第 010 講 等加速度運動を式にする

この講でできるようになること

- 加速度が一定であることを確認し、等加速度運動の式を使えるか判断できる。
- 速度–時刻グラフの傾きと符号付き面積から、速度と変位の式を説明できる。
- 初期位置・初速度・加速度・経過時間を整理し、求める量に合った式を選べる。
- 負の加速度、停止、反転を含む運動について、速度の符号と位置の変化を区別できる。
- 計算結果をグラフ・単位・運動の向きと照合できる。

1. 加速度が一定の運動とは

速度の変わり方に注目する

一直線上を動く台車を考える。

ある台車は、速度が 1 秒ごとに同じ量だけ増えていく。別の台車は、初めの 1 秒で少しだけ速度が増え、次の 1 秒では大きく増える。

どちらも速度が増加しているが、速度の変わり方は異なる。

速度の変化を経過時間で割った量が加速度である。加速度が一定ならば、同じ長さの時間が経過するたびに、速度は同じ量だけ変化する。

等加速度直線運動

一直線上で、加速度の値と向きが時間によらず一定である運動を、**等加速度直線運動**という。

この講では、対象とする時間区間で加速度が一定であるときに使える式を考える。加速度が 0 で一定の場合も含む。

例えば、右向きを正として、加速度が常に $+2\,\mathrm{m/s^2}$ である台車を考える。

この台車の速度は、1 秒ごとに $+2\,\mathrm{m/s}$ ずつ変化する。

加速度が一定であることは、加速度–時刻グラフでは水平な直線として表れる。

©ミライコーチング

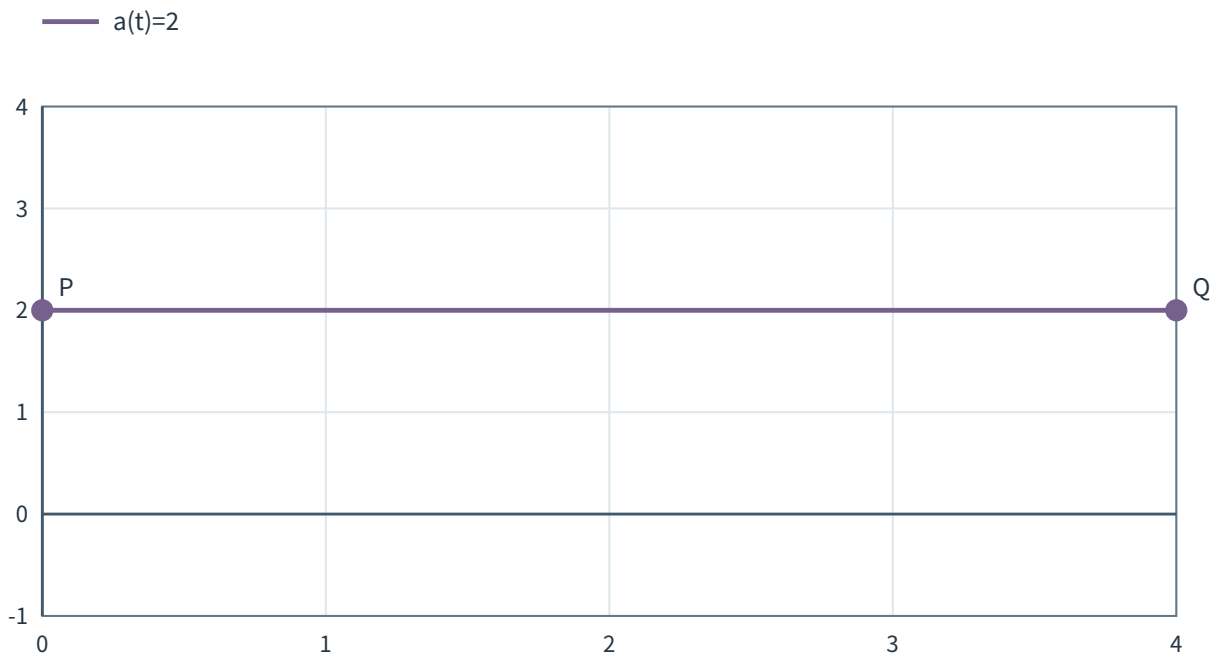

図 1　横軸 x は時刻 t（s）、縦軸 y は加速度 a（$\mathrm{m/s^2}$）。0〜4 s の間、加速度は常に +2 $\mathrm{m/s^2}$ である。

横軸は時刻、縦軸は加速度を表す。グラフが水平であることは、加速度が時間によって変化しないことを示している。

加速度が一定でも、速度まで一定とは限らない。この例では、速度は時間とともに増え続ける。

式を使う前に決めること

等加速度運動の式を使うには、位置や速度の基準をはっきりさせる必要がある。

ここからは、水平な一直線上で動く物体を考え、**右向きを正方向**とする。時刻 $t = 0$ を運動を調べ始める時刻とし、次の記号を用いる。

記号	意味	単位
t	調べ始めてからの経過時間	s
x_0	時刻 $t = 0$ の位置（初期位置）	m
v_0	時刻 $t = 0$ の速度（初速度）	m/s
a	対象区間で一定の加速度	$\mathrm{m/s^2}$
v	時刻 t の速度	m/s
x	時刻 t の位置	m
Δx	初期位置からの変位	m

以下、数値を代入した計算式で単位を省略する場合は、時刻を s、位置・変位を m、速度を m/s、加速度を $\mathrm{m/s^2}$ で表した数値どうしの関係として読む。例えば $v^2 = 9$ は、速度を m/s で表した数値の二乗が 9 という意味であり、物理量としての速度の二乗が無単位であることを意味しない。

