第 086 講 電場を読む

この講でできるようになること

- 電場の意味を説明し、電場の向きと試験電荷に働く電気力の向きを区別できる。
- 電場と電気力の関係を使い、電荷の符号に注意して力の大きさや成分を求められる。
- 点電荷がつくる電場の向きと強さを、源電荷の符号や観測点までの距離から判断できる。
- 複数の電荷がつくる電場をベクトルとして重ね合わせられる。
- 電気力線の矢印や密度から電場を読み取り、電気力線と実際の電荷の運動を区別できる。

1. 電荷がなくても、その場所に電気の力は用意されている

正に帯電した物体の近くへ、小さな正の電荷を置くと反発する。一方、同じ場所へ負の電荷を置くと引き寄せられる。

このとき、置いた電荷の符号によって、受ける力の向きは変わる。しかし、周囲にある帯電した物体の配置を変えていないなら、その場所の電気的な状態まで変わったと考える必要はない。

この状態を表すために使うのが**電場**である。

電場とは、電荷が周囲の空間につくる、ほかの電荷に電気力を及ぼす性質を表す場である。電荷を置く前から、その場所に電場が存在し得る。

ここでは、電場をつくる電荷と、電場を調べるために置く電荷を区別する。

役割	記号	意味
源電荷	Q	周囲に電場をつくる電荷
試験電荷	q	観測点で電場を調べるために置く電荷
電場	$\vec{E}$	観測点にある電場の向きと強さ
電気力	$\vec{F}$	試験電荷が外部電場から受ける力

源電荷と試験電荷は、どちらも電荷であるが、式の中では役割が異なる。

また、電荷をもつ物体は自分自身も電場をつくる。本講で試験電荷に対する電場という場合は、**試験電荷自身がつくる電場を除いた外部電場**を指す。

試験電荷は、源電荷の位置や配置をほとんど変えないように十分小さいものとする。この条件によって、電場を調べる操作そのものが、調べたい電場を乱すことを避ける。

2. 電場は「正の電荷が受ける力」で向きを決める

電場の定義

観測点に十分小さい正の試験電荷 q を置き、その電荷に働く外部電場による電気力を $\vec{F}$ とする。

電場 $\vec{E}$ は、試験電荷が受ける電気力をその電気量で割ったベクトルとして定義する。

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad (q > 0)$$

電場の向きは、正の試験電荷が受ける電気力の向きである。

この定義を用いれば、任意の符号をもつ試験電荷についても、$q \neq 0$ なら $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ が成り立つ。

©ミライコーチング

電場は向きと大きさをもつベクトルである。電場の単位は、力の単位 N を電気量の単位 C で割った N/C である。

電場の大きさを $E = |\vec{E}|$、電気力の大きさを $F = |\vec{F}|$ と表す。

電場が分かっているとき、電気量 q の試験電荷が受ける力は、次の関係で求められる。

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

ここで重要なのは、q が正か負かということである。

- $q > 0$ のとき、電気力は電場と同じ向きになる。
- $q < 0$ のとき、電気力は電場と逆向きになる。
- $q = 0$ のとき、電場による電気力は 0 になる。

負の電荷に逆向きの力が働くからといって、電場そのものの向きが逆になるわけではない。

電気力の**大きさ**を求めるときは、電荷の符号ではなく絶対値を使う。

$$F = |q|E$$

この式の F と E は、ともに 0 以上の大きさである。負の値が現れるのは、正方向を定めたときの成分や、向きを含む関係を計算した場合である。

電場と電気力を区別する

電場 $\vec{E}$ は源電荷の配置と観測点で決まる。試験電荷に働く電気力 $\vec{F}$ は、それに加えて試験電荷の電気量 q で決まる。

源電荷の配置を固定し、十分小さい試験電荷だけを取り替えるなら、試験電荷に働く力は変わっても、調べている外部電場は変わらない。

例題 1

ある場所に、右向きで大きさ $3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C}$ の電場がある。源電荷の配置は固定され、試験電荷を置いても電場は乱されないものとする。

例題 1(1) この場所に $q=+2.0\,\mu\mathrm{C}$ の試験電荷を置く。受ける電気力の向きと大きさを求めよ。

例題 1(2) 試験電荷を $q=-2.0\,\mu\mathrm{C}$ に取り替える。受ける電気力の向きと大きさを求めよ。また、電場の向きが変わるか答えよ。

例題 1(3) 電気量が $q=0$ の試験体を置く。この試験体に電気力が働かないことから、その場所の電場は 0 であると結論できるか。理由も説明せよ。

解答・解説　例題 1(1) 正の試験電荷なので、力は電場と同じ右向きである。

$1\,\mu\mathrm{C}=10^{-6}\,\mathrm{C}$ より、電気量は $+2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}$ である。大きさは次のようになる。

$$\begin{aligned}F&=|\,q\,|\,E\\&=(2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C})\\&=6.0\times10^{-2}\,\mathrm{N}\\&=0.060\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

