第 108 講 自己誘導と相互誘導

この講でできるようになること

- 電流の変化が磁束の変化を生み、誘導起電力が発生する仕組みを説明できる。
- 自己誘導と相互誘導を、起電力が生じるコイルの違いから区別できる。
- 電流の時間変化とインダクタンスから、誘導起電力の大きさと符号を求められる。
- 電流–時間グラフから、誘導起電力の向きと大きさを判断できる。
- コイルに蓄えられる磁気エネルギーを計算し、エネルギーの蓄積と放出を説明できる。
- 相互誘導において、開回路の起電力と閉回路の電流を区別できる。

1. 電流を変えると、なぜ起電力が生じるのか

電源につないだコイルに電流を流すと、コイルの周囲に磁場ができる。電流を大きくすると磁場が強くなり、電流を小さくすると磁場が弱くなる。

ここで重要なのは、磁場の変化がコイルを貫く**磁束の変化**につながることである。第 106 講で学んだ電磁誘導の法則により、コイルを貫く磁束が変化すると誘導起電力が生じる。

電流の変化が原因となる電磁誘導には、次の 2 種類がある。

種類	磁束を変化させるもの	誘導起電力が生じる場所
自己誘導	そのコイル自身の電流の変化	同じコイル
相互誘導	別のコイルの電流の変化	磁束を受けるコイル

どちらも出発点は「電流が変化すること」であり、磁束の変化を経て起電力が発生する。ただし、**電流が変化するコイルと、起電力が生じるコイルが同じか別か**が異なる。

同じコイルで起こる自己誘導

まず、1 つのコイルだけを考える。電流が増加すると、その電流による磁束も増加するため、コイル自身に磁束の増加を妨げる向きの誘導起電力が生じる。

©ミライコーチング

反対に、電流が減少すると、元の磁束を保とうとする向きの誘導起電力が生じる。



図 1　同じコイルを同じ向きから見る。左は正電流増加、右は正電流減少。

この図は、同じコイルを右端から見た模式図である。左右の円は別々のコイルを表すのではなく、1 つのコイルについて電流が増加する状態と減少する状態を比較している。

正の電流を反時計回り、正の法線を観察者の手前向きとする。中央の「⊙」は磁場が紙面の手前を向くことを示し、両方とも現在の電流は正方向に流れている。

左では正電流が増加するため、自己誘導起電力は時計回りに働く。右では正電流が減少するため、自己誘導起電力は反時計回りに働く。

図の I の矢印は実際の電流の正方向を、ε の矢印は誘導起電力の向きを表す。両者は別の量であり、矢印の長さは大きさの比較を表していない。ε の矢印は、円周の左側の接線方向を、見やすい位置へずらして示している。左側で上向きなら時計回り、下向きなら反時計回りに対応する。

ここから分かるのは、誘導起電力が常に元の電流と逆向きになるわけではないということである。**誘導起電力は、電流そのものではなく、その変化を妨げるように働く**。

別のコイルで起こる相互誘導

次に、近くに 2 つのコイルを配置する。一方のコイルに流す電流を変化させると、その電流がつくる磁場も変化し、もう一方のコイルを貫く磁束が変化する。

その結果、電流を直接変化させていない別のコイルにも、誘導起電力が生じる。これが相互誘導である。

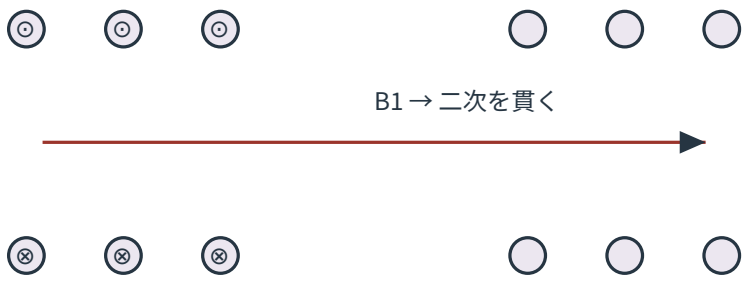

図 2　左の一次コイルの電流変化が、右の別の二次コイルを貫く磁束を変える。

図は 2 つのコイルを同じ軸上に置き、その軸を含む平面で切った模式断面である。左側を一次コイル、右側を二次コイルと呼ぶ。

小さな円は巻かれた導線の断面を示す。一次側の上の「⊙」は電流が紙面の手前へ、下の「⊗」は紙面の奥へ流れることを表す。この電流がつくる磁場は、コイル内部では右向きである。

二次側の小円には電流の向きを記していない。二次側はここでは開回路であり、電流が流れていることを示していないためである。

中央の矢印は一次コイルがつくる磁場の向きを表す。**一次と二次は導線で直接つながっておらず、電荷が一次から二次へ移動するわけではない**。 磁束の変化を通じて、二次側に起電力が生じるのである。

この図では磁束の向きを示すことに重点を置き、磁場の漏れや端の形状による違いは定量的に描いていない。

2. 自己誘導を式で表す

自己インダクタンスの意味

コイルに電流 I を流すと、その電流によって磁束が生じる。コイルの形状や磁性材料の性質が一定で、磁束と電流が比例する範囲を考える。

N 回巻きのコイルについて、各巻きを貫く自己磁束が等しく Φ で表され、外部から加わる磁束を考えなくてよいとき、次の関係が成り立つ。

$$N\Phi = LI$$

ここで、$N\Phi$ を**鎖交磁束**と呼ぶ。N は巻数、Φ は 1 巻きを貫く磁束、L は自己インダクタンスである。

鎖交磁束は各巻きを貫く磁束を符号付きで足し合わせた量である。したがって、各巻きを同じ磁束が貫くときだけ、単純に $N\Phi$ と書ける。

自己インダクタンス

自己インダクタンス L は、コイルの電流と、その電流自身がつくる鎖交磁束の比例関係を表す量である。

$$L = \frac{N\Phi}{I}$$

この式は、自己磁束が電流に比例する条件で用いる。コイルの形状や磁性材料の状態を一定に保つとき、L を一定として扱える。

単位はヘンリー（記号 H）であり、

$$1\,\mathrm{H} = 1\,\mathrm{Wb/A} = 1\,\mathrm{V\,s/A}$$

である。

電流を正方向に流したときの自己磁束の正法線もそろえておく。通常の線形なコイルの自己インダクタンス L は正の値であり、電流が負になれば自己鎖交磁束も負になる。

ただし、電流の符号が変わっただけで L が負になるわけではない。

自己誘導起電力の公式

ファラデーの電磁誘導の法則により、鎖交磁束が時間とともに変化すると、誘導起電力が生じる。

自己インダクタンス L が一定なら、$N\Phi = LI$ より、自己誘導起電力の区間平均は次のように表せる。

$$\varepsilon = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

ここで、$\Delta I = I_{後} - I_{前}$ は電流の変化量、$\Delta t = t_{後} - t_{前} > 0$ は経過時間である。ε は正周回方向を正として測った自己誘導起電力であり、単位はボルト（V）である。