位置と変位は、次の関係で結ばれる。

$$\Delta x = x - x_0$$

例えば、初期位置が 3 m、変位が +5 m なら、現在の位置は 8 m である。

変位は位置そのものではなく、位置の変化量である。この区別は、これから導く式でも重要になる。

ミライポイント！

公式を使う前に、**正方向・時刻の基準・初期条件・加速度一定の区間**を確認する。

特に、加速度が一定でない運動へ、等加速度運動の式をそのまま当てはめてはいけない。

2. 速度の式をグラフから考える

速度–時刻グラフの傾き

加速度は、速度の変化を経過時間で割った量である。

時刻 $t=0$ の速度を v_0、時刻 t の速度を v とすると、加速度が一定の運動では次の関係が成立する。

$$a=\frac{v-v_0}{t}$$

ただし、ここでは $t>0$ とする。

両辺に t を掛けると、

$$at=v-v_0$$

したがって、

$$v=v_0+at$$

となる。

この式は、**現在の速度が、初速度とそれまでの速度変化の和である**ことを表している。

等加速度運動の速度の式

$$v=v_0+at$$

v_0 は初速度、a は一定の加速度、t は経過時間である。

右向きを正とすると、速度の正負は進行方向を表す。

同じ運動をグラフにする

具体的な値で確かめる。

時刻 $t=0$ の位置を $x_0=3\,\mathrm{m}$、初速度を $v_0=+1\,\mathrm{m/s}$、加速度を $a=+2\,\mathrm{m/s^2}$ とする。この条件が $0\le t\le 4\,\mathrm{s}$ の間、一定であると考える。

速度の式は、

$$v=1+2t$$

となる。ここでは t の数値を秒単位、v の数値をメートル毎秒単位で表している。

時刻ごとの速度は次のように変化する。

時刻 t	速度 v
$0\,\mathrm{s}$	$+1\,\mathrm{m/s}$
$1\,\mathrm{s}$	$+3\,\mathrm{m/s}$
$2\,\mathrm{s}$	$+5\,\mathrm{m/s}$
$3\,\mathrm{s}$	$+7\,\mathrm{m/s}$
$4\,\mathrm{s}$	$+9\,\mathrm{m/s}$

これを速度–時刻グラフに表す。

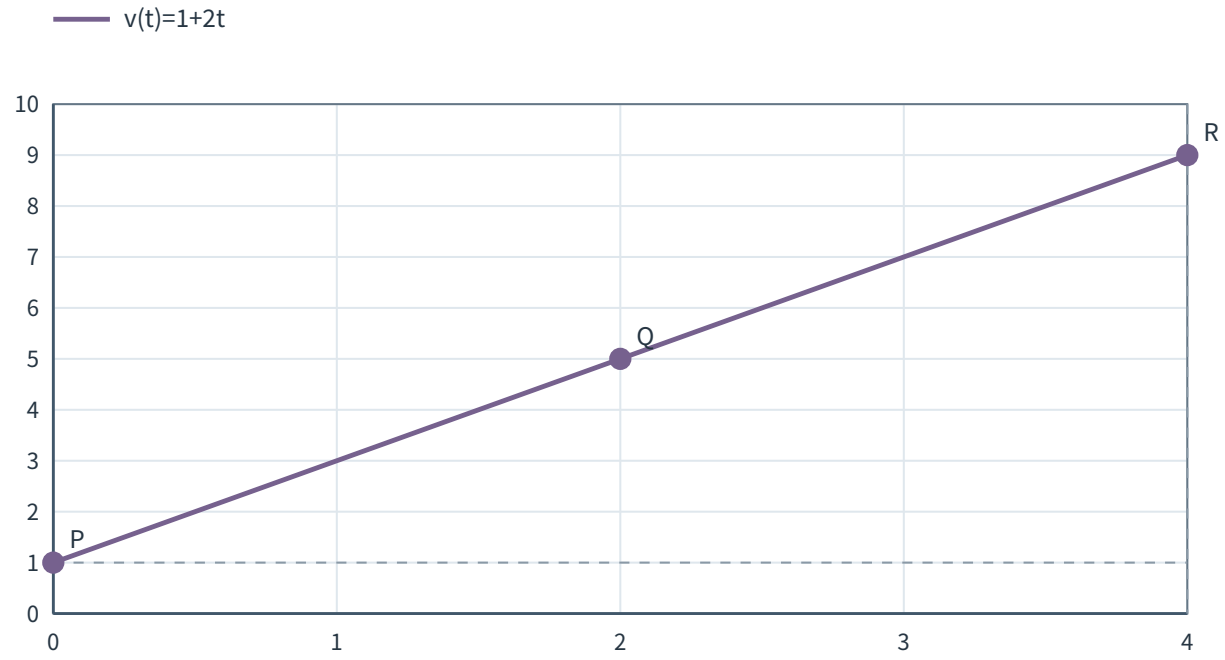

図 2　横軸 x は時刻 t（s）、縦軸 y は速度 v（m/s）。初速度は +1 m/s、直線の傾きは +2 m/s^2 である。

速度–時刻グラフの傾きは、加速度を表す。

例えば、$t = 0$ から $t = 4\,\mathrm{s}$ までの傾きは、

$$a = \frac{9 - 1}{4 - 0} = +2\,\mathrm{m/s^2}$$

である。

グラフ上の直線は、初速度 v_0 を出発点として、時間とともに at だけ速度が変化することを示している。

一般に、等加速度運動では速度–時刻グラフが直線になる。逆に、対象区間で速度–時刻グラフが直線なら、その区間の加速度は一定である。

傾きが負の場合

加速度が負なら、速度–時刻グラフは右下がりになる。

ただし、**右下がりであることと、速さが減っていることは同じではない。**

例えば、速度が $-2\,\mathrm{m/s}$ から $-4\,\mathrm{m/s}$ に変化すると、速度の値は小さくなるが、速さは $2\,\mathrm{m/s}$ から $4\,\mathrm{m/s}$ に増加する。