したがって、**右向きに** $0.060\,\mathrm{N}$ である。

解答・解説　例題 1(2) 負の試験電荷なので、力は電場と逆の左向きである。

電気量の絶対値は例題 1(1)と同じなので、力の大きさも $0.060\,\mathrm{N}$ である。

したがって、**左向きに** $0.060\,\mathrm{N}$ となる。源電荷の配置を変えていないため、電場は引き続き右向きである。

解答・解説　例題 1(3) 電場が 0 であるとは結論できない。

$\vec{F}=q\vec{E}$ で $q=0$ とすれば、電場が存在していても電気力は 0 になる。一方、$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$ に $q=0$ を代入することは、0 で割る操作になるためできない。

この場所の電場は、試験体を置く前と同じく右向き $3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C}$ である。

電場の向きと力の向きを確かめるときは、まず電場だけを考え、次に試験電荷の符号を調べる。最初から正負をまとめて処理しようとすると、どちらの向きを反転させたのか分からなくなりやすい。

成分の負号は、向きを表している

左右のある直線上では、右向きを x 軸の正方向として、電場と電気力を符号付きの成分で表せる。

このとき、

$$F_x=qE_x$$

となる。

$E_x<0$ であれば電場は左向き、$F_x<0$ であれば電気力は左向きである。ただし、電場の大きさ E や電気力の大きさ F は負にならない。

例題 2

右向きを x 軸の正方向とする。

試験電荷 $q = -4.0\,\mu\mathrm{C}$ に、x 軸正方向の電気力 $F_x = +0.020\,\mathrm{N}$ が働いた。試験電荷は外部電場を乱さないものとする。

例題 2(1) この場所の電場の x 成分 E_x を求めよ。

例題 2(2) 電場の向きと大きさを答えよ。また、例題 2(1)で得た負号の意味を説明せよ。

解答・解説　例題 2(1) $F_x = qE_x$ を E_x について解く。

$$
\begin{aligned}
E_x &= \frac{F_x}{q} \\
&= \frac{+0.020\,\mathrm{N}}{-4.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}} \\
&= -5.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}
\end{aligned}
$$

したがって、$E_x = -5.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}$ である。

解答・解説　例題 2(2) 電場は左向きで、大きさは $5.0 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}$ である。

負号は、電場が x 軸の負方向を向いていることを示す。電場の大きさが負であるという意味ではない。

負の試験電荷には電場と逆向きの力が働くので、左向きの電場に対して右向きの電気力が働いたという条件とも一致する。

3. 電気力線で電場の向きと強さを読む

空間の各場所に電場の矢印を描くと、電場の様子を表すことができる。ただし、多くの場所の矢印を一つずつ描くだけでは、全体の特徴をつかみにくい。

そこで使うのが**電気力線**である。

電気力線は、各点での接線の向きが電場の向きになるように描いた線である。線につけた矢印は、電場の向きを表す。

電気力線について、次の点を区別する必要がある。

- **向き：** 線の接線方向と矢印から、その点の電場の向きを読む。
- **強さ：** 同じ描画規約なら、単位面積当たりの線が密な場所ほど電場が強いことを表す。
- **本数：** 何本描くかは表現上の選択であり、線の本数が電荷の個数を意味するわけではない。
- **交差：** 電場の方向が一つに定まる点では、電気力線は交差しない。

電気力線は実際に存在する糸ではない。また、電気力線そのものが粒子の通り道を示しているわけでもない。電場の向きだけでは、粒子がどちらへ動くかを決められない。

一様電場

場所によらず電場の向きと大きさが同じである電場を、**一様電場**という。

次の図は、右向きで大きさ $E = 3.0 \times 10^4\ \mathrm{N/C}$ の局所的な一様電場を、平行で等間隔の電気力線の一部分として示した模式図である。各矢印は同じ右向きの電場を表し、長さも等しい。黒点 A, B, C, D, P, Q は描画の補助点であり、電荷ではない。線の端点にも電荷があるとは限らず、図内の座標は実際の距離の尺度ではない。電気力線は実在する線でも試験電荷の軌道でもない。



この図は**電場の図であって、試験電荷に働く力の図ではない**。

正の試験電荷を置けば右向き、負の試験電荷を置けば左向きの電気力が働く。ただし、源電荷の配置を変えず、試験電荷が十分小さいなら、どちらを置いても電場は同じ右向きである。

