第 053 講 分子運動と気体の圧力

この講でできるようになること

- 気体の粒子が壁に衝突する様子から、粒子と壁が受ける力積の向きと大きさを説明できる。
- 1 回の衝突による力積と、繰り返す衝突による平均力を区別し、気体の圧力を求められる。
- 分子の速度成分と速さの二乗平均を区別し、圧力と分子運動の関係を説明できる。
- 絶対温度と 1 粒子の平均並進運動エネルギーの関係を使い、温度や粒子の質量による違いを判断できる。
- 単原子理想気体の内部エネルギーを求め、1 粒子のエネルギー、気体全体の内部エネルギー、熱量を区別できる。

1. 気体の圧力はどこから生まれるのか

空気を入れた風船は、内側から押されることで膨らんだ状態を保つ。容器に入れた気体も、その壁を内側から押している。

しかし、気体は一つの大きな物体ではない。非常に多くの分子や原子などの粒子が、さまざまな方向へ運動している。

粒子は容器の壁に繰り返し衝突し、そのたびに壁へ力積を与える。多数の粒子による衝突の効果を、時間的・空間的に平均したものが、気体による壁への圧力につながる。

本講では、まず 1 粒子の衝突を調べ、そこから多数の粒子による圧力へ進む。

1.1 壁への衝突と運動量の変化

質量 m の粒子が、静止した壁に向かって運動しているとする。

壁に垂直な方向を x 軸とし、**壁へ向かう方向を正の $+x$ 方向**と定める。衝突前の壁に垂直な速度成分を $v_x > 0$ とする。

壁は固定されており、表面は滑らかで、粒子は弾性反射すると仮定する。

弾性反射とは、この場面では、衝突の前後で粒子の速さが変わらず、運動エネルギーが保存される反射である。

滑らかな壁では、壁に平行な速度成分は変わらない。一方、壁に垂直な速度成分は向きが反転する。

粒子の状態	壁に垂直な速度成分	壁に垂直な運動量成分
衝突前（入射）	$+v_x$	$+mv_x$
衝突後（反射）	$-v_x$	$-mv_x$

この表の正負は、最初に定めた $+x$ 方向を基準としている。

衝突前後の粒子の運動量変化は、衝突後から衝突前を引いて求める。

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= p_{x,\text{後}} - p_{x,\text{前}} \\ &= (-mv_x) - (+mv_x) \\ &= -2mv_x\end{aligned}$$

粒子は壁から $-x$ 方向の力積を受ける。このため、粒子の運動量は $-x$ 方向へ変化する。

一方、作用・反作用により、粒子は壁へ反対向きの力積を与える。

©ミライコーチング

したがって、壁が受ける力積は、

$$J_{\text{壁}} = +2mv_x$$

となる。

粒子と壁が受ける力積は、大きさが等しく向きが反対である。

衝突による力積

衝突前に壁へ向かう速度成分を $v_x > 0$ とし、固定された滑らかな壁で弾性反射するとき、

粒子の運動量変化は、

$$\Delta p_x = -2mv_x$$

壁が受ける力積は、

$$J_{\text{壁}} = +2mv_x$$

である。

ここで m は粒子の質量、v_x は衝突前の壁に垂直な速度成分である。力積の単位は N s であり、運動量の単位 kg m/s と等価である。

1.2 粒子の運動量が保存しない理由

運動量が保存するかどうかを判断するときは、**どこまでを一つの系として考えるか**が重要である。

ここでは、壁を含めず、衝突する粒子 1 個だけを系とする。

この粒子は衝突中に壁から外力を受ける。その外力による力積が 0 ではないため、粒子 1 個の運動量は保存しない。

一方、固定された滑らかな壁で弾性反射するという条件では、速さは変わらない。

衝突前後の運動エネルギーを比べると、

$$K_{\text{前}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_{\text{後}} = \frac{1}{2}mv^2$$

である。

ここで v は粒子の速さであり、壁に平行な速度成分も含めた速度の大きさである。

したがって、この反射では、**粒子 1 個の運動量は保存しないが、運動エネルギーは保存する**。

これは、運動量と運動エネルギーでは、保存を判断する条件が異なることを示している。

何が保存されるかは条件で判断する

系を粒子 1 個とすれば、壁から受ける力積は外力積である。

固定された滑らかな壁での弾性反射では、粒子の速度の向きは変わるが、速さと運動エネルギーは変わらない。

「弾性反射だから粒子 1 個の運動量も保存する」と考えてはいけない。

2. 1 回の力積から平均力へ

2.1 同じ壁に再び衝突するまでの時間

次に、粒子が壁に繰り返し衝突する場合を考える。

一辺の長さが L の立方体容器を用意する。粒子は壁の間を自由に移動し、固定された滑らかな壁で弾性反射するとする。

粒子の x 方向の速度成分の大きさを $|\,v_x\,|$ とする。ここでは $v_x \neq 0$ とし、壁の間を移動する間、この大きさは一定である。

ある壁で反射した粒子が、反対側の壁に衝突して戻り、**最初と同じ壁に次に衝突するまで**に進む x 方向の道のりは $2L$ である。

したがって、同じ壁への衝突の時間間隔 τ は、

$$\tau = \frac{2L}{|\,v_x\,|}$$

となる。

この τ は、同じ壁への衝突を繰り返す周期である。

1 回の衝突が続く短い時間そのものではない。

2.2 力積を時間平均の力へ変える

衝突する瞬間には壁に力が働き、衝突していない間には、その粒子からその壁への力は働かない。

長い時間で見た平均力を求めるには、1 回の力積を同じ壁への衝突周期で割る。

壁への力積の大きさは $2m\,|\,v_x\,|$ であるから、粒子 1 個がその壁に及ぼす平均力の大きさ $\overline{F}$ は、

$$\begin{aligned}\overline{F} &= \frac{2m\,|\,v_x\,|}{\tau} \\ &= 2m\,|\,v_x\,| \times \frac{|\,v_x\,|}{2L} \\ &= \frac{mv_x^2}{L}\end{aligned}$$

