範囲を考える。

下端は 6.75 cm である。小数第 2 位が 5 であるため、6.8 cm に丸められる。

一方、上端の 6.85 cm は、四捨五入すると 6.9 cm になる。

したがって、求める範囲は

$$6.75 \leq x < 6.85$$

である。

(2)

真値が必ず含まれる範囲ではない。

この範囲は、指定された四捨五入の規則によって 6.8 cm と表示される元の数値の範囲である。測定器の分解能や測定時のばらつきなど、測定全体の不確かさを表しているわけではない。

(3)

① 誤りである。

表示桁数が多いことは、細かな刻みの値を表示できることを示すだけであり、実際にどれほど小さな変化を識別できるかや真値への近さは、それだけでは決まらない。例えば、測定器の基準位置がずれていれば、細かく表示できても真値からずれることがある。

表示の細かさと正確さは区別して考える必要がある。

② 誤りである。

四捨五入は、記録・報告する桁数を整える操作である。測定器の性能や測定時のばらつきは改善されないため、丸めによって測定そのものの正確さが向上するわけではない。