比 $\Delta\frac{I}{\Delta}t$ は、単位時間あたりに電流がどれだけ変化したかを表す**平均変化率**である。

電流がその時間区間内で直線的に変化する場合、変化率は区間内で一定となり、起電力も一定となる。直線変化が与えられていない場合、この式で得られるのは区間平均であり、途中のすべての瞬間で同じ起電力が生じるとは限らない。

また、L の定義にはすでに巻数 N の効果が含まれている。したがって、$\varepsilon = -L\Delta\frac{I}{\Delta}t$ にさらに N を掛けてはいけない。

起電力の符号を判断する

$L > 0$ かつ $\Delta t > 0$ であれば、自己誘導起電力の符号は電流の変化量と逆になる。

電流の変化	$\Delta\frac{I}{\Delta}t$	ε の符号	誘導起電力の働き
正方向の電流が増加	正	負	増加を妨げる
電流が一定	0	0	誘導起電力は生じない
正方向の電流が減少	負	正	元の電流を保とうとする

この表では電流が正方向に流れている状態を考えている。電流が負の場合も、まず符号付きの ΔI を求め、それから起電力の符号を決める。

なお、誘導起電力の符号が分かっても、実際に流れる電流の向きが必ず決まるわけではない。外部電源や抵抗などを含む回路全体の条件も関係する。

電流の値と変化率は別の情報

電流が 2.0 A 流れていても、その値が一定なら自己誘導起電力は 0 V である。

一方、電流の値が小さくても、短時間で急激に変化すれば、大きな誘導起電力が生じることがある。

誘導起電力を求めるときは、現在の電流の大きさではなく、**電流がどれだけの時間でどれだけ変化したか**に注目する。

例題 1

自己インダクタンス $L = 0.20\,\mathrm{H}$ のコイルを考える。コイルの形状と磁性条件は変化せず、L は一定である。正電流の向き、正法線、正周回は先ほどのコイル図と同じとする。

例題 1(1) 正方向の電流を 0 A から 2.0 A まで 0.10 s で変化させた。この区間の平均自己誘導起電力を符号付きで求め、その向きを説明せよ。

例題 1(2) 続いて、正方向の電流を 2.0 A から 0 A まで 0.10 s で減少させた。この区間の平均自己誘導起電力を符号付きで求め、その向きを説明せよ。

例題 1(3) 正方向の電流を 2.0 A のまま一定に保つと、自己誘導起電力はいくらになるか。また、磁場は存在しなくなるか。

©ミライコーチング

解答・解説

例題 1(1) 電流の変化量は正であり、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\Delta t} &= \frac{2.0\,\mathrm{A} - 0\,\mathrm{A}}{0.10\,\mathrm{s}} \\ &= +20\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

である。これを自己誘導起電力の公式に代入すると、

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \\ &= -(0.20\,\mathrm{H})(+20\,\mathrm{A/s}) \\ &= -4.0\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

答えは $-4.0\,\mathrm{V}$ である。 負号は正周回と逆向き、すなわち右端から見て時計回りの起電力であることを示す。正方向の電流が増加するため、その増加を妨げる向きに生じる。

例題 1(2) 今度は電流が減少するので、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\Delta t} &= \frac{0\,\mathrm{A} - 2.0\,\mathrm{A}}{0.10\,\mathrm{s}} \\ &= -20\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -(0.20\,\mathrm{H})(-20\,\mathrm{A/s}) \\ &= +4.0\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

答えは $+4.0\,\mathrm{V}$ である。 正方向、すなわち右端から見て反時計回りの起電力である。元の正方向の電流が減少しているため、その減少を妨げる向きに生じる。

(1)と(2)では電流の変化率の大きさが等しいので、起電力の大きさも等しい。ただし、変化の向きが反対なので、起電力の符号も反対である。

例題 1(3) 電流が一定なら $\Delta I = 0\,\mathrm{A}$ であるから、

$$\varepsilon = 0\,\mathrm{V}$$

となる。

ただし、電流 $2.0\,\mathrm{A}$ は流れ続けているため、その電流による磁場は存在する。磁束が存在することと、磁束が変化して誘導起電力が生じることは別である。

例題 2

自己インダクタンス $L = 0.20\,\mathrm{H}$、巻数 $N = 100$ のコイルがある。正方向に $3.0\,\mathrm{A}$ の電流を流している。

コイルの形状と磁性条件は一定で、各巻きを貫く自己磁束は等しく、外部から加わる磁束は考えなくてよいとする。正法線は正電流がつくる磁場の向きに取る。

例題 2(1) このコイルの自己磁束による鎖交磁束 $N\Phi$ を求めよ。

例題 2(2) 1 巻きを貫く自己磁束 Φ を求めよ。

例題 2(3) 自己誘導起電力の公式に、巻数 100 をさらに掛ける必要があるか。理由とともに答えよ。

解答・解説

例題 2(1) 自己インダクタンスの関係 $N\Phi = LI$ を使う。

$$\begin{aligned} N\Phi &= (0.20\,\mathrm{H})(3.0\,\mathrm{A}) \\ &= 0.60\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

したがって、**鎖交磁束は** $+0.60\,\mathrm{Wb}$ **である**。

例題 2(2) 各巻きに同じ自己磁束が通るので、鎖交磁束を巻数で割る。

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{N\Phi}{N} \\ &= \frac{0.60\,\mathrm{Wb}}{100} \\ &= 0.0060\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

したがって、**1 巻きの自己磁束は** $+0.0060\,\mathrm{Wb}$ **である**。

例題 2(3) 巻数をさらに掛ける必要はない。

L は 1 巻きの磁束だけではなく、巻数を含む鎖交磁束と電流の関係を表す。よって、$\varepsilon = -L\Delta\frac{I}{\Delta}t$ はすでにコイル全体の自己誘導起電力を表している。

ここに再び N を掛けると、巻数の効果を二重に数えてしまう。

3. 電流–時間グラフから誘導起電力を読む

電流が時間とともに変化する様子は、横軸に時刻 t、縦軸に電流 I を取ったグラフで表せる。

直線で表された区間では、グラフの傾きが $\Delta\frac{I}{\Delta}t$ に等しい。したがって、L が一定なら、傾きからその区間の自己誘導起電力を求められる。

同じ横幅で比較すると、右上がりは正の変化率、水平は変化率 0、右下がりは負の変化率である。傾きの絶対値が大きいほど、自己誘導起電力の大きさも大きい。

©ミライコーチング

例題 3

自己インダクタンス $L = 0.20\,\mathrm{H}$ のコイルについて、電流の時間変化が次のグラフで与えられている。

横方向の各間隔は $1.0\,\mathrm{s}$ であり、点と点の間では電流が一定の割合で直線的に変化する。横軸の左端ではなく、「0 s」と記した点が時刻 $0\,\mathrm{s}$ に対応し、縦方向の数値は電流 I をアンペアで表す。L は全区間で一定とし、折れ曲がる時刻ちょうどの起電力は考えない。