となる。

ここで v_x^2 は速度成分を二乗した量である。速度の向きによらず 0 以上となり、同じ壁への平均力も 0 以上となる。

この式は、衝突時に壁に働く瞬間的な力を表したものではない。**繰り返す衝突を平均した力**を表している。

2.3 平均力から圧力へ

圧力は、面に垂直に働く力を面積で割った量である。

$$p = \frac{F}{S}$$

ここで p は圧力、F は面に垂直に働く力の大きさ、S は面積である。圧力の単位は Pa であり、$1\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{N/m^2}$ である。

立方体の一面の面積は L^2、容積は $V = L^3$ である。

先ほどの 1 粒子がその壁の圧力に寄与する分を p_1 とすると、

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{\overline{F}}{L^2} \\ &= \frac{m\frac{v_x^2}{L}}{L^2} \\ &= \frac{mv_x^2}{L^3} \\ &= \frac{mv_x^2}{V} \end{aligned}$$

となる。

この式から、粒子の質量や壁に垂直な速度成分の二乗が大きいほど、圧力への寄与が大きくなることが分かる。

ただし、この関係は今考えている理想的な容器・衝突モデルに基づくものである。

2.4 多数の粒子による圧力

実際の気体には非常に多くの粒子が存在する。

同じ質量 m を持つ粒子が N 個あるとし、それぞれの壁に垂直な速度成分を $v_{x1}, v_{x2}, ..., v_{xN}$ とする。

全粒子による圧力は、それぞれの寄与を足し合わせて、

$$p = \frac{m}{V}(v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2)$$

となる。

ここで、x 方向の速度成分の二乗の平均を、

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2}{N}$$

と定義する。

すると、

$$p = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V}$$

と表せる。

一方向の速度成分と圧力

同質量の N 個の粒子からなる理想気体の運動を、立方体容器の壁との弾性衝突で考えると、

$$pV = Nm\overline{v_x^2}$$

となる。

$\overline{v_x^2}$ は、壁に垂直な速度成分をそれぞれ二乗してから平均した量である。

$\overline{v_x^2}$ がすでに与えられている場合は、さらに $\frac{1}{3}$ を掛けない。

3. 粒子の運動を三方向から考える

3.1 速度の二乗と三方向の関係

粒子は一般に、x、y、z の三方向へ運動する。

粒子の速度成分を v_x, v_y, v_z、速さを v とすると、

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

である。

この関係は、速度を三つの直交する方向に分けたときの三平方の関係から得られる。

多数の粒子について平均を取っても、

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

が成立する。

ここで、気体が熱平衡にあり、粒子の運動に特定の方向への偏りがない状態を考える。このような方向の対等性を**等方性**という。

等方的な平衡状態では、三方向の速度成分の二乗平均は等しい。

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

したがって、

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

より、

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

となる。

この関係を先ほどの圧力の式に代入すると、

$$\begin{aligned} pV &= Nm\overline{v_x^2} \\ &= \frac{1}{3}Nm\overline{v^2} \end{aligned}$$

を得る。

分子運動と気体の圧力

同じ質量 m の粒子が N 個あり、理想気体が等方的な熱平衡状態にあるとき、

$$pV = \frac{1}{3}Nm\overline{v^2}$$

が成立する。

ここで $\overline{v^2}$ は、各粒子の速さを二乗してから平均した量である。

3 で割るのはどのときか

$\overline{v_x^2}$ が与えられている場合は、

$$pV = Nm\overline{v_x^2}$$

をそのまま使う。

一方、等方的な平衡状態で $\overline{v^2}$ が与えられている場合は、

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

と変換してから使う。

すでに一方向の平均となっている値に、さらに $\frac{1}{3}$ を掛けるのは誤りである。

3.2 平均速度・平均の速さ・二乗平均平方根速度

粒子の運動では、似た名称の平均を混同しやすい。

- **平均速度ベクトル**：速度ベクトルを向きも含めて平均したもの。
- **平均の速さ**：各粒子の速さを平均したもの。
- **二乗平均平方根速度**：各粒子の速さを二乗し、その平均の平方根を取ったもの。

粒子の速さを v とすると、二乗平均平方根速度は、

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

と定義される。

rms は、二乗平均平方根を表す略記である。

平均の速さ $\overline{v}$ と二乗平均平方根速度 v_{rms} は、一般に等しくない。

また、

$$\overline{v^2} \neq (\overline{v})^2$$

となる場合がある。

さらに、熱平衡にある静止した気体では、粒子がさまざまな方向へ動いているため、平均速度ベクトルが 0 でも、各粒子の速さや二乗平均平方根速度は 0 とは限らない。

平均を取る順番に注目する

$\overline{v^2}$ は、先に速さを二乗してから平均する。

$(\overline{v})^2$ は、先に速さを平均してから二乗する。

二乗と平均の順番を入れ替えてはいけない。平均速度ベクトルが 0 であることも、粒子の熱運動が止まっていることを意味しない。

4. 分子運動と絶対温度

4.1 気体の状態方程式と比較する

第 052 講で学んだ理想気体の状態方程式は、

$$pV = nRT$$

である。

ここで n は物質量、R は気体定数、T は絶対温度である。

気体に含まれる粒子数を N、アボガドロ定数を N_{A} とすると、

$$N = nN_{\mathrm{A}}$$

である。

また、ボルツマン定数 k は、

$$k = \frac{R}{N_{\mathrm{A}}}$$

で定義される。

これらを使うと、状態方程式は、

$$pV = NkT$$

とも表せる。

計算には次の丸め値を用いる。

定数	記号	計算用の値
ボルツマン定数	k	$1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
気体定数	R	$8.31\,\mathrm{J/(mol\,K)}$
アボガドロ定数	N_{A}	$6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$

これらは計算用に丸めた値であるため、掛け合わせると、

$$\begin{aligned} kN_{\mathrm{A}} &= \left(1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}\right) \\ &\quad \times \left(6.02 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}\right) \\ &= 8.3076\,\mathrm{J/(mol\,K)} \\ &\approx 8.31\,\mathrm{J/(mol\,K)} \end{aligned}$$