電場の矢印と運動の向き

電場の矢印は、正の試験電荷に働く電気力の向きを表す。負の試験電荷に働く力は逆向きである。

さらに、力の向きと、その瞬間に粒子が進んでいる向きも同じとは限らない。電気力線をそのまま粒子の軌道として読まないことが重要である。

4. 一つの点電荷がつくる電場

電気力線の向きがどのように決まるかを、点電荷を例に考える。

点電荷とは、電荷をもつ物体の大きさを無視して、一点に電荷が集まっているものとして扱うモデルである。

真空中に置いた源電荷 Q が、そこから距離 r だけ離れた観測点につくる電場を考える。

点電荷がつくる電場

真空中の点電荷 Q が距離 r の観測点につくる電場の大きさは、次の式で表される。

$$E = k\frac{|\,Q\,|}{r^2} \qquad (r > 0)$$

ここで、

- E：観測点における電場の大きさ（N/C）
- Q：電場をつくる源電荷（C）
- r：源電荷から観測点までの距離（m）
- k：比例定数

である。本講では、真空中の比例定数を次の値とする。

$$k = 9.0 \times 10^9\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$$

電場の向きは源電荷の符号で決まり、正の点電荷なら源から外向き、負の点電荷なら源へ向かう向きとなる。

この式は電場の**大きさ**を求める式である。$|\,Q\,|$ を使っているので、式の結果が負になることはない。源電荷の符号は、計算後に電場の向きを決めるために使う。

x 軸上の原点に源電荷を置き、右向きを正とすると、観測点の位置と源電荷の符号の関係は次のようになる。

源電荷	観測点が原点の右側	観測点が原点の左側
$Q > 0$	電場は右向き	電場は左向き
$Q < 0$	電場は左向き	電場は右向き

正の点電荷の周囲では外向きに、負の点電荷の周囲では内向きに放射状の電場ができる。

ここでいう放射状とは、源電荷を中心に、いろいろな方向へ伸びる、または中心へ向かう方向をもつということである。

点電荷の電場は距離によって強さが変化するため、先ほどの一様電場とは異なる。

源電荷と試験電荷を順に扱う

点電荷の問題では、次の順序で判断すると混同を避けられる。

1. 源電荷 Q の符号と観測点の位置から、電場 $\vec{E}$ の向きを決める。
2. $E = k\frac{|\,Q\,|}{r^2}$ から電場の大きさを求める。
3. 試験電荷 q の符号を確認し、$\vec{F} = q\vec{E}$ から力の向きを決める。
4. 必要なら $F = |\,q\,|\,E$ で力の大きさを求める。

源電荷の符号と試験電荷の符号は、それぞれ別の判断に使う。

例題 3

真空中で、原点 $x = 0$ に点電荷 $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ を固定する。右向きを x 軸の正方向とし、観測点は $x = +0.30\,\mathrm{m}$ にある。

ただし、$1\,\mathrm{nC} = 10^{-9}\,\mathrm{C}$ とし、試験電荷は源電荷の配置を乱さないものとする。

例題 3(1) 観測点における電場の向きと大きさを求めよ。

例題 3(2) 観測点へ $q = +3.0\,\mu\mathrm{C}$ の試験電荷を置く。受ける電気力の向きと大きさを求めよ。

例題 3(3) 源電荷を $Q = -2.0\,\mathrm{nC}$ に変更し、同じ観測点に $q = -3.0\,\mu\mathrm{C}$ の試験電荷を置く。電場の向きと大きさ、および電気力の向きと大きさを求めよ。

解答・解説　例題 3(1) 正の源電荷から外向きの電場ができる。観測点は源電荷の右側にあるので、電場は右向きである。

距離は $r = 0.30\,\mathrm{m}$ であり、電場の大きさは次のようになる。

$$
\begin{aligned}
E &= k\frac{|\,Q\,|}{r^2} \\
&= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} \\
&= 2.0\times10^{2}\,\mathrm{N/C}
\end{aligned}
$$

したがって、**右向きに** $200\,\mathrm{N/C}$ である。

解答・解説　例題 3(2) 試験電荷は正なので、電気力は電場と同じ右向きになる。

$$
\begin{aligned}
F &= |\,q\,|\,E \\
&= (3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(2.0\times10^{2}\,\mathrm{N/C}) \\
&= 6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

したがって、**右向きに** $6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}$ である。

解答・解説　例題 3(3) 負の源電荷は、観測点から見て左側にある。負の点電荷がつくる電場は源電荷へ向かうので、電場は左向きである。

源電荷の絶対値と距離は例題 3(1)から変わっていないため、電場の大きさは $200\,\mathrm{N/C}$ のままである。

試験電荷も負なので、電気力は電場と逆の右向きになる。その大きさは、

$$
\begin{aligned}
F &= |\,q\,|\,E \\
&= (3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(2.0\times10^{2}\,\mathrm{N/C}) \\
&= 6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

である。

したがって、**電場は左向きに** $200\,\mathrm{N/C}$、**電気力は右向きに** $6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}$ である。

源電荷 Q の符号を変えた段階で電場の向きが変わり、その後、試験電荷 q の負号によって電気力が電場と逆向きになる。

距離を変えると電場の強さはどうなるか

点電荷の電場の大きさは、

$$E = k\frac{|\,Q\,|}{r^2}$$

である。

源電荷の大きさ $|\,Q\,|$ と比例定数 k が同じなら、電場の強さは距離の二乗に反比例する。

例えば、距離を 2 倍にすると、分母は $2^2 = 4$ 倍になるため、電場の強さは $\frac{1}{4}$ 倍になる。

逆に、距離を半分にすると、分母は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 倍になるため、電場の強さは 4 倍になる。