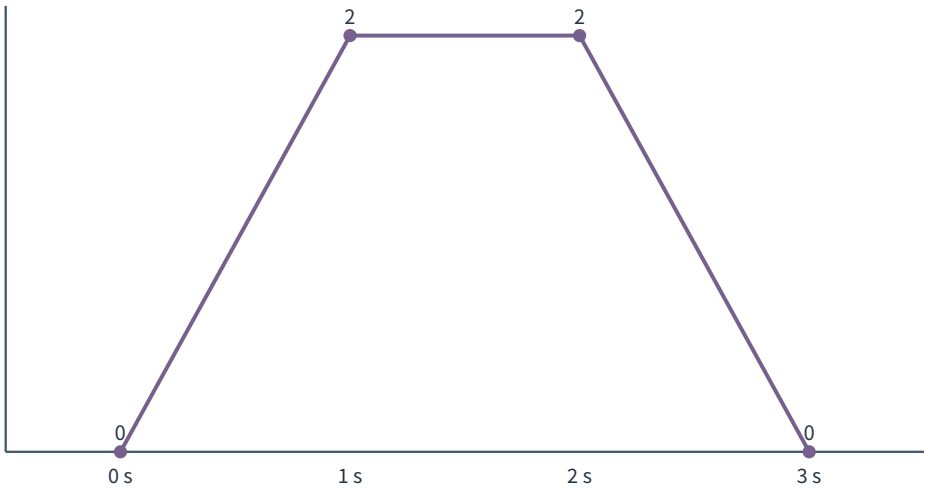

図 3　電流 I（A）の時間変化。等しい横幅は 1 s、各点間は直線。

例題 3(1) $0 < t < 1\,\mathrm{s}$、$1 < t < 2\,\mathrm{s}$、$2 < t < 3\,\mathrm{s}$ の各区間について、電流の変化率を求めよ。

例題 3(2) 各区間で生じる自己誘導起電力を、正方向を基準に符号付きで求めよ。

例題 3(3) 電流が $2.0\,\mathrm{A}$ 流れているのに、自己誘導起電力が $0\,\mathrm{V}$ となる区間を答え、その理由を説明せよ。

例題 3(4) $0\,\mathrm{s}$ から $3\,\mathrm{s}$ までの全区間で平均自己誘導起電力を求めよ。また、その値が途中のすべての時刻での起電力を表しているといえるか。

©ミライコーチング

解答・解説

例題 3(1) グラフの傾きを各区間について求める。

最初の区間では、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\Delta t} &= \frac{2.0\,\mathrm{A} - 0\,\mathrm{A}}{1.0\,\mathrm{s}} \\ &= +2.0\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

となる。次の区間は電流が一定なので $0\,\mathrm{A/s}$、最後の区間は、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\Delta t} &= \frac{0\,\mathrm{A} - 2.0\,\mathrm{A}}{1.0\,\mathrm{s}} \\ &= -2.0\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

となる。

したがって、**各区間の変化率は順に** $+2.0\,\mathrm{A/s}$**、**$0\,\mathrm{A/s}$**、**$-2.0\,\mathrm{A/s}$ **である**。

例題 3(2) それぞれの変化率に $-L$ を掛ける。

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -(0.20\,\mathrm{H})(+2.0\,\mathrm{A/s}) \\ &= -0.40\,\mathrm{V} \\ \varepsilon_2 &= -(0.20\,\mathrm{H})(0\,\mathrm{A/s}) \\ &= 0\,\mathrm{V} \\ \varepsilon_3 &= -(0.20\,\mathrm{H})(-2.0\,\mathrm{A/s}) \\ &= +0.40\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

よって、**各区間の自己誘導起電力は順に** $-0.40\,\mathrm{V}$**、**$0\,\mathrm{V}$**、**$+0.40\,\mathrm{V}$ **である**。

各区間で電流が直線的に変化し、L が一定なので、これらの起電力はそれぞれの開区間内で一定である。

例題 3(3) $1 < t < 2\,\mathrm{s}$ の区間である。

この区間では電流が $2.0\,\mathrm{A}$ のまま一定であり、グラフの傾きが 0 である。磁場や磁束は存在していても、変化しないため、自己誘導起電力は生じない。

例題 3(4) 全区間の始めと終わりの電流は、どちらも $0\,\mathrm{A}$ である。

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{平均}} &= -(0.20\,\mathrm{H})\frac{0\,\mathrm{A} - 0\,\mathrm{A}}{3.0\,\mathrm{s}} \\ &= 0\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

したがって、**全区間の平均自己誘導起電力は** $0\,\mathrm{V}$ **である**。

しかし、最初と最後の区間にはそれぞれ $-0.40\,\mathrm{V}$、$+0.40\,\mathrm{V}$ の起電力が生じていた。全区間の平均が 0 であっても、途中の起電力が常に 0 だったわけではない。

4. コイルに蓄えられる磁気エネルギー

電流を増やすにはエネルギーが必要である

電源からコイルへ電流を流し、その電流を増加させる場面を考える。自己誘導起電力は電流の増加を妨げるように働くため、電源はその働きに逆らいながら電流を増やす必要がある。

理想的なコイルでは、電流を増やすために電源が行った仕事に対応するエネルギーが、コイルのつくる磁場に蓄えられる。この蓄積されたエネルギーを**磁気エネルギー**という。

自己インダクタンス L が一定のコイルに電流 I が流れているとき、蓄えられる磁気エネルギー U は、

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

である。U の単位はジュール（J）であり、L をヘンリー、I をアンペアで表せば、エネルギーはジュールで求められる。

この式で特に重要なのは、電流が 2 乗されていることである。同じコイルで電流の大きさを 2 倍にすると、磁気エネルギーは 4 倍になる。

また、電流が負方向に流れていても I^2 は正であり、磁気エネルギーは負にならない。

蓄積したエネルギーはどうなるのか

電流が増加すると、コイルの磁場が強まり、磁気エネルギーが増加する。抵抗を含む回路では電源の仕事の一部がジュール熱になる場合もあるが、磁場に蓄積されるエネルギーと熱として失われるエネルギーは区別する必要がある。

電流が減少すると、磁場も弱まり、磁気エネルギーが減少する。このとき自己誘導起電力は電流を保とうとする向きに働き、磁場に蓄えられていたエネルギーを外部回路へ渡すことができる。

エネルギーの流れを言葉で表すと、次のようになる。

- 電流増加時：電源が仕事をする → コイルの磁場にエネルギーが蓄えられる。
- 電流減少時：コイルの磁場に蓄えられたエネルギーが減少する → 外部回路へエネルギーが渡される。

理想コイル自体には抵抗損失がないと考えるため、磁気エネルギーの蓄積をコイル自身の発熱と同一視しない。

なお、実際のコイルには導線の抵抗などがあり、発熱が生じる場合もある。電流が減少したときに放出されたエネルギーがどこへ移るかは、接続した外部回路の条件によって決まる。

©ミライコーチング

例題 4

自己インダクタンス $L = 0.50\,\mathrm{H}$ の同じコイルを用い、形状や磁性条件は変化しないものとする。

例題 4(1) 電流が $2.0\,\mathrm{A}$ のとき、蓄えられる磁気エネルギーを求めよ。

例題 4(2) 電流を $4.0\,\mathrm{A}$ にすると、磁気エネルギーはいくらになるか。また、元の状態の何倍になるか。

例題 4(3) 電流を $2.0\,\mathrm{A}$ から $4.0\,\mathrm{A}$ に増加させるとき、磁気エネルギーの増加量を求めよ。その増加分はどこから供給されるか。