となる。この丸めによる差は、物理法則の矛盾ではない。

4.2 1 粒子の平均並進運動エネルギー

分子運動から得た圧力の式は、

$$pV = \frac{1}{3}Nm\overline{v^2}$$

であった。

一方、理想気体の状態方程式は、

$$pV = NkT$$

である。

左辺が同じなので、右辺を等しいとおける。

$$\frac{1}{3}Nm\overline{v^2} = NkT$$

両辺を N で割ると、

$$\frac{1}{3}m\overline{v^2} = kT$$

となる。

さらに両辺を $\frac{3}{2}$ 倍すると、

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

を得る。

左辺は、粒子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーである。

並進運動とは、粒子全体が空間内を移動する運動を指す。

1 粒子の平均並進運動エネルギー

理想気体の粒子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーを $\overline{K}$ とすると、

$$\overline{K} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

である。

この式の温度 T は絶対温度であり、単位は K である。

粒子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーは、絶対温度に比例する。

4.3 温度と平均並進運動エネルギーのグラフ

ボルツマン定数を $k = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ とし、絶対温度が 100 K、200 K、300 K の場合を比べる。

各温度での 1 粒子あたりの平均並進運動エネルギーは、次のようになる。

絶対温度 T	1 粒子の平均並進運動エネルギー $\overline{K}$
$100\,\mathrm{K}$	$2.07 \times 10^{-21}\,\mathrm{J}$
$200\,\mathrm{K}$	$4.14 \times 10^{-21}\,\mathrm{J}$
$300\,\mathrm{K}$	$6.21 \times 10^{-21}\,\mathrm{J}$

これらをグラフで表す。横軸は絶対温度 T、縦の点の値は平均並進運動エネルギーを $10^{-21}\,\mathrm{J}$ 単位で表したものである。

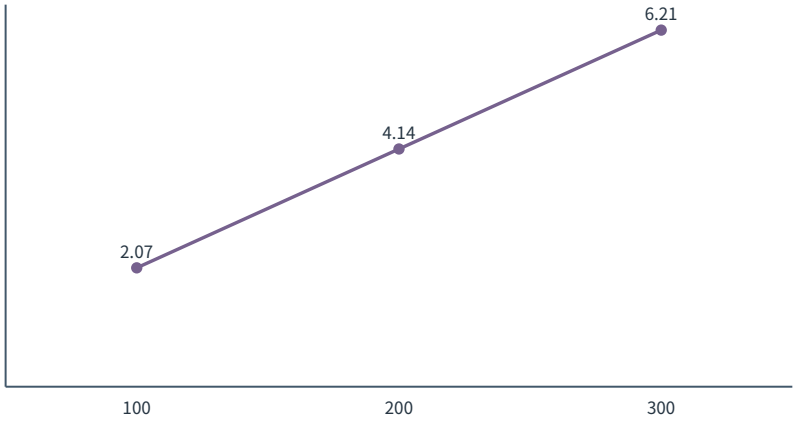

図 1　横は絶対温度 T[K]、点の値は 1 粒子の平均並進運動エネルギー[10^-21 J]。

グラフでは、絶対温度が 2 倍になると平均並進運動エネルギーも 2 倍になる関係が読み取れる。

ただし、表示された左端の温度は $100\,\mathrm{K}$ である。左端を $0\,\mathrm{K}$ と読み替えてはいけない。また、この理想気体モデルの式を実在物質の極低温まで無条件に当てはめるものではない。

4.4 同じ温度でも粒子の速さは異なる

平均並進運動エネルギーの式を、二乗平均平方根速度について整理する。

$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{rms}}^2 = \frac{3}{2}kT$$

$$mv_{\mathrm{rms}}^2 = 3kT$$

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

同じ温度では kT が共通なので、粒子の質量 m が異なっていても、平均並進運動エネルギーは等しい。

しかし、そのエネルギーを持つための速さは異なる。

同じ温度では、

$$v_{\mathrm{rms}} \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$$

となる。

つまり、粒子の質量が大きいほど、二乗平均平方根速度は小さい。

たとえば、質量が 4 倍なら、二乗平均平方根速度は $\frac{1}{2}$ 倍となる。

温度が等しいとは何が等しいことか

同じ温度の理想気体では、粒子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーが等しい。

粒子の質量が異なる場合、二乗平均平方根速度まで等しいわけではない。

温度を比較するときは、エネルギーを比べているのか、速さを比べているのかを区別する。

5. 単原子理想気体の内部エネルギー

5.1 1 粒子から気体全体へ

ここまでは、粒子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーを考えた。

次に、多数の粒子を含む気体全体のエネルギーを考える。

単原子理想気体とは、ヘリウムなどのように、1 個の原子を 1 粒子として扱う理想気体である。

このモデルでは、原子間の相互作用によるエネルギーを無視し、内部エネルギーを原子の熱運動による並進運動エネルギーの総和として扱う。

粒子 1 個あたりの平均が、

$$\overline{K} = \frac{3}{2}kT$$

であり、粒子が N 個あるので、全体の内部エネルギー U は、

$$\begin{aligned} U &= N\overline{K} \\ &= N\left(\frac{3}{2}kT\right) \\ &= \frac{3}{2}NkT \end{aligned}$$

となる。

ここで $NkT = nRT = pV$ を使うと、

$$U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$$

を得る。

単原子理想気体の内部エネルギー

単原子理想気体の内部エネルギーは、

$$U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$$

である。

U は気体全体の内部エネルギー、n は物質量、T は絶対温度である。

この式は単原子理想気体のモデルについて成立する。多原子分子からなる気体の内部エネルギーへ、そのまま一般化してはいけない。

5.2 気体全体と 1 粒子を比べる

単原子理想気体では、次の二つを区別する。

比較する量	表す内容	式
1 粒子の平均並進運動エネルギー	粒子 1 個あたりの平均	$\overline{K} = \frac{3}{2}kT$
気体全体の内部エネルギー	N 個の原子の熱運動エネルギーの総和	$U = \frac{3}{2}nRT$