©ミライコーチング

速度の符号は向きを示し、速さは速度の絶対値で決まる。

3. 変位の式を面積から考える

速度–時刻グラフの面積

前の節と同じ台車を考える。

初速度は $+1\,\mathrm{m/s}$、加速度は $+2\,\mathrm{m/s^2}$ であり、$4\,\mathrm{s}$ 後の速度は $+9\,\mathrm{m/s}$ となる。

この間の変位は、速度–時刻グラフと時刻軸の間の**符号付き面積**に対応する。

ここでいう面積は、単なる図形の広さではない。時刻軸より上の部分を正、下の部分を負として計算した値である。

速度–時刻グラフが直線の場合、図形を長方形と三角形に分けて考えられる。

先ほどのグラフで、$t=0$ から $t=4\,\mathrm{s}$ までの部分を見る。

まず、初速度 $1\,\mathrm{m/s}$ に対応する高さ 1、幅 4 の長方形を考える。

その面積に対応する変位は、

$$1\times 4=4\,\mathrm{m}$$

である。

次に、速度が $1\,\mathrm{m/s}$ から $9\,\mathrm{m/s}$ へ増えた部分を考える。

この部分は、幅 4、高さ 8 の三角形になる。

$$\frac{1}{2}\times 4\times 8=16\,\mathrm{m}$$

二つを合わせると、

$$\Delta x=4+16=20\,\mathrm{m}$$

となる。

この $20\,\mathrm{m}$ は、初期位置からの変位である。

一般的な式へつなぐ

同じ考え方を文字で表す。

初速度 v_0、加速度 a、経過時間 t とすると、速度の変化は、

$$v-v_0=at$$

である。

グラフの初速度に対応する長方形部分は、

$$v_0t$$

に対応する。

速度変化に対応する三角形部分は、

$$\frac{1}{2}\times t\times at=\frac{1}{2}at^2$$

となる。

両者を符号付きで足すと、

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

が得られる。

初速度や加速度が負の場合にも、それぞれの符号を含めて計算する。グラフが時刻軸をまたぐ場合も、負の部分を差し引くという考え方に一致する。

等加速度運動の変位の式

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

また、$\Delta x = x - x_0$ なので、

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

となる。

変位を求める式と、位置を求める式を区別する。

位置–時刻グラフとの対応

前の台車では、初期位置が 3 m であった。

したがって、位置は、

$$x = 3 + t + t^2$$

と表される。ここでも t の数値は秒単位、x の数値はメートル単位である。

各時刻の位置を計算すると、次のようになる。

時刻 t	位置 x
0 s	3 m
1 s	5 m
2 s	9 m
3 s	15 m
4 s	23 m

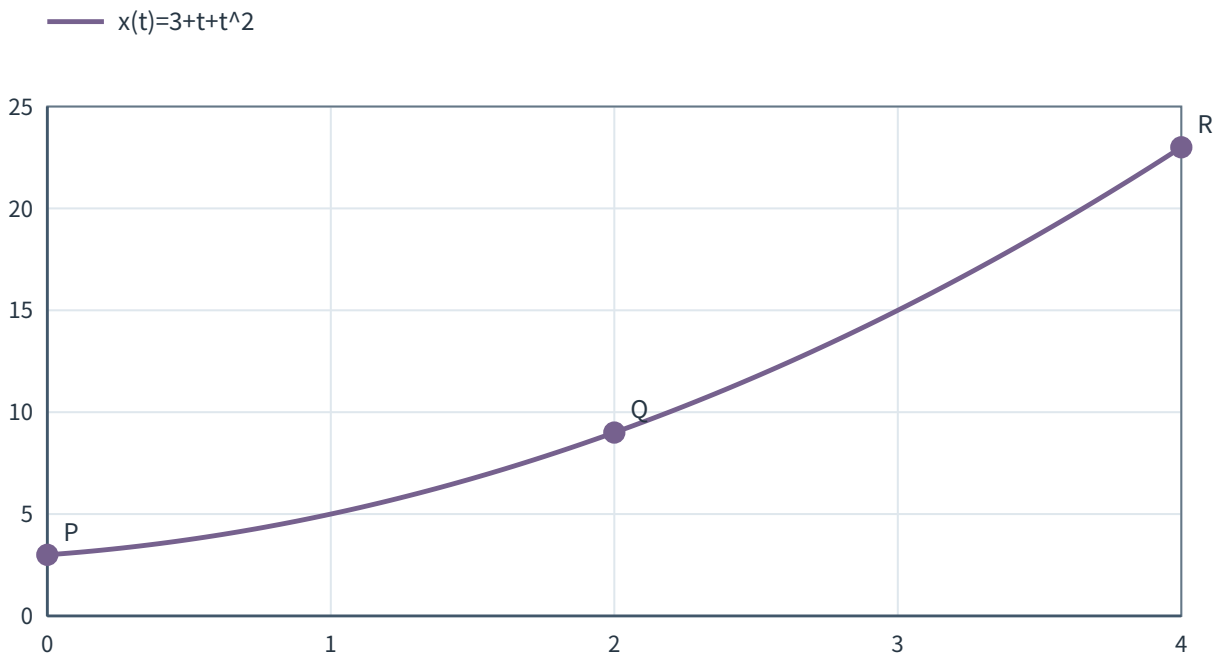

図 3　横軸 x は時刻 t（s）、縦軸 y は物体の位置 x（m）。同じ等加速度運動を位置–時刻グラフで表したものである。

速度–時刻グラフは直線であったが、位置–時刻グラフは曲線になる。

これは、速度が時間とともに増加するため、同じ長さの時間に進む変位が次第に大きくなるからである。

例えば、最初の 1 秒の変位は 2 m だが、3 s から 4 s までの 1 秒では 8 m 進む。

位置–時刻グラフの横軸は時間であり、曲線は物体が実際に通った空間内の道筋を示すものではない。

ミライポイント！

同じ等加速度運動でも、表す物理量によってグラフの形が異なる。

- 加速度–時刻グラフ：水平な直線
- 速度–時刻グラフ：傾きが一定の直線
- 位置–時刻グラフ：一般には二次曲線

これらは別々の運動ではなく、**同じ運動の異なる側面**を表している。

4. 求めたい量に合わせて式を選ぶ

平均速度を使った表し方

加速度が一定なら、速度–時刻グラフは直線になる。

このとき、時刻 0 から t までの平均速度は、初速度と終わりの速度の平均で表せる。

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}$$

ここで $\bar{v}$ は、その時間区間全体の平均速度である。

平均速度に経過時間を掛けると変位になるので、

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} t$$

となる。

この式は、速度–時刻グラフの台形の符号付き面積を求めることと同じである。

平均速度を使う条件

その区間の加速度が一定なら、初速度と終わりの速度を単純に平均して区間平均速度を求められる。

加速度が一定でない場合は、両端の速度だけから区間全体の平均速度を一般には決められない。偶然その平均と一致する場合があっても、無条件に使える関係ではない。

経過時間を使わない式

初速度 v_0、終わりの速度 v、変位 Δx が分かっていて、時間が分からない場合を考える。

速度の式は、

$$v - v_0 = at$$

である。

また、変位の式は、

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} t$$

である。

変位の式の両辺を 2 倍すると、

$$2\Delta x = (v_0 + v)t$$

となる。

両辺に加速度 a を掛け、$at = v - v_0$ を代入する。

$$\begin{aligned} 2a\Delta x &= (v_0 + v)at \\ &= (v_0 + v)(v - v_0) \\ &= v^2 - v_0^2 \end{aligned}$$

したがって、

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

が得られる。

この導出では、加速度や時間で割っていない。そのため、$a = 0$ の場合にも式は成立する。

経過時間を含まない関係式

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

時間が与えられていなくても、速度・加速度・変位の関係を調べられる。

ただし、速度が二乗されているため、この式だけでは終わりの速度の正負を一意に決められない場合がある。

何が分かっていて、何を求めるか

等加速度運動の式は、互いに無関係な公式を集めたものではない。速度–時刻グラフの傾きと符号付き面積から得られた関係を、異なる形で表したものである。

主な既知量	求めたい量	選ぶ関係
v_0, a, t	速度 v	$v = v_0 + at$
v_0, a, t	変位 Δx	$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
x_0, v_0, a, t	位置 x	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
v_0, v, t	変位 Δx	$\Delta x = \frac{v_0+v}{2}t$
$v_0, v, \Delta x$	加速度 a など	$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