例題 4(4) 電流を $4.0\,\mathrm{A}$ から $2.0\,\mathrm{A}$ に減少させるとき、磁気エネルギーはどれだけ減少するか。また、電流を $-4.0\,\mathrm{A}$ とした状態の磁気エネルギーはいくらか。

解答・解説

例題 4(1) 磁気エネルギーの公式に代入する。

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}LI^2 \\ &= \frac{1}{2}(0.50\,\mathrm{H})(2.0\,\mathrm{A})^2 \\ &= 1.0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

したがって、**磁気エネルギーは** $1.0\,\mathrm{J}$ **である**。

例題 4(2) 電流を $4.0\,\mathrm{A}$ にすると、

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}(0.50\,\mathrm{H})(4.0\,\mathrm{A})^2 \\ &= 4.0\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

元の状態では $1.0\,\mathrm{J}$ だったため、**磁気エネルギーは** $4.0\,\mathrm{J}$**、元の 4 倍である**。

次の棒グラフは、同じコイルの 2 つの電流状態を比較したものである。横軸は異なる状態の電流、縦方向の棒の高さは磁気エネルギーを表している。

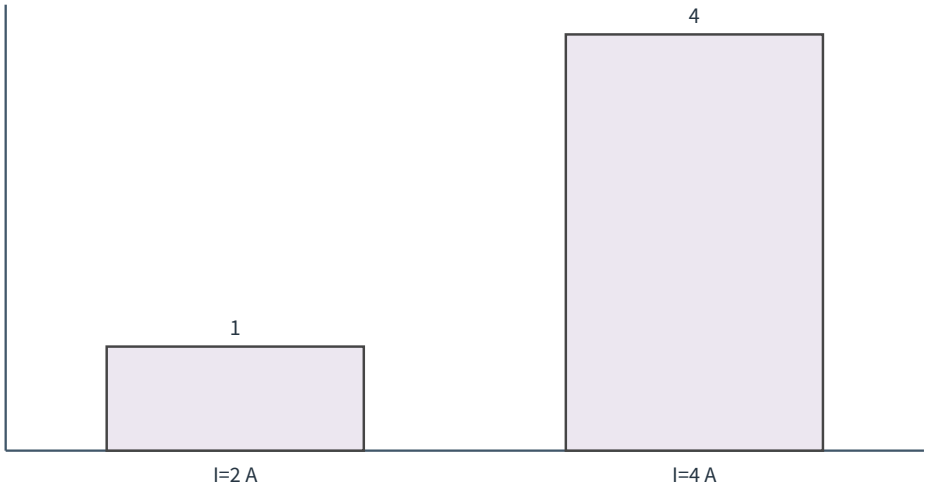

図 4　同じコイル L=0.50 H の蓄積エネルギー U（J）。電流 2 倍で 4 倍。

棒の高さは電流ではなく、エネルギーである。電流が 2 倍になっても、エネルギーは 2 倍ではなく 4 倍になることを読み取れる。

例題 4(3) 増加した磁気エネルギーは、後の状態から前の状態を引けば求められる。

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_{\text{後}} - U_{\text{前}} \\ &= 4.0\,\text{J} - 1.0\,\text{J} \\ &= +3.0\,\text{J}\end{aligned}$$

したがって、**磁気エネルギーは 3.0 J 増加する**。

電流を増やす際、電源は自己誘導の働きに逆らってエネルギーを供給する。そのエネルギーのうち 3.0 J がコイルの磁場に新たに蓄えられる。回路に抵抗がある場合には、その発熱分も別に考える必要がある。

例題 4(4) 電流を 4.0 A から 2.0 A に減少させると、

$$\begin{aligned}\Delta U &= 1.0\,\text{J} - 4.0\,\text{J} \\ &= -3.0\,\text{J}\end{aligned}$$

となる。したがって、**磁気エネルギーは 3.0 J 減少する**。

理想的なコイルでは、この減少分が外部回路に受け渡されるエネルギーとなる。外部に抵抗が接続されていれば、その抵抗で熱になる場合もあるが、これはコイルが磁場に蓄えていたエネルギーそのものとは区別する。

また、電流が $-4.0\,\text{A}$ のときには、

$$\begin{aligned}U &= \frac{1}{2}(0.50\,\text{H})(-4.0\,\text{A})^2 \\ &= 4.0\,\text{J}\end{aligned}$$

である。**電流の向きが反対でも、電流の大きさが等しければ磁気エネルギーは等しい**。

5. 相互誘導を式で表す

相互インダクタンスの意味

2 つのコイルを固定し、一次コイルに流れる電流を I_1、一次コイルの電流がつくって二次コイルを貫く 1 巻きあたりの磁束を Φ_{21} とする。

二次コイルの巻数を N_2 とすれば、各巻きが同じ磁束を受ける場合、一次電流による二次側の鎖交磁束は $N_2\Phi_{21}$ である。

コイルの位置関係や磁性材料の状態が一定で、磁束と一次電流が比例する範囲では、

$$N_2\Phi_{21} = MI_1$$

と表せる。この比例係数 M を**相互インダクタンス**という。

相互インダクタンス

相互インダクタンス M は、一方のコイルの電流が、別のコイルにつくる鎖交磁束との比例関係を表す量である。

$$M = \frac{N_2\Phi_{21}}{I_1}$$

単位は自己インダクタンスと同じヘンリー（H）である。

一次と二次の配置、磁性条件、正方向を固定し、比例関係が成り立つ範囲で M を一定として扱う。

ここでは、一次の正電流が二次の正法線方向に磁束をつくるように基準を選ぶ。この条件では M を正の値として扱える。

ただし、相互インダクタンスの符号は正方向や巻線の取り方に依存する。巻線の接続方向や正法線が与えられていない図について、無条件に $M > 0$ と決めることはできない。

相互誘導起電力の公式

一次電流が変化すると、二次コイルを貫く一次由来の鎖交磁束が変化する。二次コイルの誘導起電力の区間平均は、ファラデーの法則により、

$$\varepsilon_2 = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

となる。

ε_2 は二次コイルの正周回方向を正とした誘導起電力、ΔI_1 は一次コイルの電流の変化量である。

自己誘導との違いは、**起電力を求める式に入れる電流が、起電力の生じるコイル自身のものか、別のコイルのものか**である。

比較	自己誘導	相互誘導
原因となる電流	自分の電流 I	一次コイルの電流 I_1
変化する鎖交磁束	自分の電流による磁束	一次電流が二次につくる磁束
起電力が生じる場所	自分のコイル	二次コイル
一定係数	L	M
起電力の式	$\varepsilon = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$	$\varepsilon_2 = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$

この比較では、いずれも係数が一定で、正方向が整合する条件を用いている。電流が時間に比例して変化する場合には、これらの式で区間内の一定の誘導起電力を求められる。

二次コイルが開いている場合と閉じている場合

二次コイルが途中で切れている開回路であっても、磁束が変化すれば誘導起電力は生じる。しかし、電荷が回路を一周できないため、持続的な電流は流れない。

一方、二次コイルが抵抗などを通して閉じている場合には、誘導起電力によって電流が流れることがある。二次側に他の電源がなく、二次コイル自身の自己誘導を無視でき、抵抗が R で表される条件なら、