同じ温度なら、1 粒子の平均並進運動エネルギーは同じである。

しかし、気体全体に含まれる粒子数が異なれば、全体の内部エネルギーは異なる。

この違いを具体的に確認する。

温度 300 K の単原子理想気体 A、B、C を考える。気体定数は $R = 8.31\,\mathrm{J/(mol\,K)}$ とする。

気体 A、B、C の物質量と内部エネルギーは、次の通りである。

気体	物質量 n	全体の内部エネルギー U
A	0.50 mol	1869.75 J
B	1.00 mol	3739.5 J
C	2.00 mol	7479 J

次の棒グラフは、A、B、C の全体の内部エネルギーを比較したものである。棒の高さは J 単位の U を示す。

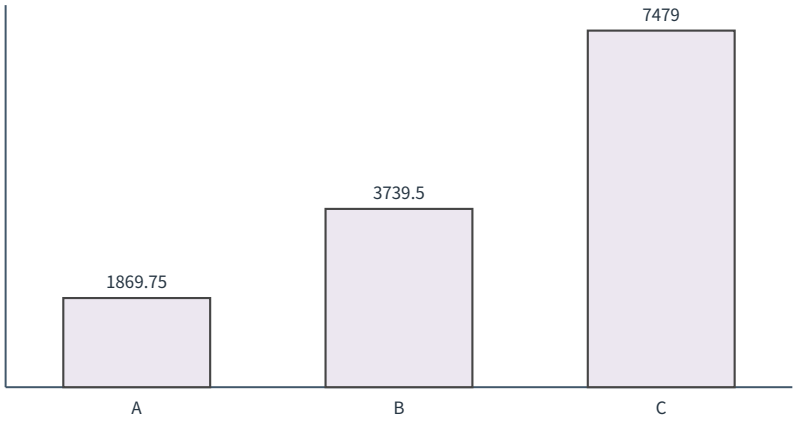

図 2　棒は気体全体の内部エネルギー U[J]。A/B/C は 0.50/1.00/2.00mol、単原子理想気体 300K。

A、B、C の物質量は等間隔ではない。そのため、この図は A、B、C というカテゴリごとの棒による比較であり、横軸を物質量の連続した数値軸とする折れ線グラフではない。

同じ温度でも、物質量が 2 倍なら内部エネルギーも 2 倍となる。

一方、1 粒子の平均並進運動エネルギーは A、B、C で同じである。

内部エネルギーの計算では途中の値をむやみに丸めず、最終的な数値を適切な桁で表す。上の値を kJ 単位で表せば、それぞれ約 1.87 kJ、3.74 kJ、7.48 kJ である。

5.3 内部エネルギーに含めないもの

内部エネルギーは、粒子の無秩序な熱運動など、系の内部に関係するエネルギーである。

たとえば、気体を入れた容器全体を持ち上げたり、容器とともに一定の速さで移動させたりしても、その巨視的な移動の運動エネルギーを、気体の熱運動による内部エネルギーに加えるわけではない。

また、単原子理想気体の式に、多原子分子の回転や振動によるエネルギーを混ぜてはいけない。

本講では、単原子理想気体の熱運動に対象を限定して扱う。

5.4 内部エネルギーの変化

物質量 n が一定の単原子理想気体では、

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

である。

温度が T_1 から T_2 に変化したとき、内部エネルギーの変化 ΔU は、

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_2 - U_1 \\ &= \frac{3}{2}nRT_2 - \frac{3}{2}nRT_1 \\ &= \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1)\end{aligned}$$

となる。

同じ物質量なら、温度が上がれば内部エネルギーは増加し、温度が下がれば減少する。

ただし、**内部エネルギーが増えたことと、外部から同じ量の熱を受け取ったことは同じ意味ではない**。

気体の内部エネルギーは、熱の出入りだけでなく、仕事のやり取りによっても変化し得る。

熱量を Q とすると、内部エネルギーの変化 ΔU だけから、熱量 Q の値を一意に決めることはできない。

熱と仕事を合わせたエネルギーの収支は、後の講で詳しく扱う。

内部エネルギーと熱量を混同しない

単原子理想気体では、物質量と温度から内部エネルギーを求められる。

しかし、内部エネルギーが増加したからといって、その増加量がそのまま吸収した熱量になるとは限らない。

熱量を判断するには、熱以外に仕事のやり取りがあったかどうかなど、過程に関する情報が必要である。

---

6. 例題

1

質量 $4.0\times10^{-26}\,\mathrm{kg}$ の粒子 1 個が、一辺 $0.10\,\mathrm{m}$ の立方体容器内で、x 方向だけに速さ $500\,\mathrm{m/s}$ で往復している。

容器の壁は固定されていて滑らかであり、粒子は弾性反射するものとする。粒子が向かっている壁の方向を $+x$ とし、衝突前の速度成分を $+500\,\mathrm{m/s}$ とする。

例題 1(1) 系を粒子 1 個と定める。この粒子が壁で反射するとき、衝突後の速度成分を答えよ。また、粒子の運動量と運動エネルギーがそれぞれ保存するか、理由を説明せよ。

例題 1(2) 1 回の衝突における粒子の運動量変化と、壁が受ける力積を求めよ。

例題 1(3) 同じ壁に衝突する時間間隔、粒子がその壁に及ぼす平均力の大きさ、およびその壁の圧力への寄与を求めよ。

解答・解説　例題 1(1) 衝突後の速度成分は $-500\,\mathrm{m/s}$ である。固定された滑らかな壁で弾性反射するため、壁に垂直な速度成分は向きだけが反転する。

系は粒子 1 個であり、衝突中に壁から外力積を受ける。そのため粒子の運動量は保存しない。一方、弾性反射により速さは変わらないので、粒子の運動エネルギーは保存する。

解答・解説　例題 1(2) 粒子の運動量変化は $-4.0\times10^{-23}\,\mathrm{kg\,m/s}$、壁が受ける力積は $+4.0\times10^{-23}\,\mathrm{N\,s}$ である。

粒子の運動量変化は、

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= (4.0\times10^{-26}\,\mathrm{kg})(-500\,\mathrm{m/s})\\ &\quad -(4.0\times10^{-26}\,\mathrm{kg})(+500\,\mathrm{m/s})\\ &= -4.0\times10^{-23}\,\mathrm{kg\,m/s}\end{aligned}$$

となる。

作用・反作用により、壁が粒子から受ける力積は反対向きなので、

$$J_{\text{壁}} = +4.0\times10^{-23}\,\mathrm{N\,s}$$

である。

解答・解説　例題 1(3) 同じ壁への衝突周期は $4.0\times10^{-4}\,\mathrm{s}$、平均力は $1.0\times10^{-19}\,\mathrm{N}$、圧力への寄与は $1.0\times10^{-17}\,\mathrm{Pa}$ である。