例えば、時間が分からない問題で、時間を含む式に無理に代入する必要はない。すでに分かっている量を含み、求める量につながる関係を選ぶ。

また、式を変形するときは、0 で割る操作をしていないか確認する。

特に、加速度が 0 の可能性があるのに a で割ったり、経過時間が 0 の場面で t で割ったりしてはいけない。

5. 加速度が負の運動と折返し

速度が 0 になるとき

右向きの初速度が $+6\,\mathrm{m/s}$、加速度が一定で $-2\,\mathrm{m/s^2}$ の台車を考える。

速度の式は、

$$v = 6 - 2t$$

となる。

この運動の速度–時刻グラフは次のようになる。

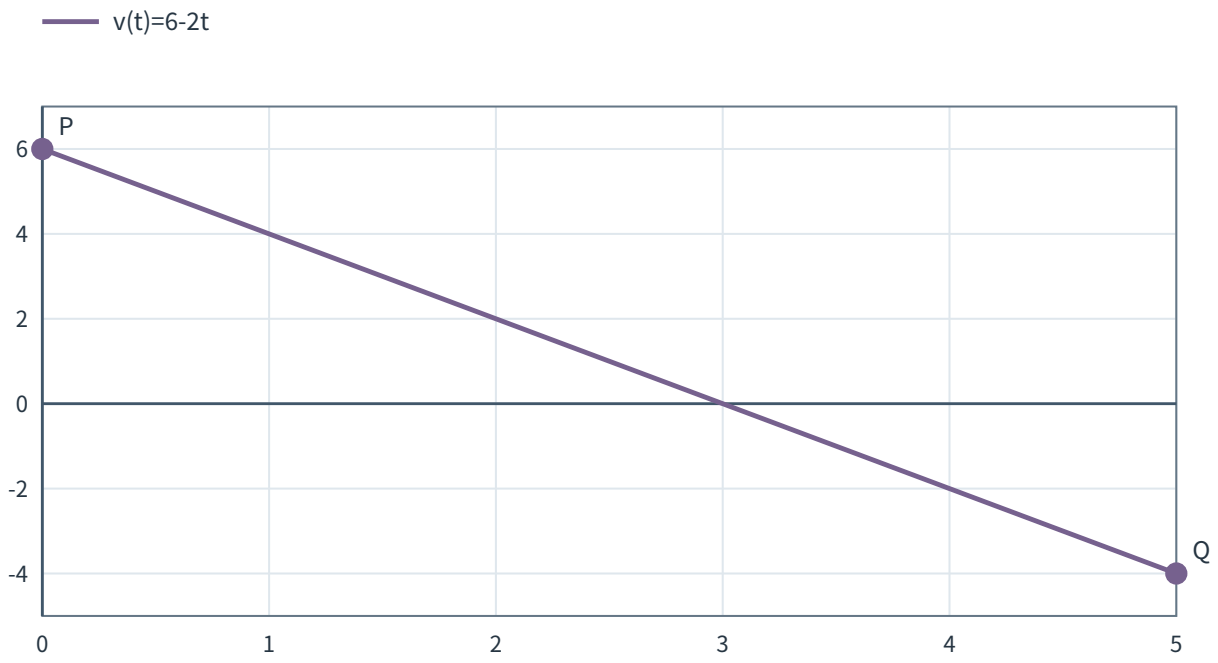

図 4　横軸 x は時刻 t（s）、縦軸 y は速度 v（m/s）。0〜5 s の間、加速度は一定で -2 m/s² である。

初めは速度が正なので、台車は右向きに進む。

加速度が負であるため、速度は 1 秒ごとに $2\,\mathrm{m/s}$ ずつ減少する。

時刻 $t = 3\,\mathrm{s}$ では、

$$v = 6 - 2 \times 3 = 0$$

となる。

この瞬間、台車は停止する。

しかし、加速度がそのまま $-2\,\mathrm{m/s^2}$ であり続けるなら、その後の速度は負になる。

例えば $t = 4\,\mathrm{s}$ では、

$$v = 6 - 2 \times 4 = -2\,\mathrm{m/s}$$

である。

したがって、台車は左向きに動き始める。

このように、速度が 0 になる瞬間を境に、進行方向が反転する場合がある。

負の加速度は必ず減速なのか

加速度が負ということは、速度の値が時間とともに減少することを意味する。

しかし、速さが減少するとは限らない。

前の台車では、停止する前は速度が正、加速度が負であり、速さは減少する。一方、反転した後は速度と加速度がともに負であり、左向きの速さが増加する。

速度 v	加速度 a	速さの変化
正	正	増加
正	負	減少
負	正	減少
負	負	増加

この表は、速度が 0 でなく、考える区間で速度の符号が変わらない場合の判断である。

速度が 0 になる瞬間や反転を含む区間は、前後に分けて考える。

変位と移動距離も異なる

同じ台車について、時刻 0 から 5 s までの変位を求める。

$$\begin{aligned}\Delta x &= 6\times 5+\frac{1}{2}\times(-2)\times 5^2\\ &= 30-25\\ &= +5\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

これは、最終的な位置が初期位置より右に 5 m あることを意味する。

ところが、台車は途中で反転しているため、移動距離は 5 m ではない。

停止するまでの 3 s では、

$$6\times 3+\frac{1}{2}\times(-2)\times 3^2=9\,\mathrm{m}$$

だけ右向きに進む。

その後の 2 s では、変位が、

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{後}} &= 5-9\\ &= -4\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

となり、左向きに 4 m 戻る。

したがって移動距離は、

$$9+4=13\,\mathrm{m}$$

である。

変位は符号付きで足し、移動距離は各区間で実際に進んだ長さを足す。

停止後の条件を確かめる

速度が 0 になった瞬間に、加速度まで 0 になるとは限らない。