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R}$$

と求められる。

この I_2 は二次コイルに定めた正周回方向を正とする符号付きの電流である。負なら正周回と逆向きに流れる。

実際の二次コイルにも自己誘導が存在するため、この式を変化中の回路へ無条件に適用してはいけない。ここでは、二次自己誘導の影響が無視できると指定された場合だけ使用する。

例題 5

先ほどの軸断面図と同じように、一次コイルと二次コイルを同じ軸上に固定する。一次コイルの正電流がつくる磁場は右向きであり、二次コイルの正法線も右向きとする。

二次コイルを右端から左向きに見たとき、正周回は反時計回りである。一次の正電流が二次の正法線方向へ磁束をつくるように基準を定め、相互インダクタンスを $M = +0.040\,\mathrm{H}$ とする。

一次電流 I_1 を $0\,\mathrm{A}$ から $3.0\,\mathrm{A}$ まで $0.20\,\mathrm{s}$ で時間に比例して増加させる。コイルの配置と磁性条件は一定であり、M も一定とする。

例題 5(1) この間に二次コイルを貫く、一次電流に由来する鎖交磁束はどれだけ変化するか。

例題 5(2) 二次コイルに生じる誘導起電力の大きさと符号を求めよ。また、右端から見た起電力の向きを答えよ。

例題 5(3) 二次コイルが開回路の場合、誘導起電力と持続的な電流についてそれぞれ説明せよ。

例題 5(4) 同じ一次電流の増加区間で、二次コイルを抵抗 $R = 3.0\,\Omega$ につないで閉回路とする。二次側に他の電源はなく、二次コイル自身の自己誘導の影響は無視できるものとする。二次電流 I_2 を符号付きで求め、右端から見た向きを答えよ。

例題 5(5) 二次コイルを再び開回路にする。一次電流を $+3.0\,\mathrm{A}$ で一定に保つ区間と、その後 $3.0\,\mathrm{A}$ から $0\,\mathrm{A}$ まで $0.20\,\mathrm{s}$ で時間に比例して減少させる区間について、それぞれ二次の誘導起電力を求めよ。

解答・解説

例題 5(1) 二次の鎖交磁束は $N_2\Phi_{21} = MI_1$ であるから、その変化量は、

$$\begin{aligned}\Delta(N_2\Phi_{21}) &= M\Delta I_1 \\ &= (+0.040\,\mathrm{H})(3.0\,\mathrm{A} - 0\,\mathrm{A}) \\ &= +0.12\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

となる。

したがって、**二次コイルを貫く一次由来の鎖交磁束は $+0.12\,\mathrm{Wb}$ 変化する。** 正号は、あらかじめ決めた二次の正法線方向への磁束が増加することを示す。

例題 5(2) 一次電流の変化率を求める。

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I_1}{\Delta t} &= \frac{3.0\,\mathrm{A} - 0\,\mathrm{A}}{0.20\,\mathrm{s}} \\ &= +15\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

相互誘導起電力は、

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \\ &= -(+0.040\,\mathrm{H})(+15\,\mathrm{A/s}) \\ &= -0.60\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

したがって、**二次の誘導起電力は** $-0.60\,\mathrm{V}$**、大きさは** $0.60\,\mathrm{V}$ **である。**

正周回を右端から見て反時計回りと定めたので、負の起電力は時計回りを意味する。

次の図では、二次コイルを右端側から見て、正周回と誘導起電力の向きを比較している。

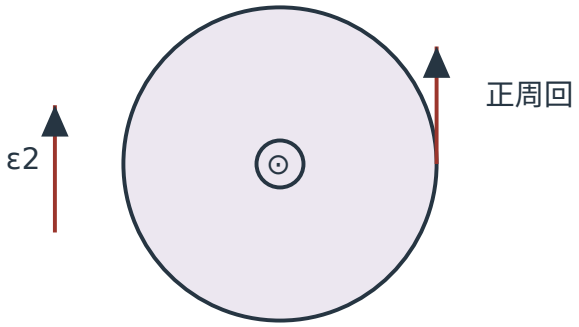

図 5　二次を右端側から見る正方向の基準。I1 増加時の ε2 は時計回り。

中央の「⊙」は、一次コイルがつくる磁束が観察者の手前を向いていることを表す。大円は二次巻線の正方向を指定するための模式図であり、二次回路が閉じていることを意味しない。 左の ε_2 の矢印は、円周の左側の接線方向を外側へずらした表示であり、上向きの矢印は時計回りに対応する。

一次の正電流が増加すると、手前向きの磁束が増加する。その増加を妨げる起電力の向きが時計回りであり、これが負号の意味である。

例題 5(3) 二次コイルには $-0.60\,\mathrm{V}$ の誘導起電力が生じるが、開回路なので持続的な二次電流は流れない。

開回路でも誘導起電力は存在する。回路が閉じていないことは、磁束変化による起電力が存在しないことを意味しない。

例題 5(4) 二次自己誘導を無視でき、他の電源もないという条件があるので、オームの法則を用いる。

$$
\begin{aligned}
I_2 &= \frac{\varepsilon_2}{R} \\
&= \frac{-0.60\,\mathrm{V}}{3.0\,\Omega} \\
&= -0.20\,\mathrm{A}
\end{aligned}
$$

したがって、**二次電流は** $-0.20\,\mathrm{A}$ **であり、右端から見ると時計回りに流れる。**

この電流がつくる磁場は、一次電流による手前向きの磁束の増加を妨げるように、奥向きとなる。

例題 5(5) 一次電流が $+3.0\,\mathrm{A}$ で一定の区間では、

$$\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = 0\,\mathrm{A/s}$$

である。したがって、

$$\varepsilon_2 = 0\,\mathrm{V}$$

となる。一次電流による磁束は存在するが、変化していないため、二次には誘導起電力が生じない。

一方、一次電流が減少する区間では、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I_1}{\Delta t} &= \frac{0\,\mathrm{A} - 3.0\,\mathrm{A}}{0.20\,\mathrm{s}} \\ &= -15\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= -(+0.040\,\mathrm{H})(-15\,\mathrm{A/s}) \\ &= +0.60\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

である。

答えは、一定区間では $0\,\mathrm{V}$、減少区間では $+0.60\,\mathrm{V}$ である。

減少区間では、右端から見て反時計回りの起電力が生じる。これは、減少する手前向きの磁束を保とうとする向きである。

6. 誘導起電力を判断するときの考え方

自己誘導と相互誘導は式の形がよく似ている。しかし、同じ式として暗記するだけでは、どの電流の変化を調べればよいか分からなくなる。

判断するときは、まず「どのコイルの電流が変化しているか」を確認する。次に、その電流がつくる磁束が、どのコイルを貫いているかを考える。

磁束を受けるコイルが電流を変化させたコイル自身なら自己誘導、別のコイルなら相互誘導である。

そのうえで、正方向と時間区間を固定し、電流の変化率を求める。電流が増加しているのか減少しているのかを判断すれば、起電力の符号を決められる。

最後に、その問題が起電力を求める問題なのか、実際の電流を求める問題なのかを区別する。特に二次コイルが開回路の場合、起電力が生じても持続的な電流が流れるとは限らない。