これは、源電荷を変えず、同じ点電荷モデルを使って距離だけを比べた場合の関係である。

例題 4

真空中の原点に $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ の点電荷を固定する。観測点はいずれも原点の右側にある。

例題 4(1) 原点から $0.60\,\mathrm{m}$ の観測点における電場の向きと大きさを求めよ。

例題 4(2) 原点から $0.15\,\mathrm{m}$ の観測点における電場の向きと大きさを求めよ。

例題 4(3) 同じ点電荷について、観測点までの距離を 2 倍にした場合と半分にした場合の、電場の大きさの変化を説明せよ。

解答・解説　例題 4(1) 正の源電荷の右側なので、電場は右向きである。

$$\begin{aligned} E &= k\frac{|\,Q\,|}{r^2} \\ &= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.60\,\mathrm{m})^2} \\ &= 50\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

したがって、**右向きに** $50\,\mathrm{N/C}$ である。

解答・解説　例題 4(2) こちらも正の源電荷の右側なので、電場は右向きである。

$$\begin{aligned} E &= k\frac{|\,Q\,|}{r^2} \\ &= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.15\,\mathrm{m})^2} \\ &= 800\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

したがって、**右向きに** $800\,\mathrm{N/C}$ である。

解答・解説　例題 4(3) 距離を 2 倍にすると電場の大きさは $\frac{1}{4}$ 倍になり、距離を半分にすると 4 倍になる。

実際に、例題 3(1)の $0.30\,\mathrm{m}$ における $200\,\mathrm{N/C}$ と比べると、距離 $0.60\,\mathrm{m}$ では $50\,\mathrm{N/C}$、距離 $0.15\,\mathrm{m}$ では $800\,\mathrm{N/C}$ となっており、この関係と一致する。

点電荷モデルを使う条件

式 $E = k\frac{|Q|}{r^2}$ は、真空中の点電荷による電場を表す式であり、$r > 0$ の場所で用いる。

実際の電荷をもつ物体が有限の大きさをもつ場合、物体の大きさが観測距離に比べて十分小さく、外部電場を点電荷の電場として近似できる条件が必要である。その場合の r は、点電荷とみなした物体の中心から観測点までの距離である。観測点に小さな試験体を置くなら、その中心位置を観測点として扱う。

有限の物体に対して、形や電荷の広がりを無視して常に同じ式を使えるわけではない。また、源電荷自身の位置 $r = 0$ にこの点電荷の式を代入しない。

5. 複数の電荷があるときは電場を重ね合わせる

これまでは、一つの源電荷がつくる電場を扱った。しかし、実際には複数の電荷が存在する場合がある。

このときは、**各源電荷が観測点につくる電場をベクトルとして足し合わせる。**

例えば、二つの源電荷が同じ観測点につくる電場を $\vec{E}_1$、$\vec{E}_2$ とすれば、合成電場 $\vec{E}$ は、

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

である。

電場には向きがあるため、電場の大きさを単純に足せばよいとは限らない。

左右の一直線上なら、右向きを正として、

$$E_x = E_{1x} + E_{2x}$$

と符号付きの成分を足し合わせることができる。

なお、この式に入れるのは**観測点における各源電荷の電場**である。源電荷どうしが受ける力や、観測点に置いた試験電荷自身がつくる電場を加えるわけではない。

同じ向きなら加わり、逆向きなら打ち消し合う

同じ観測点で、一つの電場が右向きに 200 N/C、もう一つも右向きに 200 N/C であれば、合成電場は右向きに 400 N/C となる。

一方、一つが右向きに 200 N/C、もう一つが左向きに 200 N/C なら、合成電場は 0 になる。

合成電場が 0 であるということは、その観測点で各電場が打ち消し合っているということであり、源電荷が存在しないという意味ではない。

例題 5

真空中の x 軸上で、$x = -0.30\,\mathrm{m}$ と $x = +0.30\,\mathrm{m}$ に点電荷を固定する。右向きを正方向とし、観測点は中央の $x = 0$ とする。

例題 5(1) 左右に $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ の源電荷を一つずつ置く。中央の合成電場の x 成分 E_x を求めよ。

例題 5(2) 左側は $Q_1 = +2.0\,\mathrm{nC}$ のまま、右側だけを $Q_2 = -2.0\,\mathrm{nC}$ に変更する。中央の合成電場の向きと大きさを求めよ。

例題 5(3) 例題 5(2)の配置で、中央に $q=-1.0\,\mu\mathrm{C}$ の十分小さい試験電荷を置く。電気力の x 成分 F_x と、その向きを求めよ。