加速度がその後も一定なら、物体は反転して動く場合がある。一方、停止後に静止したままであると問題文に指定されていれば、停止後の運動条件は変わっている。

停止前に使った等加速度運動の式を、条件が変わった後まで無条件に延ばしてはいけない。

---

6. 加速度が 0 の場合と速度の二乗

加速度が 0 なら等速運動になる

加速度が一定で、しかも $a = 0$ の場合を考える。

速度の式は、

$$v = v_0 + 0 \times t = v_0$$

となる。

したがって、速度は変化しない。

変位の式も、

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} \times 0 \times t^2$$
$$= v_0 t$$

となる。

これは、速度が一定の運動で成り立つ関係である。

つまり、等加速度運動の式は、加速度 0 の等速直線運動も含んでいる。

ただし、速度が負の場合、物体は負方向へ一定の速さで動く。速度が 0 の場合は、その区間で位置が変化しない。

速度の二乗だけでは向きが決まらない

時間を含まない式をもう一度見る。

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

例えば、計算の結果が、

$$v^2 = 9$$

であったとする。

この条件を満たす速度は、

$$v = +3\,\mathrm{m/s}$$

または、

$$v = -3\,\mathrm{m/s}$$

の二つである。

どちらも速さは $3\,\mathrm{m/s}$ だが、進行方向は反対である。

実際の運動でどちらが成立するかは、初速度・加速度・経過時間・反転の有無などの条件から判断する。

ミライポイント！

速度の二乗を含む式を使うときは、**計算された速さと速度の向きを分ける**。

符号を決める情報が不足している場合は、一方の符号を勝手に選ばない。

©ミライコーチング

7. 例題で式の選び方を確かめる

例題 1

水平な一直線上を動く台車がある。右向きを正とし、時刻 $t=0$ の位置を $x_0=-2\,\mathrm{m}$、初速度を $v_0=+2\,\mathrm{m/s}$ とする。
台車は $0\le t\le 4\,\mathrm{s}$ の間、一定の加速度 $a=+1\,\mathrm{m/s^2}$ で運動する。

(1) $4\,\mathrm{s}$ 後の速度を求めよ。

(2) 最初の $4\,\mathrm{s}$ 間の変位を求めよ。

(3) $4\,\mathrm{s}$ 後の位置を求めよ。

解答・解説

(1) 初速度・加速度・時間が分かっているため、速度の式を使う。

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 2 + 1\times 4 \\ &= +6\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

速度は正なので、右向きである。

(2) 同じ区間の変位を求めるため、変位の式を使う。

$$\begin{aligned} \Delta x &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ &= 2\times 4 + \frac{1}{2}\times 1\times 4^2 \\ &= 8 + 8 \\ &= +16\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

(3) 位置は初期位置に変位を加える。

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x \\ &= -2 + 16 \\ &= 14\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