コイルの電流を急に変える場合

自己誘導は電流の変化を妨げるため、コイルの電流を非常に短い時間で変化させようとすると、大きな誘導起電力が生じる場合がある。

ただし、Δt を数学的に 0 へ近づけるだけで、実際の開閉操作に無限大の電圧が生じると断定してはいけない。実際の電圧や放電の有無は、回路の接続状態や周囲の条件にも依存する。

演習問題

演習 1

自己インダクタンス $L = 0.15\,\mathrm{H}$ のコイルがある。正電流と正周回の向きを一致させ、L は一定とする。

まず正方向の電流を $1.0\,\mathrm{A}$ から $3.0\,\mathrm{A}$ まで $0.20\,\mathrm{s}$ で変化させ、続いて $3.0\,\mathrm{A}$ から $1.0\,\mathrm{A}$ まで $0.20\,\mathrm{s}$ で変化させる。

演習 1(1) 最初の区間の平均自己誘導起電力を符号付きで求め、その起電力が何を妨げようとするか説明せよ。

演習 1(2) 次の区間の平均自己誘導起電力を符号付きで求め、(1)との違いを説明せよ。

演習 1(3) その後、電流を $+1.0\,\mathrm{A}$ のまま一定に保つ。このときの自己誘導起電力を求め、磁場が存在するか答えよ。

演習 1(4) 「自己誘導起電力は常に現在流れている電流と逆向きである」という説明は正しいか。理由とともに答えよ。

対応解説：巻末「演習 1 の解答・解説」を参照。

演習 2

巻数 $N = 50$、自己インダクタンス $L = 0.30\,\mathrm{H}$ のコイルがある。正方向に対して $I = -2.0\,\mathrm{A}$ の電流が流れている。

各巻きを貫く自己磁束は等しく、外部磁束は考えなくてよいとする。コイルの形状と磁性条件は一定で、正法線は正電流がつくる磁場の向きに取る。

演習 2(1) このコイルの自己磁束による鎖交磁束 $N\Phi$ を符号付きで求めよ。

演習 2(2) 1 巻きを貫く自己磁束 Φ を符号付きで求めよ。

演習 2(3) この電流でコイルに蓄えられる磁気エネルギーを求めよ。

演習 2(4) このコイルの自己誘導起電力を計算するとき、$\varepsilon = -L\Delta\frac{I}{\Delta}t$ に巻数 50 をさらに掛ける必要があるか。理由を答えよ。

対応解説：巻末「演習 2 の解答・解説」を参照。

演習 3

自己インダクタンス $L = 0.10\,\mathrm{H}$ のコイルについて、電流の変化を次の表に示す。

各時刻の間では電流が一定の割合で直線的に変化し、L は一定とする。折れ曲がる時刻ちょうどの誘導起電力は考えない。

時刻 t（s）	0	2	4	6
電流 I（A）	+1.0	+4.0	+4.0	-2.0

演習 3(1) $0 < t < 2\,\mathrm{s}$、$2 < t < 4\,\mathrm{s}$、$4 < t < 6\,\mathrm{s}$ の各区間で、電流の変化率を符号付きで求めよ。

演習 3(2) 各区間の自己誘導起電力を符号付きで求めよ。

演習 3(3) 電流の大きさが $0\,\mathrm{A}$ ではないのに、誘導起電力が $0\,\mathrm{V}$ となる区間を答え、その理由を説明せよ。

演習 3(4) $0\,\mathrm{s}$ から $6\,\mathrm{s}$ までの全区間の平均自己誘導起電力を求めよ。この値と各区間の起電力の違いを説明せよ。

対応解説：巻末「演習 3 の解答・解説」を参照。

演習 4

自己インダクタンス $L = 0.80\,\mathrm{H}$ の理想コイルを考える。L は一定で、コイル自身の抵抗による発熱は無視できる。

初めに正方向の電流が $1.0\,\mathrm{A}$ 流れており、その後 $3.0\,\mathrm{A}$ に増加する。

演習 4(1) 初めの状態と、電流を $3.0\,\mathrm{A}$ にした状態について、それぞれ磁気エネルギーを求めよ。

演習 4(2) 電流を $1.0\,\mathrm{A}$ から $3.0\,\mathrm{A}$ に増やす間、磁気エネルギーは何 J 増加するか。また、その増加分はどこから供給されるか。

演習 4(3) 電流が $3.0\,\mathrm{A}$ の状態から $0\,\mathrm{A}$ へ減少すると、磁気エネルギーは何 J 減少するか。また、そのエネルギーが外部回路へ渡されることと、コイル自身の発熱が同じ意味ではない理由を説明せよ。

演習 4(4) 電流を $-3.0\,\mathrm{A}$ としたときの磁気エネルギーを求め、$+3.0\,\mathrm{A}$ のときと比較せよ。

対応解説：巻末「演習 4 の解答・解説」を参照。

©ミライコーチング

演習 5

同じ軸上に固定した 2 つのコイルがある。一次コイルの正電流が、二次コイルの正法線方向に磁束をつくるように基準を取る。

二次コイルを右端から左向きに見たとき、正周回は反時計回り、正法線は手前向きである。相互インダクタンスは $M = +0.060\,\mathrm{H}$ で、配置と磁性条件は一定とする。

一次電流を 0 A から 2.0 A まで 0.30 s で時間に比例して増加させる。

演習 5(1) 二次コイルの一次由来の鎖交磁束の変化量を求めよ。

演習 5(2) 二次コイルに生じる誘導起電力を符号付きで求め、右端から見た起電力の向きを答えよ。

演習 5(3) 二次コイルが開回路の場合、誘導起電力が生じるか。また、持続的な二次電流が流れるか。区別して答えよ。

演習 5(4) 同じ一次電流の増加区間で、二次コイルを抵抗 $R = 5.0\,\Omega$ につないで閉回路とする。二次側に他の電源はなく、二次コイル自身の自己誘導の影響を無視できるものとする。二次電流を符号付きで求め、その電流の向きと、二次電流がつくる磁場の向きを答えよ。

対応解説：巻末「演習 5 の解答・解説」を参照。

演習 6

固定した一次・二次コイルの組を考える。一次コイルの正電流が二次の正法線方向へ磁束をつくるように正方向を定め、相互インダクタンスを $M = +0.025\,\mathrm{H}$ とする。

コイルの位置関係と磁性条件は一定で、一次電流による二次鎖交磁束は $N_2\Phi_{21} = MI_1$ を満たす。二次コイルは全区間で開回路である。

初めに一次電流を $+4.0$ A のまま一定に保ち、その後 4.0 A から 0 A まで 0.50 s で時間に比例して減少させる。

演習 6(1) 一次電流が一定の区間について、二次コイルの一次由来の鎖交磁束と誘導起電力を求めよ。

演習 6(2) 一次電流が減少する区間について、二次の誘導起電力を符号付きで求めよ。また、磁束の変化と起電力の向きの関係を説明せよ。

演習 6(3) 二次コイルの正周回を観察者から見た時計回り・反時計回りのどちらにするかが与えられていないとする。このとき、(2)の正の起電力が観察者から見て時計回りか反時計回りかを断定できるか。理由を答えよ。