解答・解説　例題 5(1) 左側の正電荷が中央につくる電場は右向き、右側の正電荷が中央につくる電場は左向きである。

それぞれの源電荷から中央までの距離は $0.30\,\mathrm{m}$ であり、電場の大きさは、

$$E_1=E_2=\frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2}$$

$$=200\,\mathrm{N/C}$$

である。

右向きを正とすると、左側からの電場は $+200\,\mathrm{N/C}$、右側からの電場は $-200\,\mathrm{N/C}$ となる。

$$\begin{aligned}E_x&=E_{1x}+E_{2x}\\&=(+200\,\mathrm{N/C})+(-200\,\mathrm{N/C})\\&=0\,\mathrm{N/C}\end{aligned}$$

したがって、**中央の合成電場は** 0 である。

解答・解説　例題 5(2) 左側の正電荷がつくる電場は、中央で右向きのままである。

一方、右側を負電荷に変更すると、その電場は中央から右側の負電荷へ向かうため、こちらも右向きになる。

各電場の大きさは変わらず $200\,\mathrm{N/C}$ である。

$$\begin{aligned}E_x&=E_{1x}+E_{2x}\\&=(+200\,\mathrm{N/C})+(+200\,\mathrm{N/C})\\&=+400\,\mathrm{N/C}\end{aligned}$$

したがって、**右向きに** $400\,\mathrm{N/C}$ である。

解答・解説　例題 5(3) 試験電荷は負なので、電気力は合成電場と逆向きになる。

$$\begin{aligned}F_x&=qE_x\\&=(-1.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(+400\,\mathrm{N/C})\\&=-4.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}\end{aligned}$$

したがって、$F_x=-4.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}$**、左向き**である。

中央の電場は、左右にある二つの源電荷がつくる電場の和で決めた。試験電荷の負号を使うのは、その合成電場から電気力を求める段階である。

直角方向の電場もベクトルとして合成する

電場が左右だけでなく上下にも向いている場合、成分ごとに足し合わせる。

右向きを x 軸の正方向、上向きを y 軸の正方向とする。

例えば、同じ観測点に二つの源電荷がつくる電場が、

$$\vec{E}_1 = (300, 0)\,\mathrm{N/C}$$

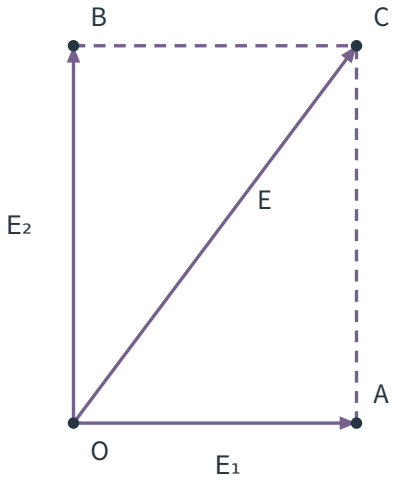
$$\vec{E}_2 = (0, 400)\,\mathrm{N/C}$$

であれば、合成電場は、

$$\vec{E} = (300, 400)\,\mathrm{N/C}$$

となる。

次の図は、この**同じ観測点での電場ベクトルの合成**を示す模式図である。右・上を成分の正方向とし、描画上の 1 単位を 100 N/C に対応させている。$\vec{E}_1$ は右向き 300 N/C、$\vec{E}_2$ は上向き 400 N/C、合成電場 $\vec{E}$ は右上向きで大きさ 500 N/C である。O は共通の観測点、A, B, C はベクトルを描くための補助端点であり、いずれも源電荷ではない。源電荷の位置配置図でも交差した電気力線の図でもなく、破線は合成の作図補助である。負の試験電荷に働く力は合成電場と逆向きだが、この図には電気力の矢印を描いていない。



合成電場の大きさは、直角三角形の斜辺の長さに対応する。三平方の定理により、

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \\ &= \sqrt{(300\,\mathrm{N/C})^2 + (400\,\mathrm{N/C})^2} \\ &= 500\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

である。

$300 + 400 = 700\,\mathrm{N/C}$ としてはいけない。二つの電場は異なる方向を向いているからである。

例題 6

同じ観測点において、二つの源電荷がつくる電場を次のように表す。

$$\vec{E}_1 = (300, 0)\,\mathrm{N/C}$$

$$\vec{E}_2 = (0, 400)\,\mathrm{N/C}$$

x 軸の正方向を右向き、y 軸の正方向を上向きとする。

例題 6(1) 合成電場の二つの成分と、大きさを求めよ。また、合成電場が向く方向を答えよ。

例題 6(2) この観測点に $q = -2.0\,\mu\mathrm{C}$ の十分小さい試験電荷を置く。電気力の二つの成分、向き、大きさを求めよ。

例題 6(3) 二つの電場の大きさ $300\,\mathrm{N/C}$ と $400\,\mathrm{N/C}$ を単純に足して合成電場の大きさを求めることが不適切な理由を説明せよ。