初期位置が 0 ではないので、変位 $16\,\mathrm{m}$ と位置 $14\,\mathrm{m}$ は一致しない。
また、速度は $+2\,\mathrm{m/s}$ から $+6\,\mathrm{m/s}$ へ直線的に増えるため、平均速度を使うと、

$$\Delta x = \frac{2+6}{2}\times 4 = 16\,\mathrm{m}$$

となり、変位の計算とも一致する。

例題 2

水平な一直線上を動く台車がある。右向きを正とし、時刻 $t=0$ の位置を $x_0=-3\,\mathrm{m}$、初速度を $v_0=+8\,\mathrm{m/s}$ とする。
台車は $0\le t\le 6\,\mathrm{s}$ の間、一定の加速度 $a=-2\,\mathrm{m/s^2}$ で運動する。

(1) 台車が初めて停止する時刻を求めよ。

(2) $6\,\mathrm{s}$ 後の位置を求めよ。

(3) 最初の $6\,\mathrm{s}$ 間の移動距離を求めよ。

解答・解説

(1) 停止する瞬間の速度は 0 である。

$$0=8-2t$$

これより、

$$t=4\,\mathrm{s}$$

となる。
この時刻は指定された 0 から $6\,\mathrm{s}$ の区間内にある。加速度はその後も負で一定なので、台車は $4\,\mathrm{s}$ 後に反転する。

(2) 最初の $6\,\mathrm{s}$ 間の変位は、

$$\begin{aligned}\Delta x&=8\times 6+\frac{1}{2}\times(-2)\times 6^2\\&=48-36\\&=+12\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

である。
したがって位置は、

$$x=-3+12=9\,\mathrm{m}$$

となる。

(3) 途中で反転しているため、移動距離を求めるには停止時刻で区間を分ける。

停止するまでの 4 s 間の変位は、

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= 8 \times 4 + \frac{1}{2} \times (-2) \times 4^2 \\ &= 32 - 16 \\ &= +16\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

である。

次に、$t = 4\,\mathrm{s}$ から $t = 6\,\mathrm{s}$ までの変位は、全体の変位から前半の変位を引く。

$$\Delta x_2 = 12 - 16 = -4\,\mathrm{m}$$

この区間では左向きに 4 m 進んでいる。

したがって移動距離は、

$$16 + 4 = 20\,\mathrm{m}$$

となる。

全体の変位は $+12\,\mathrm{m}$ だが、移動距離は 20 m である。反転がある場合、両者を同じ量として扱ってはいけない。

例題 3

水平な一直線上を動く物体がある。右向きを正とし、初速度は $+3\,\mathrm{m/s}$、ある時刻の速度は $+7\,\mathrm{m/s}$ である。

この間、加速度は一定で、変位は $+20\,\mathrm{m}$ であった。

(1) 加速度を求めよ。

(2) 経過時間を求めよ。

解答・解説

(1) この問題では経過時間が与えられていない。

そこで、時間を含まない関係式を選ぶ。

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

数値を代入すると、

$$7^2 - 3^2 = 2 \times a \times 20$$

となる。

$$49 - 9 = 40a$$

したがって、

$$a = +1\,\mathrm{m/s^2}$$

である。

(2) 加速度が分かったので、速度の式から時間を求める。

$$7 = 3 + 1 \times t$$

よって、

$$t = 4\,\mathrm{s}$$

となる。

確認として、平均速度を用いて変位を求める。

$$\Delta x = \frac{3+7}{2} \times 4 = 20\,\mathrm{m}$$

与えられた変位と一致する。

このように、最初に時間が分からなくても、既知量に合わせて式を選べば必要な量を求められる。

8. 演習問題

演習 1

水平な一直線上を動く物体 A と物体 B について、時刻と速度の関係を次の表に示す。いずれも右向きを正とする。

時刻 t	A の速度	B の速度
$0\,\mathrm{s}$	$+1\,\mathrm{m/s}$	$+1\,\mathrm{m/s}$
$1\,\mathrm{s}$	$+3\,\mathrm{m/s}$	$+2\,\mathrm{m/s}$
$2\,\mathrm{s}$	$+5\,\mathrm{m/s}$	$+4\,\mathrm{m/s}$
$3\,\mathrm{s}$	$+7\,\mathrm{m/s}$	$+7\,\mathrm{m/s}$

表の各時刻の間を含む $0 \le t \le 3\,\mathrm{s}$ の区間について、物体 A・B はともに、隣り合う記録時刻の間ではそれぞれ一定の加速度で動くものとする。

(1) 0 から 3 s の全区間で等加速度運動をしている物体を答えよ。また、その理由を説明せよ。

(2) (1)で答えた物体の加速度を求めよ。

(3) その物体の初期位置が $x_0 = +4\,\mathrm{m}$ であるとき、3 s 後の位置を求めよ。

演習 2

水平な一直線上を動く物体がある。右向きを正とし、初期位置は $+5\,\mathrm{m}$、初速度は $-2\,\mathrm{m/s}$ である。

物体は最初の 3 s 間、一定の加速度 $-2\,\mathrm{m/s^2}$ で運動する。

(1) 3 s 後の速度を求めよ。

(2) 最初の 3 s 間の変位と、3 s 後の位置を求めよ。

(3) この区間で速さは増加するか、減少するか。速度と加速度の符号に注目して説明せよ。

演習 3

水平な一直線上を動く台車がある。右向きを正とし、初期位置を $+7\,\mathrm{m}$、初速度を $+10\,\mathrm{m/s}$ とする。

台車は最初の 7 s 間、一定の加速度 $-2\,\mathrm{m/s^2}$ で運動する。

(1) 台車が初めて停止する時刻を求めよ。

(2) 最初の 7 s 間の変位を求めよ。

(3) 最初の 7 s 間の移動距離を求めよ。

(4) 7 s 後の位置を求めよ。

©ミライコーチング

演習 4

水平な一直線上を動く物体がある。右向きを正とする。

時刻 $t=0$ の位置は $+10\,\mathrm{m}$、初速度は $+5\,\mathrm{m/s}$ である。物体は一定の加速度で運動し、$2\,\mathrm{s}$ 後の速度は $+1\,\mathrm{m/s}$ になった。