演習 6(4) 次の 2 つの現象を自己誘導と相互誘導に分類し、根拠を説明せよ。

- A：あるコイル自身の電流を増加させたとき、そのコイル自身に誘導起電力が生じた。
- B：一次コイルの電流を増加させたとき、導線で直接つながっていない二次コイルに誘導起電力が生じた。

対応解説：巻末「演習 6 の解答・解説」を参照。

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1) 電流の変化量は、

$$\Delta I = 3.0\,\mathrm{A} - 1.0\,\mathrm{A} = +2.0\,\mathrm{A}$$

である。経過時間は $0.20\,\mathrm{s}$ なので、

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \\ &= -(0.15\,\mathrm{H})\frac{+2.0\,\mathrm{A}}{0.20\,\mathrm{s}} \\ &= -1.5\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

となる。

答えは $-1.5\,\mathrm{V}$ である。 正方向の電流が増加しているため、誘導起電力はその増加を妨げる負方向に生じる。

演習 1(2) 次の区間では、

$$\Delta I = 1.0\,\mathrm{A} - 3.0\,\mathrm{A} = -2.0\,\mathrm{A}$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -(0.15\,\mathrm{H})\frac{-2.0\,\mathrm{A}}{0.20\,\mathrm{s}} \\ &= +1.5\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

である。

答えは $+1.5\,\mathrm{V}$ である。 正方向の電流が減少しているため、誘導起電力は元の電流を保とうとする正方向に生じる。

(1)と(2)では電流の変化率の大きさが等しいので、起電力の大きさも等しい。しかし、電流の増減が逆であるため、符号は反対になる。

演習 1(3) 電流を $+1.0\,\mathrm{A}$ で一定に保つので、$\Delta I = 0\,\mathrm{A}$ である。

$$\varepsilon = 0\,\mathrm{V}$$

したがって、**自己誘導起電力は $0\,\mathrm{V}$ である。**

ただし、電流は流れているため、その電流がつくる磁場は存在する。電流が一定で磁束も一定なら、誘導起電力が 0 になるだけである。

演習 1(4) 説明は正しくない。

自己誘導起電力が妨げるのは電流そのものではなく、電流の変化である。正電流が増加するときには負方向に、正電流が減少するときには正方向に起電力が生じる。

したがって、**自己誘導起電力は常に電流と逆向きではなく、電流の変化を妨げる向きに生じる**と説明するのが正しい。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1) 自己磁束による鎖交磁束は $N\Phi = LI$ で求められる。

$$\begin{aligned} N\Phi &= (0.30\,\mathrm{H})(-2.0\,\mathrm{A}) \\ &= -0.60\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

したがって、**鎖交磁束は** $-0.60\,\mathrm{Wb}$ **である**。

負号は、自己磁束が定めた正法線と反対向きであることを示す。

演習 2(2) 各巻きに同じ磁束が通るため、

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{N\Phi}{N} \\ &= \frac{-0.60\,\mathrm{Wb}}{50} \\ &= -0.012\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

となる。

したがって、**1 巻きを貫く自己磁束は** $-0.012\,\mathrm{Wb}$ **である**。

鎖交磁束と 1 巻きの磁束は異なる量なので、巻数で割る必要がある。

演習 2(3) 磁気エネルギーを求める。

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}LI^2 \\ &= \frac{1}{2}(0.30\,\mathrm{H})(-2.0\,\mathrm{A})^2 \\ &= 0.60\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

したがって、**磁気エネルギーは** $0.60\,\mathrm{J}$ **である**。

電流と鎖交磁束は負でも、エネルギーは電流の 2 乗に比例するため非負となる。

演習 2(4) 巻数 50 をさらに掛ける必要はない。

L は $N\Phi = LI$ により定められ、鎖交磁束に含まれる巻数の効果がすでに反映されている。

そのため、$\varepsilon = -L\Delta\frac{I}{\Delta}t$ に巻数を掛けると、巻数の効果を二重に数えてしまう。

演習 3 の解答・解説

演習 3(1) それぞれの区間の電流の変化率を求める。

最初の区間では、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\Delta t} &= \frac{4.0\,\mathrm{A} - 1.0\,\mathrm{A}}{2.0\,\mathrm{s}} \\ &= +1.5\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

である。次の区間では電流が変化しないため、変化率は $0\,\mathrm{A/s}$ となる。

最後の区間では、

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\Delta t} &= \frac{-2.0\,\mathrm{A} - 4.0\,\mathrm{A}}{2.0\,\mathrm{s}} \\ &= -3.0\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

となる。

答えは順に $+1.5\,\mathrm{A/s}$、$0\,\mathrm{A/s}$、$-3.0\,\mathrm{A/s}$ **である。**

演習 3(2) 自己誘導起電力を $\varepsilon = -L\Delta\frac{I}{\Delta}t$ で計算する。

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -(0.10\,\mathrm{H})(+1.5\,\mathrm{A/s}) \\ &= -0.15\,\mathrm{V} \\ \varepsilon_2 &= -(0.10\,\mathrm{H})(0\,\mathrm{A/s}) \\ &= 0\,\mathrm{V} \\ \varepsilon_3 &= -(0.10\,\mathrm{H})(-3.0\,\mathrm{A/s}) \\ &= +0.30\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

したがって、**各区間の起電力は順に** $-0.15\,\mathrm{V}$、$0\,\mathrm{V}$、$+0.30\,\mathrm{V}$ **である。**

最初は正方向の電流が増加しているので負の起電力、最後は符号付きの電流が減少しているので正の起電力となる。

各区間では電流が直線的に変化するため、折れ曲がる時刻を除き、それぞれの起電力は一定である。

演習 3(3) $2 < t < 4\,\mathrm{s}$ の区間である。

この区間では電流が $+4.0\,\mathrm{A}$ のまま一定であるため、磁束は存在していても変化しない。

したがって、**自己誘導起電力は** $0\,\mathrm{V}$ **となる。**

演習 3(4) 全区間の最初の電流は $+1.0\,\mathrm{A}$、最後の電流は $-2.0\,\mathrm{A}$ である。

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{平均}} &= -(0.10\,\mathrm{H})\frac{-2.0\,\mathrm{A} - 1.0\,\mathrm{A}}{6.0\,\mathrm{s}} \\ &= -(0.10\,\mathrm{H})(-0.50\,\mathrm{A/s}) \\ &= +0.050\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

したがって、**全区間の平均自己誘導起電力は** $+0.050\,\mathrm{V}$ **である。**

しかし、実際には各区間で $-0.15\,\mathrm{V}$、$0\,\mathrm{V}$、$+0.30\,\mathrm{V}$ と異なる値を取る。

全区間の平均変化率から求めた起電力は、途中の各区間で起こった変化を一つに平均したものであり、すべての区間の起電力を代表する一定値ではない。

演習 4 の解答・解説

演習 4(1) 電流 $1.0\,\mathrm{A}$ の状態について、

$$\begin{aligned}U_1 &= \frac{1}{2}(0.80\,\mathrm{H})(1.0\,\mathrm{A})^2 \\ &= 0.40\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