同じ壁に戻るまでの道のりは、

$$2L = 2(0.10\,\mathrm{m}) = 0.20\,\mathrm{m}$$

である。

したがって、同じ壁への衝突周期は、

$$\tau = \frac{0.20\,\mathrm{m}}{500\,\mathrm{m/s}}$$

$$= 4.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}$$

となる。

平均力は、1 回の壁への力積を、この周期で割って求める。

$$\overline{F} = \frac{4.0 \times 10^{-23}\,\mathrm{N\,s}}{4.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}}$$

$$= 1.0 \times 10^{-19}\,\mathrm{N}$$

壁の面積は、

$$S = (0.10\,\mathrm{m})^2 = 0.010\,\mathrm{m}^2$$

である。

したがって、圧力への寄与は、

$$p_1 = \frac{1.0 \times 10^{-19}\,\mathrm{N}}{0.010\,\mathrm{m}^2}$$

$$= 1.0 \times 10^{-17}\,\mathrm{Pa}$$

となる。

この問題は、粒子が x 方向だけに往復するモデルである。等方的な三方向の平均を求めているわけではないため、ここでさらに $\frac{1}{3}$ を掛けない。

2

同じ質量 $m = 4.0 \times 10^{-26}\,\mathrm{kg}$ の粒子が、$N = 3.0 \times 10^{23}$ 個ある理想気体を考える。容器の容積は $V = 0.010\,\mathrm{m}^3$ である。

例題 2(1) 壁に垂直な一方向の速度成分の二乗平均が $\overline{v_x^2} = 4.0 \times 10^4\,\mathrm{m^2/s^2}$ と与えられた。圧力を求めよ。

例題 2(2) 同じ粒子数・質量・容積の気体が等方的な熱平衡状態にあり、二乗平均平方根速度が $600\,\mathrm{m/s}$ である。$\overline{v^2}$ と $\overline{v_x^2}$ を求め、圧力を計算せよ。

例題 2(3) 例題 2(1)と例題 2(2)では、どちらの値に $\frac{1}{3}$ を用いるのか説明せよ。

解答・解説　例題 2(1) 圧力は $4.8 \times 10^4\,\mathrm{Pa}$ である。

与えられたのは一方向の二乗平均 $\overline{v_x^2}$ なので、

$$p = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V}$$

を用いる。

数値を代入すると、

$$p = \frac{(3.0\times10^{23})(4.0\times10^{-26}\,\mathrm{kg})(4.0\times10^{4}\,\mathrm{m^2/s^2})}{0.010\,\mathrm{m^3}}$$

$$= 4.8\times10^{4}\,\mathrm{Pa}$$

となる。

解答・解説　例題 2(2) $\overline{v^2} = 3.6\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}$、$\overline{v_x^2} = 1.2\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}$、圧力は $1.44\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$ である。

二乗平均平方根速度は、

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

であるから、

$$\overline{v^2} = (600\,\mathrm{m/s})^2$$

$$= 3.6\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}$$

となる。

等方的な平衡状態なので、

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

$$= \frac{1}{3}(3.6\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2})$$

$$= 1.2\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}$$

である。

これを圧力の式へ代入する。

$$p = \frac{(3.0\times10^{23})(4.0\times10^{-26}\,\mathrm{kg})(1.2\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2})}{0.010\,\mathrm{m^3}}$$

$$= 1.44\times10^{5}\,\mathrm{Pa}$$

解答・解説　例題 2(3) $\frac{1}{3}$ を使って変換するのは、例題 2(2)で速さの二乗平均から一方向の二乗平均を求めるときである。

例題 2(1)では $\overline{v_x^2}$ が初めから与えられているため、さらに $\frac{1}{3}$ を掛ける必要はない。

例題 2(2)の $600\,\mathrm{m/s}$ は二乗平均平方根速度であり、平均の速さを表す値へ勝手に読み替えてはいけない。

3

理想気体の粒子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーを考える。

同じ種類の理想気体の絶対温度を、300 K から 600 K に変化させる。ボルツマン定数は $k = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ とする。

例題 3(1) 600 K における 1 粒子の平均並進運動エネルギーを求め、300 K のときの何倍か答えよ。

例題 3(2) 粒子の質量は変わらないとする。二乗平均平方根速度は何倍になるか求めよ。

解答・解説　例題 3(1) 平均並進運動エネルギーは $1.242 \times 10^{-20}\,\mathrm{J}$ であり、300 K のときの 2 倍である。

$$\begin{aligned}\overline{K} &= \frac{3}{2}kT \\ &= \frac{3}{2}(1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K})(600\,\mathrm{K}) \\ &= 1.242 \times 10^{-20}\,\mathrm{J}\end{aligned}$$

同じ定数 k を使うので、平均並進運動エネルギーは絶対温度に比例する。

したがって、温度が 2 倍ならエネルギーも 2 倍となる。

解答・解説　例題 3(2) 二乗平均平方根速度は $\sqrt{2}$ 倍である。

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

より、質量が同じなら、二乗平均平方根速度は絶対温度の平方根に比例する。

$$\begin{aligned}\frac{v_{\mathrm{rms,後}}}{v_{\mathrm{rms,前}}} &= \sqrt{\frac{600\,\mathrm{K}}{300\,\mathrm{K}}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

平均並進運動エネルギーが 2 倍になっても、二乗平均平方根速度が 2 倍になるわけではない。

4

単原子理想気体が、圧力 100 kPa、容積 20 L の状態にある。

例題 4(1) この状態の pV と内部エネルギー U を求めよ。

例題 4(2) 物質量 n を一定に保ったまま、別の状態で圧力が 200 kPa、容積が 10 L になった。このときの pV、内部エネルギー、絶対温度は初めの状態と比べてどうなるか。また、絶対温度の具体的な値を求められるか答えよ。

解答・解説　例題 4(1) $pV = 2000\,\mathrm{J}$、内部エネルギーは 3000 J である。

圧力と容積を SI 単位に直す。

$$p = 100\,\mathrm{kPa} = 1.00 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$$

$$V = 20\,\mathrm{L} = 0.020\,\mathrm{m^3}$$

したがって、

$$\begin{aligned} pV &= \left(1.00 \times 10^5\,\mathrm{Pa}\right)\left(0.020\,\mathrm{m^3}\right) \\ &= 2000\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