(1) この間の加速度を求めよ。

(2) この間の変位を求めよ。

(3) $2\,\mathrm{s}$ 後の位置を求めよ。

(4) (2)で使った関係が成立する条件を説明せよ。

演習 5

水平な一直線上を動く物体がある。右向きを正とする。

初速度は $+4\,\mathrm{m/s}$ であり、一定の加速度で運動した後、速度が $+10\,\mathrm{m/s}$ になった。この間の変位は $+21\,\mathrm{m}$ である。

(1) 加速度を求めよ。

(2) 経過時間を求めよ。

(3) 求めた時間を使い、平均速度から変位を計算して、与えられた条件と一致することを確かめよ。

演習 6

水平な一直線上を動く物体がある。右向きを正とし、初期位置は $+10\,\mathrm{m}$、初速度は $-3\,\mathrm{m/s}$ である。

物体は最初の $4\,\mathrm{s}$ 間、加速度 0 で運動する。

(1) $4\,\mathrm{s}$ 後の速度を求めよ。

(2) 最初の $4\,\mathrm{s}$ 間の変位を求めよ。

(3) $4\,\mathrm{s}$ 後の位置と、この間の移動距離を求めよ。

(4) この運動が等加速度運動の式で表せる理由を説明せよ。

©ミライコーチング

演習 7

水平な一直線上を動く物体がある。右向きを正とし、初期位置を 0 m、初速度を +5 m/s とする。物体は $0 \leq t \leq 3\,\mathrm{s}$ の間、一定の加速度 $-2\,\mathrm{m/s^2}$ で運動する。

(1) 変位が +6 m となる時刻の速度について、$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$ を使って、考えられる値をすべて求めよ。

(2) $t = 2\,\mathrm{s}$ と $t = 3\,\mathrm{s}$ それぞれの速度を求めよ。

(3) $t = 2\,\mathrm{s}$ と $t = 3\,\mathrm{s}$ における位置をそれぞれ求めよ。

(4) (1)の式だけでは速度の向きを一意に決められない理由を、(2)(3)の結果を用いて説明せよ。

演習 8

ある物体が一直線上を動き、時刻と速度の記録が次のようになった。正方向は一定とする。

時刻 t	速度 v
$0\,\mathrm{s}$	$0\,\mathrm{m/s}$
$1\,\mathrm{s}$	$0\,\mathrm{m/s}$
$2\,\mathrm{s}$	$+4\,\mathrm{m/s}$

(1) この記録だけから、0 から 2 s の全区間で加速度が一定だったと判断できるか。理由も答えよ。

(2) ある生徒は、初速度と最後の速度を平均し、

$$\Delta x = \frac{0+4}{2}\times 2 = 4\,\mathrm{m}$$

と計算した。この計算で等加速度運動の式を使うことは適切か。理由を説明せよ。

(3) 初速度と最後の速度が同じであっても、途中の運動によって変位が異なり得る理由を説明せよ。

演習問題の解答・解説

解答 1

(1) 物体 A である。

物体 A の速度は、1 秒ごとに、

$$1,\ 3,\ 5,\ 7$$

と変化しており、各 1 秒間の速度変化は常に $+2\,\mathrm{m/s}$ である。

問題文では隣り合う時刻の間も加速度一定とされているため、A は全区間で加速度が一定である。

一方、物体 B の速度変化は順に $+1,\ +2,\ +3\,\mathrm{m/s}$ であり、1 秒ごとの速度変化が異なる。したがって全区間で加速度は一定ではない。

(2) 物体 A の加速度は、

$$a = \frac{7-1}{3} = +2\,\mathrm{m/s^2}$$

である。

(3) 初速度は $+1\,\mathrm{m/s}$、加速度は $+2\,\mathrm{m/s^2}$、経過時間は $3\,\mathrm{s}$ である。

変位は、

$$\begin{aligned}\Delta x &= 1\times 3 + \frac{1}{2}\times 2\times 3^2\\ &= 3+9\\ &= +12\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

となる。

初期位置が $+4\,\mathrm{m}$ なので、

$$x = 4 + 12 = 16\,\mathrm{m}$$

である。

解答 2

(1) 速度の式に代入する。

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= -2 + (-2) \times 3 \\ &= -8\,\mathrm{m/s} \end{aligned}$$

負の速度なので、左向きに動いている。

(2) 変位は、

$$\begin{aligned} \Delta x &= (-2) \times 3 + \frac{1}{2} \times (-2) \times 3^2 \\ &= -6 - 9 \\ &= -15\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

となる。

位置は、

$$x = 5 - 15 = -10\,\mathrm{m}$$

である。

(3) 速さは増加する。

初速度は負であり、加速度も負である。速度は $-2\,\mathrm{m/s}$ から $-8\,\mathrm{m/s}$ へ変化するので、速さは $2\,\mathrm{m/s}$ から $8\,\mathrm{m/s}$ へ増える。

負の加速度だから必ず減速するわけではない。

解答 3

(1) 停止するときは $v = 0$ である。

$$0 = 10 - 2t$$

これより、

$$t = 5\,\mathrm{s}$$

となる。

(2) 最初の $7\,\mathrm{s}$ 間の変位は、

$$\begin{aligned} \Delta x &= 10 \times 7 + \frac{1}{2} \times (-2) \times 7^2 \\ &= 70 - 49 \\ &= +21\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

である。

(3) 台車は 5 s 後に停止し、その後は左向きに動く。

停止までの変位は、

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times (-2) \times 5^2 \\ &= 50 - 25 \\ &= +25\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