電流 $3.0\,\mathrm{A}$ の状態では、

$$\begin{aligned}U_2 &= \frac{1}{2}(0.80\,\mathrm{H})(3.0\,\mathrm{A})^2 \\ &= 3.6\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

である。

したがって、**初めは** 0.40 J**、電流増加後は** 3.6 J **である。**

演習 4(2) 磁気エネルギーの増加量を求める。

$$\begin{aligned}\Delta U &= 3.6\,\mathrm{J} - 0.40\,\mathrm{J}\\ &= +3.2\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

したがって、**磁気エネルギーは** 3.2 J **増加する。**

電流を増やす際、電源は自己誘導の働きに逆らって仕事をする。このとき電源から供給されたエネルギーのうち、3.2 J がコイルの磁場に新たに蓄えられる。

回路に抵抗がある場合は、その抵抗で消費されるエネルギーも別に考える必要がある。

演習 4(3) 電流が 0 A になると、磁気エネルギーは、

$$U_3 = \frac{1}{2}(0.80\,\mathrm{H})(0\,\mathrm{A})^2 = 0\,\mathrm{J}$$

となる。

したがって、

$$\begin{aligned}\Delta U &= 0\,\mathrm{J} - 3.6\,\mathrm{J}\\ &= -3.6\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

であり、**磁気エネルギーは** 3.6 J **減少する。**

電流が減少すると、自己誘導起電力は元の電流を保とうとする。この働きによって、磁場に蓄えられたエネルギーを外部回路へ渡すことができる。

ここでは理想コイル自身の抵抗損失を無視しているため、コイル内部で 3.6 J の熱が発生するという意味ではない。外部回路へ渡されたエネルギーが、そこでどのように利用・消費されるかは外部回路の条件で決まる。

演習 4(4) 電流が $-3.0\,\mathrm{A}$ のとき、

$$\begin{aligned}U &= \frac{1}{2}(0.80\,\mathrm{H})(-3.0\,\mathrm{A})^2\\ &= 3.6\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

となる。

したがって、$-3.0\,\mathrm{A}$ **の場合も** 3.6 J **であり、**$+3.0\,\mathrm{A}$ **の場合と等しい。**

磁気エネルギーは I^2 に比例するので、電流の向きを反転させても、大きさが等しければエネルギーは変わらない。

演習 5 の解答・解説

演習 5(1) 二次コイルの一次由来の鎖交磁束の変化量を求める。

$$\begin{aligned}\Delta(N_2\Phi_{21}) &= M\Delta I_1\\ &= (+0.060\,\mathrm{H})(2.0\,\mathrm{A} - 0\,\mathrm{A})\\ &= +0.12\,\mathrm{Wb}\end{aligned}$$

したがって、**鎖交磁束の変化量は** $+0.12\,\mathrm{Wb}$ **である。**

正号は二次の正法線方向の磁束が増加したことを示す。

演習 5(2) まず、一次電流の変化率を求める。

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I_1}{\Delta t} &= \frac{2.0\,\mathrm{A} - 0\,\mathrm{A}}{0.30\,\mathrm{s}} \\ &= +\frac{20}{3}\,\mathrm{A/s}\end{aligned}$$

この変化率を相互誘導起電力の式に代入する。

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \\ &= -(+0.060\,\mathrm{H})\left(+\frac{20}{3}\,\mathrm{A/s}\right) \\ &= -0.40\,\mathrm{V}\end{aligned}$$

したがって、**誘導起電力は** $-0.40\,\mathrm{V}$ **である**。

二次の正周回は右端から見て反時計回りなので、負の起電力は時計回りである。

この向きは、一次電流がつくる手前向きの磁束の増加を妨げる向きに対応する。

演習 5(3) 二次には $-0.40\,\mathrm{V}$ の誘導起電力が生じる。

ただし、開回路では電荷が回路を一周できないため、持続的な二次電流は流れない。

したがって、**起電力は存在するが、持続的な電流は流れない**。

演習 5(4) この設問では二次自己誘導を無視でき、他の電源もないと指定されているため、オームの法則を使う。

$$\begin{aligned}I_2 &= \frac{\varepsilon_2}{R} \\ &= \frac{-0.40\,\mathrm{V}}{5.0\,\Omega} \\ &= -0.080\,\mathrm{A}\end{aligned}$$

したがって、**二次電流は** $-0.080\,\mathrm{A}$ **である**。

正周回は右端から見て反時計回りなので、負の電流は時計回りに流れる。

右端から見て時計回りの電流がつくる磁場は紙面の奥向きであり、一次電流によって増加する手前向きの磁束を妨げる。

演習 6 の解答・解説

演習 6(1) 一次電流が $+4.0\,\mathrm{A}$ で一定のとき、二次コイルの一次由来の鎖交磁束は、

$$\begin{aligned} N_2\Phi_{21} &= MI_1 \\ &= (+0.025\,\mathrm{H})(+4.0\,\mathrm{A}) \\ &= +0.100\,\mathrm{Wb} \end{aligned}$$

である。

しかし、一次電流は一定なので、一次電流による二次の鎖交磁束も変化しない。

$$\varepsilon_2 = 0\,\mathrm{V}$$

したがって、**鎖交磁束は** $+0.100\,\mathrm{Wb}$**、誘導起電力は** $0\,\mathrm{V}$ **である。**

磁束が存在することと、磁束が変化することを区別する必要がある。

演習 6(2) 一次電流の変化量は、

$$\Delta I_1 = 0\,\mathrm{A} - 4.0\,\mathrm{A} = -4.0\,\mathrm{A}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} &= \frac{-4.0\,\mathrm{A}}{0.50\,\mathrm{s}} \\ &= -8.0\,\mathrm{A/s} \end{aligned}$$

となる。

相互誘導起電力は、

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= -(+0.025\,\mathrm{H})(-8.0\,\mathrm{A/s}) \\ &= +0.20\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

である。

したがって、**誘導起電力は** $+0.20\,\mathrm{V}$ **である。**

一次電流が減少することで、二次の正法線方向を貫く磁束も減少する。そのため、二次には元の正方向の磁束を保とうとする正周回方向の起電力が生じる。

演習 6(3) 時計回りか反時計回りかは断定できない。

(2)で起電力が正であることは分かったが、それは「定めた二次の正周回方向」であることを表すにすぎない。

観察者がどちら側からコイルを見るか、二次巻線のどちらの向きを正周回とするかが示されていなければ、時計回り・反時計回りを一意に決められない。

演習 6(4) A は自己誘導、B は相互誘導である。

A では、電流を変化させたコイルと、誘導起電力が生じたコイルが同じである。自分の電流がつくる磁束の変化によって、自分自身に起電力が生じているため、自己誘導となる。

B では、一次コイルの電流変化が、別の二次コイルを貫く磁束を変化させている。その結果、二次コイルに起電力が生じるため、相互誘導となる。

このとき、一次と二次が導線で直接接続されている必要はない。磁束の変化を通じて別のコイルに起電力が生じることが、相互誘導の特徴である。

©ミライコーチング