解答・解説　例題 6(1) 成分ごとに足すと、合成電場は次のようになる。

$$E_x = 300\,\mathrm{N/C} + 0\,\mathrm{N/C} = 300\,\mathrm{N/C}$$

$$E_y = 0\,\mathrm{N/C} + 400\,\mathrm{N/C} = 400\,\mathrm{N/C}$$

したがって、

$$\vec{E} = (300, 400)\,\mathrm{N/C}$$

である。

大きさは、

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{(300\,\mathrm{N/C})^2 + (400\,\mathrm{N/C})^2} \\ &= 500\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

となる。

したがって、**合成電場は右上向き、大きさ** $500\,\mathrm{N/C}$ である。

補足すると、向きは正の x 軸から反時計回りに約 53.1° である。ただし、この角度を求めなくても、成分の符号から右上向きと判断できる。

解答・解説　例題 6(2) 電気力は $\vec{F} = q\vec{E}$ であり、負の試験電荷なので、各成分の符号が反転する。

$$\begin{aligned} F_x &= (-2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(300\,\mathrm{N/C}) \\ &= -6.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y &= (-2.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(400\,\mathrm{N/C}) \\ &= -8.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

したがって、

$$\vec{F} = (-6.0 \times 10^{-4}, -8.0 \times 10^{-4})\,\mathrm{N}$$

である。

力の大きさは、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,E \\ &= (2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(500\,\mathrm{N/C}) \\ &= 1.0\times10^{-3}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

となる。

したがって、**電気力は左下向き、大きさ** $1.0\times10^{-3}\,\mathrm{N}$ である。

電気力は左下向きであるが、源電荷がつくる電場は右上向きのままである。

解答・解説　例題 6(3) 二つの電場が互いに直角の方向を向いているからである。

電場はベクトルなので、成分を足し合わせてから大きさを求める必要がある。今回の合成電場の大きさは $500\,\mathrm{N/C}$ であり、$700\,\mathrm{N/C}$ ではない。

6. 試験電荷を取り替えても電場は同じか

電場は、観測点に置いた試験電荷に働く力を利用して定義される。しかし、電場が試験電荷によって新しくつくられるという意味ではない。

右向きに $E=3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C}$ の電場がある場所で、源電荷を固定したまま、十分小さい正の試験電荷を取り替える。

試験電荷 q	電気力の向き	電気力の大きさ F
$+2.0\,\mu\mathrm{C}$	右向き	$0.060\,\mathrm{N}$
$+1.0\,\mu\mathrm{C}$	右向き	$0.030\,\mathrm{N}$

試験電荷の電気量を半分にすると、力も半分になった。

それでも、どちらの場合も正の試験電荷に働く力を電気量で割ると、同じ電場が得られる。

$$\begin{aligned} E &= \frac{0.060\,\mathrm{N}}{2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}} \\ &= 3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

また、

$$\begin{aligned} E &= \frac{0.030\,\mathrm{N}}{1.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}} \\ &= 3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

となる。

したがって、力の大きさが異なることだけを理由に、電場が変化したと判断してはいけない。

電気量が 0 の試験体なら、電場による力は 0 となる。しかし、$\frac{F}{q}$ は計算できず、その事実だけから電場の強さを決めることもできない。

電場を読むときの判断の軸

電場の問題では、「どの電荷が場をつくるのか」「どの場所の場を調べるのか」「その場に置く試験電荷は何か」を分けて考える。

源電荷から電場を決め、複数の源があれば電場をベクトルとして合成する。最後に試験電荷の符号と大きさを使って、受ける電気力を求める。

この順序なら、負の電荷が受ける力を電場そのものと取り違えずに判断できる。

演習問題

演習 1

右向きに $E = 3.0 \times 10^4\,\mathrm{N/C}$ の一様電場がある。源電荷の配置は固定し、試験電荷は電場を乱さないものとする。

演習 1(1) $q = +1.0\,\mu\mathrm{C}$ の試験電荷に働く電気力の向きと大きさを求めよ。

演習 1(2) 試験電荷を $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ に変更する。電気力の大きさは演習 1(1)の何倍になるか。また、電場の大きさは変わるか答えよ。

演習 1(3) 電気量 $q = 0$ の試験体に働く電気力を求めよ。また、この試験体だけを使って $E = \frac{F}{q}$ を計算できるか、理由とともに答えよ。

対応する解説は、末尾の「演習 1 の解答・解説」に示す。

演習 2

右向きを x 軸の正方向とする。

試験電荷 $q = -5.0\,\mu\mathrm{C}$ に、$F_x = +0.015\,\mathrm{N}$ の電気力が働いた。試験電荷は外部電場を乱さないものとする。

演習 2(1) 電場の x 成分 E_x を求めよ。

演習 2(2) 電場の向きと大きさを答えよ。

演習 2(3) 「E_x が負だから、この場所の電場の強さは負である」という説明が誤りである理由を述べよ。

対応する解説は、末尾の「演習 2 の解答・解説」に示す。

©ミライコーチング

演習 3

真空中で原点に点電荷 $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ を固定する。右向きを x 軸の正方向とし、観測点は $x = -0.30\,\mathrm{m}$ にある。