である。

残りの 2 s の変位は、

$$\Delta x_2 = 21 - 25 = -4\,\mathrm{m}$$

である。

したがって移動距離は、

$$25 + 4 = 29\,\mathrm{m}$$

となる。

(4) 初期位置が $+7\,\mathrm{m}$ であり、全体の変位が $+21\,\mathrm{m}$ なので、

$$x = 7 + 21 = 28\,\mathrm{m}$$

である。

変位は $+21\,\mathrm{m}$、移動距離は $29\,\mathrm{m}$、最終位置は $+28\,\mathrm{m}$ である。それぞれ異なる物理量を表している。

解答 4

(1) 加速度は速度変化を経過時間で割って求める。

$$\begin{aligned}a &= \frac{1 - 5}{2} \\ &= -2\,\mathrm{m/s^2}\end{aligned}$$

(2) 加速度が一定であるため、初速度と終わりの速度の平均を区間平均速度として使える。

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{5 + 1}{2} \times 2 \\ &= +6\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

(3) 初期位置に変位を加える。

$$x = 10 + 6 = 16\,\mathrm{m}$$

(4) (2)の関係が成立するのは、対象とする時間区間で加速度が一定だからである。

その場合、速度–時刻グラフは直線となり、区間平均速度は初速度と終わりの速度の平均に一致する。

加速度が一定でない場合には、同じ計算を無条件に使うことはできない。

©ミライコーチング

解答 5

(1) 時間が分からないので、時間を含まない関係式を使う。

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

数値を代入すると、

$$10^2 - 4^2 = 2 \times a \times 21$$

となる。

$$100 - 16 = 42a$$

したがって、

$$a = +2\,\mathrm{m/s^2}$$

である。

(2) 速度の式を使う。

$$10 = 4 + 2t$$

よって、

$$t = 3\,\mathrm{s}$$

となる。

(3) 加速度が一定なので、

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{4+10}{2} \times 3 \\ &= 7 \times 3 \\ &= 21\,\mathrm{m}\end{aligned}$$

である。

問題文に与えられた変位と一致する。

解答 6

(1) 加速度は 0 なので、速度は初速度から変化しない。

$$v = -3 + 0 \times 4 = -3\,\mathrm{m/s}$$

(2) 変位の式を使う。

$$\Delta x = (-3) \times 4 + \frac{1}{2} \times 0 \times 4^2$$

$$= -12\,\mathrm{m}$$

(3) 位置は、

$$x = 10 - 12 = -2\,\mathrm{m}$$

である。

速度は全区間で $-3\,\mathrm{m/s}$ なので、左向きに一定の速さで進む。

移動距離は、

$$3 \times 4 = 12\,\mathrm{m}$$

となる。

(4) 等加速度運動は加速度が一定である運動であり、その一定値が 0 でも条件を満たす。

この場合、速度は一定になり、変位の式は $\Delta x = v_0 t$ に戻る。

解答 7

(1) 時間を含まない関係式を使う。

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

数値を代入すると、

$$v^2 - 5^2 = 2 \times (-2) \times 6$$

となる。

$$v^2 - 25 = -24$$

よって、

$$v^2 = 1$$

である。

したがって、考えられる速度は、

$$v = +1\,\mathrm{m/s}$$

または、

$$v = -1\,\mathrm{m/s}$$

である。

(2) 速度の式を使う。

$t = 2\,\mathrm{s}$ では、

$$v = 5 - 2 \times 2 = +1\,\mathrm{m/s}$$

である。

$t = 3\,\mathrm{s}$ では、

$$v = 5 - 2 \times 3 = -1\,\mathrm{m/s}$$

となる。

(3) 初期位置は 0 なので、位置は変位と等しい。

位置の式は、

$$x = 5t - t^2$$

である。

$t = 2\,\mathrm{s}$ では、

$$x = 5 \times 2 - 2^2 = 6\,\mathrm{m}$$

となる。

$t = 3\,\mathrm{s}$ でも、

$$x = 5 \times 3 - 3^2 = 6\,\mathrm{m}$$

となる。

(4) この物体は右向きに進んだ後、速度が 0 となり、左向きへ反転している。

$t = 2\,\mathrm{s}$ には右向きの速度 $+1\,\mathrm{m/s}$ で位置 $+6\,\mathrm{m}$ を通過する。一方、$t = 3\,\mathrm{s}$ には左向きの速度 $-1\,\mathrm{m/s}$ で、同じ位置 $+6\,\mathrm{m}$ を通過する。

二乗すると、どちらの速度も同じ値になる。そのため、速度の二乗を含む式だけでは、通過する向きや時刻を一意に決められない。

初期条件と経過時間を合わせて確認する必要がある。

解答 8

(1) 全区間で加速度が一定だったとは判断できない。むしろ、この記録は全区間で加速度が一定という条件と矛盾する。

最初の 1 秒間の平均加速度は、

$$\frac{0-0}{1} = 0\,\mathrm{m/s^2}$$

である。

次の 1 秒間の平均加速度は、

$$\frac{4-0}{1} = +4\,\mathrm{m/s^2}$$

である。

同じ長さの時間に対する速度変化が異なるため、全区間を一つの等加速度運動として扱うことはできない。

(2) 適切ではない。

初速度と終わりの速度を単純平均して平均速度を求める式は、対象区間で加速度が一定であることを前提としている。

この記録はその条件を満たさないため、

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2}t$$

を全区間へそのまま使う根拠がない。

したがって、提示された 4 m を変位の正しい値と結論することはできない。

(3) 変位は、区間全体の速度–時刻グラフの符号付き面積に対応する。

初めと終わりの速度が同じでも、途中の速度の変化の仕方が異なれば、グラフの形が変わり、符号付き面積も異なり得る。

今回の三つの時刻の記録だけでは、時刻の間の速度の変化がすべて分かるわけではない。そのため、全区間の変位を一意に決めるには、途中の運動について追加の条件が必要である。

加速度が一定かどうかを先に確かめることが、式を正しく選ぶための出発点となる。