単原子理想気体なので、

$$\begin{aligned} U &= \frac{3}{2}pV \\ &= \frac{3}{2}(2000\,\mathrm{J}) \\ &= 3000\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　例題 4(2) 新しい状態でも $pV = 2000\,\mathrm{J}$、内部エネルギーは $3000\,\mathrm{J}$ である。物質量が一定なので、絶対温度も初めの状態と同じである。

新しい状態では、

$$\begin{aligned} pV &= \left(2.00 \times 10^5\,\mathrm{Pa}\right)\left(0.010\,\mathrm{m^3}\right) \\ &= 2000\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

よって、

$$U = \frac{3}{2}(2000\,\mathrm{J}) = 3000\,\mathrm{J}$$

である。

また、$pV = nRT$ より、n と R が一定なら、pV が同じとき絶対温度 T も同じである。

ただし、物質量 n の具体的な値が与えられていないため、絶対温度が何 K であるかまでは決められない。

圧力が 2 倍になったことだけから、温度や内部エネルギーも 2 倍になったと判断してはいけない。

7. 演習問題

1

質量 m の粒子 1 個が、静止した滑らかな壁へ、壁に垂直な方向の速さ u で衝突し、弾性反射した。

壁へ向かう方向を $+x$ とし、衝突前の速度成分を $+u$ とする。ここで $u>0$ とする。

演習 1(1) 系を粒子 1 個とする。次の記述のうち、この衝突について正しいものを一つ選べ。

- A. 粒子の運動量は保存し、運動エネルギーも保存する。
- B. 粒子は壁から外力積を受けるため運動量は保存しないが、運動エネルギーは保存する。
- C. 粒子は壁から外力積を受けず、運動エネルギーだけが変化する。
- D. 壁に垂直な速度成分は変わらず、壁に平行な速度成分だけが反転する。

演習 1(2) 粒子の運動量変化と壁が受ける力積を、m と u を用いて符号付きで表せ。

演習 1(3) 粒子が一辺 L の立方体容器で同じ壁への衝突を繰り返す場合、同じ壁への衝突周期と平均力の大きさを求めよ。また、衝突中の短い時間と衝突周期を区別する理由を説明せよ。

対応解説：巻末の「演習 1 の解答・解説」。

2

同じ絶対温度で熱平衡にある、単原子理想気体 A、B を考える。

原子 1 個の質量は $m_{\mathrm{B}}=4m_{\mathrm{A}}$ である。A の二乗平均平方根速度は $800\,\mathrm{m/s}$ である。

演習 2(1) A と B の原子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーを比較し、その理由を説明せよ。

演習 2(2) B の二乗平均平方根速度を求めよ。

演習 2(3) 静止した容器内で、A と B の平均速度ベクトルがそれぞれ 0 であるとする。このことから二乗平均平方根速度も 0 と判断できるか。理由を説明せよ。

対応解説：巻末の「演習 2 の解答・解説」。

©ミライコーチング

3

温度 300 K の単原子理想気体 A、B、C を考える。

物質量は A が 0.50 mol、B が 1.00 mol、C が 2.00 mol である。第 5 節の棒グラフは、これらの気体全体の内部エネルギーを示している。

演習 3(1) 棒グラフの高さは、1 粒子の平均並進運動エネルギーと気体全体の内部エネルギーのどちらを表しているか答えよ。

演習 3(2) C の内部エネルギーは A の何倍か求め、その理由を説明せよ。

演習 3(3) A、B、C の 1 粒子あたりの平均並進運動エネルギーには違いがあるか。次の選択肢から正しいものを一つ選べ。

- A. C は A の 4 倍である。
- B. B は A の 2 倍である。
- C. A、B、C ですべて等しい。
- D. 物質量が異なるため、温度だけでは比較できない。

対応解説：巻末の「演習 3 の解答・解説」。

4

0.50 mol の単原子理想気体について、物質量を一定に保ちながら、絶対温度を $T_1 = 200\,\mathrm{K}$ から $T_2 = 400\,\mathrm{K}$ に変化させた。

気体定数は $R = 8.31\,\mathrm{J/(mol\,K)}$ とする。

演習 4(1) 初めの内部エネルギー U_1 と、変化後の内部エネルギー U_2 を求めよ。

演習 4(2) 内部エネルギーの変化 $\Delta U = U_2 - U_1$ を符号付きで求めよ。また、400 K から 200 K へ戻る逆過程の ΔU を答えよ。

演習 4(3) 最初の変化で気体が吸収した熱量を、ΔU の値だけから決定できるか。理由とともに答えよ。

対応解説：巻末の「演習 4 の解答・解説」。

5

同じ質量を持つ 4 個の粒子が、x 軸方向だけに運動している。速度成分は、それぞれ次の通りである。

粒子	x 方向の速度成分
A	$+200\,\mathrm{m/s}$
B	$-200\,\mathrm{m/s}$
C	$+600\,\mathrm{m/s}$
D	$-600\,\mathrm{m/s}$

各粒子はこの表の時点で示された速度を持つものとする。

演習 5(1) 4 個の粒子の平均速度ベクトルと、平均の速さを求めよ。

演習 5(2) 速さの二乗平均 $\overline{v^2}$ と、二乗平均平方根速度 v_{rms} を求めよ。

演習 5(3) 平均速度ベクトルが 0 だから、速さの二乗平均も 0 であるという主張は正しいか。理由を説明せよ。また、この 4 粒子の結果だけから三方向に等方的な運動をしていると判断できるか答えよ。

対応解説：巻末の「演習 5 の解答・解説」。

6

同じ質量 m の粒子 N 個からなる理想気体を考える。容器の容積は V である。

演習 6(1) 壁に垂直な一方向の速度成分の二乗平均 $\overline{v_x^2}$ が与えられている。圧力 p を求める式として正しいものを一つ選べ。

A. $p = \dfrac{Nm\overline{v_x^2}}{V}$

B. $p = \dfrac{Nm\overline{v_x^2}}{3V}$

C. $p = \dfrac{Nm(\overline{v_x})^2}{V}$

D. $p = \dfrac{Nm\overline{v_x^2}}{3}$

演習 6(2) 等方的な熱平衡状態で、二乗平均平方根速度 v_{rms} が与えられた。圧力を $N, m, V, v_{\mathrm{rms}}$ で表せ。また、演習 6(1)の式との違いを説明せよ。