演習 3(1) 観測点における電場の向きと大きさを求めよ。

演習 3(2) この場所へ $q = -3.0\,\mu\mathrm{C}$ の十分小さい試験電荷を置く。電気力の向きと大きさを求めよ。

演習 3(3) 源電荷を $Q = -2.0\,\mathrm{nC}$ に変更し、試験電荷は $q = -3.0\,\mu\mathrm{C}$ のままとする。電場と電気力はそれぞれどちら向きになるか答えよ。大きさは変わるかについても述べよ。

対応する解説は、末尾の「演習 3 の解答・解説」に示す。

演習 4

真空中の原点に、点電荷 $Q = +2.0\,\mathrm{nC}$ を固定する。観測点はいずれも原点の右側にある。

演習 4(1) 原点から $0.30\,\mathrm{m}$ の点における電場の向きと大きさを求めよ。

演習 4(2) 観測点までの距離を $0.60\,\mathrm{m}$ に変更する。電場の大きさを求め、演習 4(1)の何倍になったか答えよ。

演習 4(3) 源電荷が有限の大きさをもつ帯電物体だった場合、その物体を点電荷とみなして同じ式を使うために必要な条件を説明せよ。また、距離 r をどこから測るか述べよ。

対応する解説は、末尾の「演習 4 の解答・解説」に示す。

演習 5

真空中の x 軸上で、$x = -0.30\,\mathrm{m}$ と $x = +0.30\,\mathrm{m}$ に二つの点電荷を固定する。右向きを正方向とし、観測点は中央の $x = 0$ である。

演習 5(1) 左右に $Q = +1.0\,\mathrm{nC}$ の源電荷を一つずつ置く。中央の合成電場の x 成分を求めよ。

演習 5(2) 左側を $Q_1 = +1.0\,\mathrm{nC}$ のまま、右側だけを $Q_2 = -1.0\,\mathrm{nC}$ にする。中央の合成電場の向きと大きさを求めよ。

演習 5(3) 演習 5(2)の中央へ $q = +2.0\,\mu\mathrm{C}$ の十分小さい試験電荷を置く。受ける電気力の向きと大きさを求めよ。

対応する解説は、末尾の「演習 5 の解答・解説」に示す。

©ミライコーチング

演習 6

同じ観測点において、二つの源電荷がつくる電場が次のように与えられている。

$$\vec{E}_1 = (120,\,0)\ \mathrm{N/C}$$

$$\vec{E}_2 = (0,\,-160)\ \mathrm{N/C}$$

右向きを x 軸の正方向、上向きを y 軸の正方向とする。

演習 6(1) 合成電場の成分、向き、大きさを求めよ。

演習 6(2) この場所へ $q = -5.0\,\mu\mathrm{C}$ の十分小さい試験電荷を置く。電気力の二つの成分、向き、大きさを求めよ。

演習 6(3) 試験電荷を正の電荷に取り替えると、源電荷の配置を固定していても合成電場の向きが反転するか。理由とともに答えよ。

対応する解説は、末尾の「演習 6 の解答・解説」に示す。

演習 7

電気力線に関する次の説明のうち、**正しいものを一つ**選べ。

演習 7(1) 次のア〜エから正しい説明を一つ選び、記号で答えよ。

- ア　電気力線の本数は、電場をつくる源電荷の個数と必ず等しい。
- イ　電場の方向が一つに定まる点でも、異なる向きの電気力線が交差することがある。
- ウ　同じ描画規約の電気力線では、線が密な場所ほど電場が強いことを表す。
- エ　電気力線は荷電粒子が必ず通る軌道なので、粒子の初めの速度によらず、その線に沿って運動する。

演習 7(2) 一様電場の電気力線と、正の点電荷一つがつくる放射状電場の電気力線について、向きと強さが場所によって変化するかという観点から、違いを説明せよ。

演習 7(3) 電気力線の矢印が右向きの点に、十分小さい負の試験電荷を置く。この試験電荷が受ける電気力の向きを答えよ。また、電場そのものの向きが変化するか述べよ。

対応する解説は、末尾の「演習 7 の解答・解説」に示す。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

解答・解説　演習 1(1) 電気力は右向きで、大きさは $0.030\,\mathrm{N}$ である。

正の試験電荷なので、力の向きは電場と同じになる。

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,E \\ &= (1.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C}) \\ &= 3.0\times10^{-2}\,\mathrm{N} \\ &= 0.030\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

解答・解説　演習 1(2) 電気力の大きさは 2 **倍**になり、電場の大きさは変わらない。

試験電荷の電気量は $+1.0\,\mu\mathrm{C}$ から $+2.0\,\mu\mathrm{C}$ へ 2 倍になった。

$$\begin{aligned} F &= (2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C}) \\ &= 0.060\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