演習 6(3) 同じ種類の理想気体について、粒子数 N と容積 V を一定に保ち、絶対温度だけを 2 倍にする。圧力と二乗平均平方根速度はそれぞれ何倍になるか答えよ。

対応解説：巻末の「演習 6 の解答・解説」。

©ミライコーチング

8. 演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

解答・解説　演習 1(1) 正解は B である。系を粒子 1 個とすると、壁から受ける力積は外力積であり、粒子の運動量は保存しない。しかし、固定された滑らかな壁で弾性反射するため、速さと運動エネルギーは保存する。

各選択肢を確認する。

- A は誤りである。粒子 1 個には壁から外力積が働き、運動量が変化するためである。
- B は正しい。外力積による運動量変化と、弾性反射による運動エネルギーの保存を区別できている。
- C は誤りである。壁からの外力積は存在する。また、与えられた弾性反射では運動エネルギーは変化しない。
- D は誤りである。滑らかな壁では、壁に平行な速度成分は変化せず、壁に垂直な速度成分が反転する。

解答・解説　演習 1(2) 粒子の運動量変化は $-2mu$、壁が受ける力積は $+2mu$ である。

衝突前後の速度成分はそれぞれ $+u$、$-u$ なので、

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= m(-u) - m(+u) \\ &= -2mu\end{aligned}$$

となる。

壁が粒子に及ぼす力積は $-2mu$ である。作用・反作用から、粒子が壁に与える力積は反対向きの $+2mu$ となる。

解答・解説　演習 1(3) 同じ壁への衝突周期は $2\frac{L}{u}$、平均力の大きさは $m\frac{u^2}{L}$ である。

同じ壁へ再び戻るまでに、粒子は壁の間を往復する。その距離は $2L$、速さは u なので、

$$\tau = \frac{2L}{u}$$

である。

壁への 1 回の力積の大きさは $2mu$ だから、

$$\begin{aligned}\overline{F} &= \frac{2mu}{\tau} \\ &= \frac{2mu}{2\frac{L}{u}} \\ &= \frac{mu^2}{L}\end{aligned}$$

となる。

力積は 1 回の衝突で壁へ与えられる量である。一方、平均力は、衝突していない時間も含めた長い時間での平均として定める。

したがって、衝突中の短い時間を、同じ壁への往復周期と混同してはいけない。

演習 2 の解答・解説

解答・解説　演習 2(1) A と B の原子 1 個あたりの平均並進運動エネルギーは等しい。

平均並進運動エネルギーは、

$$\overline{K} = \frac{3}{2}kT$$

であり、粒子の質量 m が式に含まれていない。

A と B の温度 T が等しいため、原子の質量が異なっていても、平均並進運動エネルギーは等しい。

解答・解説　演習 2(2) B の二乗平均平方根速度は 400 m/s である。

同じ温度では、

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

より、二乗平均平方根速度は粒子の質量の平方根に反比例する。

$m_{\mathrm{B}} = 4m_{\mathrm{A}}$ だから、

$$\begin{aligned}\frac{v_{\mathrm{rms,B}}}{v_{\mathrm{rms,A}}} &= \sqrt{\frac{m_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{B}}}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4}} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

となる。

したがって、

$$\begin{aligned}v_{\mathrm{rms,B}} &= \frac{1}{2}(800\,\mathrm{m/s}) \\ &= 400\,\mathrm{m/s}\end{aligned}$$

である。

解答・解説　演習 2(3) 二乗平均平方根速度が 0 とは判断できない。

平均速度ベクトルは、粒子の速度ベクトルを向きも含めて平均したものである。

多くの粒子が反対方向へ運動していれば、速度ベクトルが打ち消し合い、平均速度ベクトルが 0 になる場合がある。

しかし、個々の粒子は運動しており、速さの二乗は 0 以上である。

そのため、平均速度ベクトルが 0 でも、

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

が 0 になるとは限らない。

演習 3 の解答・解説

解答・解説　演習 3(1) 棒グラフの高さは、気体全体の内部エネルギー U を表している。

単原子理想気体の全体の内部エネルギーは、

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

であり、物質量 n に比例する。

一方、1 粒子あたりの平均並進運動エネルギーは、

$$\overline{K} = \frac{3}{2}kT$$

であり、同じ温度なら物質量に依存しない。

解答・解説　演習 3(2) C の内部エネルギーは A の 4 倍である。

A、B、C はすべて 300 K なので、R と T は共通である。

したがって、内部エネルギーの比は物質量の比に等しい。

$$\begin{aligned}\frac{U_{\mathrm{C}}}{U_{\mathrm{A}}} &= \frac{n_{\mathrm{C}}}{n_{\mathrm{A}}} \\ &= \frac{2.00\,\mathrm{mol}}{0.50\,\mathrm{mol}} \\ &= 4\end{aligned}$$

グラフの内部エネルギーの値を使っても、

$$\frac{7479\,\mathrm{J}}{1869.75\,\mathrm{J}} = 4$$

となり、一致する。

解答・解説　演習 3(3) 正解は C である。A、B、C はすべて同じ温度なので、1 粒子あたりの平均並進運動エネルギーは等しい。

各選択肢を確認する。

- A は誤りである。物質量が 4 倍であることは、1 粒子の平均エネルギーが 4 倍であることを意味しない。
- B は誤りである。同様に、物質量が 2 倍でも、1 粒子の平均エネルギーは同じである。
- C は正しい。平均並進運動エネルギーは $\frac{3}{2}kT$ で決まり、同じ温度では等しい。
- D は誤りである。1 粒子の平均並進運動エネルギーの比較には、温度が分かれば十分である。

気体全体の内部エネルギーと、1 粒子の平均エネルギーは区別する必要がある。

演習 4 の解答・解説

解答・解説　演習 4(1) 初めの内部エネルギーは $U_1 = 1246.5\,\mathrm{J}$、変化後は $U_2 = 2493\,\mathrm{J}$ である。

単原子理想気体なので、

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

を使う。

初めの状態では、

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{3}{2}(0.50\,\mathrm{mol})(8.31\,\mathrm{J/(mol\,K)})(200\,\mathrm{K}) \\ &= 1246.5\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

変化後の状態では、

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{3}{2}(0.50\,\mathrm{mol})(8.31\,\mathrm{J/(mol\,K)})(400\,\mathrm{K}) \\ &= 2493\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　演習 4(2) 温度が $200\,\mathrm{K}$ から $400\,\mathrm{K}$ へ上がるとき、$\Delta U = +1246.5\,\mathrm{J}$ である。逆過程では $\Delta U = -1246.5\,\mathrm{J}$ である。

初めの変化では、

$$\begin{aligned} \Delta U &= U_2 - U_1 \\ &= 2493\,\mathrm{J} - 1246.5\,\mathrm{J} \\ &= +1246.5\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

逆過程では、初めと終わりの状態が入れ替わるため、

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{逆}} &= 1246.5\,\mathrm{J} - 2493\,\mathrm{J} \\ &= -1246.5\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

となる。

内部エネルギーの変化は、初めと終わりの状態で決まり、増加なら正、減少なら負である。

解答・解説　演習 4(3) ΔU の値だけから、気体が吸収した熱量は決定できない。

内部エネルギーは熱の出入りだけでなく、仕事のやり取りによっても変化する。

今回分かっているのは、内部エネルギーが $1246.5\,\mathrm{J}$ 増加したことである。

しかし、その増加が熱の流入によって生じたのか、仕事の作用も関係しているのかは、与えられた情報だけでは判断できない。

したがって、仕事に関する条件がないまま、吸収した熱量を $1246.5\,\mathrm{J}$ と決めるのは誤りである。

演習 5 の解答・解説

解答・解説　演習 5(1) 平均速度ベクトルは 0、平均の速さは 400 m/s である。

粒子は x 軸方向だけに運動しているので、平均速度の x 成分を求める。

$$\begin{aligned}\overline{v_x} &= \frac{(+200)+(-200)+(+600)+(-600)}{4}\,\mathrm{m/s}\\ &= 0\,\mathrm{m/s}\end{aligned}$$

他方向の成分も 0 なので、平均速度ベクトルは 0 である。

一方、速さは負にならないため、各粒子の速さは 200、200、600、600 m/s である。

平均の速さは、

$$\begin{aligned}\overline{v} &= \frac{200+200+600+600}{4}\,\mathrm{m/s}\\ &= 400\,\mathrm{m/s}\end{aligned}$$

となる。

平均速度と平均の速さは、異なる量である。

解答・解説　演習 5(2) 速さの二乗平均は $2.0\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}$、二乗平均平方根速度は約 447 m/s である。

各粒子の速さを先に二乗してから平均する。

$$\begin{aligned}\overline{v^2} &= \frac{(200\,\mathrm{m/s})^2+(200\,\mathrm{m/s})^2+(600\,\mathrm{m/s})^2+(600\,\mathrm{m/s})^2}{4}\\ &= 2.0\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}\end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}v_{\mathrm{rms}} &= \sqrt{\overline{v^2}}\\ &= \sqrt{2.0\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}}\\ &\approx 447\,\mathrm{m/s}\end{aligned}$$

となる。

平均の速さは 400 m/s なので、二乗平均平方根速度とは一致しない。

解答・解説　演習 5(3) 主張は誤りである。また、この 4 粒子だけから等方的な運動をしているとは判断できない。

平均速度ベクトルは 0 であるが、各粒子は運動している。

実際に、

$$\overline{v^2} = 2.0\times10^{5}\,\mathrm{m^2/s^2}$$

であり、0 ではない。

また、平均速度の x 成分は 0 なので、

$$(\overline{v_x})^2 = 0\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

であるが、

$$\overline{v_x^2} = 2.0 \times 10^5\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$$

となる。

したがって、

$$\overline{v_x^2} \neq (\overline{v_x})^2$$

である。

さらに、今回の 4 粒子は x 方向だけに運動しており、y、z 方向の速度成分は 0 である。

この集団では三方向の速度成分の二乗平均が等しくないため、等方的な運動とはいえない。

平均速度ベクトルが 0 であることと、三方向に等方的な運動をしていることは別の条件である。

演習 6 の解答・解説

解答・解説　演習 6(1) 正解は A である。一方向の速度成分の二乗平均が与えられているので、

$$p = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V}$$

を使う。

各選択肢を確認する。

- A は正しい。壁に垂直な速度成分の二乗平均を使う圧力の式である。
- B は誤りである。すでに一方向の二乗平均が与えられているため、さらに 3 で割らない。
- C は誤りである。必要なのは速度成分の二乗平均 $\overline{v_x^2}$ であり、速度成分の平均の二乗 $(\overline{v_x})^2$ ではない。
- D は誤りである。容積 V で割っていないため、圧力の式にならない。単位を確認しても Pa にならない。

解答・解説　演習 6(2) 圧力は、

$$p = \frac{Nmv_{\mathrm{rms}}^2}{3V}$$

で表される。

二乗平均平方根速度の定義は、

$$v_{\mathrm{rms}}^2 = \overline{v^2}$$

である。

等方的な熱平衡状態なので、

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2} = \frac{1}{3}v_{\mathrm{rms}}^2$$

となる。

これを、

$$p = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V}$$

へ代入すると、

$$p = \frac{Nmv_{\mathrm{rms}}^2}{3V}$$

を得る。

演習 6(1)では一方向の二乗平均が与えられていた。演習 6(2)では三方向を含む速さの二乗平均に対応する値が与えられているため、等方性を用いて一方向へ変換する必要がある。

解答・解説　演習 6(3) 圧力は 2 倍、二乗平均平方根速度は $\sqrt{2}$ 倍になる。

理想気体の状態方程式は、

$$pV = NkT$$

である。

粒子数 N と容積 V が一定なら、

$$p = \frac{Nk}{V}T$$

なので、圧力は絶対温度に比例する。したがって、絶対温度が 2 倍になれば圧力も 2 倍となる。

一方、同じ種類の気体なので粒子の質量 m は一定である。

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

より、二乗平均平方根速度は絶対温度の平方根に比例する。

したがって、絶対温度が 2 倍になれば、二乗平均平方根速度は $\sqrt{2}$ 倍となる。

圧力が 2 倍になることと、粒子の二乗平均平方根速度が 2 倍になることは同じではない。