源電荷の配置と観測点は同じであり、試験電荷は十分小さいため、外部電場は引き続き右向き $3.0\times10^{4}\,\mathrm{N/C}$ である。

解答・解説　演習 1(3) 電気力は $0\,\mathrm{N}$ であり、この試験体だけでは $E=\frac{F}{q}$ を計算できない。

$q=0$ なので $\vec{F}=q\vec{E}=\vec{0}$ となる。一方、$\frac{F}{q}$ に代入すると 0 で割ることになり、電場を求める計算として成立しない。

電気力が 0 であることと、その場所の電場が 0 であることは同じではない。

演習 2 の解答・解説

解答・解説　演習 2(1) 電場の x 成分は $E_x=-3.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}$ である。

$F_x=qE_x$ から、

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{F_x}{q} \\ &= \frac{+0.015\,\mathrm{N}}{-5.0\times10^{-6}\,\mathrm{C}} \\ &= -3.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

となる。

解答・解説　演習 2(2) 電場は左向きで、大きさは $3.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}$ である。

右向きを正方向としているため、$E_x<0$ は左向きを示す。負の試験電荷が右向きの力を受けたことと一致する。

解答・解説　演習 2(3) 負号は電場の向きを示すものであり、電場の大きさが負という意味ではないからである。

電場の大きさは $E=|\,\vec{E}\,|$ であり、0 以上の値をとる。今回の一次元の電場では、$E=|\,E_x\,|=3.0\times10^{3}\,\mathrm{N/C}$ となる。

演習 3 の解答・解説

解答・解説　演習 3(1) 電場は左向きで、大きさは $200\,\mathrm{N/C}$ である。

源電荷は正であり、電場は源電荷から外向きになる。観測点は原点の左側なので、電場は左向きである。

$$
\begin{aligned}
E &= k\frac{|\,Q\,|}{r^2} \\
&= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} \\
&= 200\,\mathrm{N/C}
\end{aligned}
$$

右向きを正方向とするなら、$E_x = -200\,\mathrm{N/C}$ である。

解答・解説　演習 3(2) 電気力は右向きで、大きさは $6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}$ である。

試験電荷が負なので、力は左向きの電場と逆向きになる。

$$
\begin{aligned}
F &= |\,q\,|\,E \\
&= (3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(200\,\mathrm{N/C}) \\
&= 6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

符号付きで確かめても、

$$
\begin{aligned}
F_x &= (-3.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(-200\,\mathrm{N/C}) \\
&= +6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

となり、右向きである。

解答・解説　演習 3(3) 電場は右向き、電気力は左向きになり、どちらの大きさも変更前と同じである。

源電荷を負にすると、その電場は源電荷へ向かう。観測点は源電荷の左側なので、電場は右向きになる。

試験電荷は負のままなので、電気力は電場と逆の左向きである。

源電荷の絶対値、試験電荷の絶対値、源から観測点までの距離は変わらない。したがって、電場の大きさは $200\,\mathrm{N/C}$、電気力の大きさは $6.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}$ のままである。

©ミライコーチング

演習 4 の解答・解説

解答・解説　演習 4(1) 電場は右向きで、大きさは 200 N/C である。

正の源電荷の右側なので、電場は外向き、すなわち右向きになる。

$$
\begin{aligned}
E &= k\frac{|\,Q\,|}{r^2} \\
&= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2} \\
&= 200\,\mathrm{N/C}
\end{aligned}
$$

解答・解説　演習 4(2) 電場の大きさは 50 N/C であり、演習 4(1)の $\frac{1}{4}$ 倍になった。

距離は 0.30 m から 0.60 m へ 2 倍になっている。点電荷の電場は距離の二乗に反比例するため、電場の大きさは $\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$ 倍になる。

$$
\begin{aligned}
E &= \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(2.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.60\,\mathrm{m})^2} \\
&= 50\,\mathrm{N/C}
\end{aligned}
$$

観測点は引き続き源電荷の右側にあるので、電場の向きは右向きである。

解答・解説　演習 4(3) 帯電物体の大きさが観測距離より十分小さく、その外部電場を中心に置いた点電荷の電場として近似できることが必要である。

この近似ができる場合、r は**帯電物体の中心から観測点までの距離**として扱う。試験体にも有限の大きさがあるなら、その大きさが十分小さい場合に中心位置を観測点とする。

有限の物体であれば無条件に点電荷の式を使えるわけではない。

演習 5 の解答・解説

解答・解説　演習 5(1) 中央の合成電場は $E_x = 0\,\mathrm{N/C}$ である。

各源電荷から中央までの距離は $0.30\,\mathrm{m}$ である。各源がつくる電場の大きさは、

$$E_1 = E_2 = \frac{(9.0\times10^{9}\,\mathrm{N\,m^2/C^2})(1.0\times10^{-9}\,\mathrm{C})}{(0.30\,\mathrm{m})^2}$$

$$= 100\,\mathrm{N/C}$$

となる。

左側の正電荷からは右向き、右側の正電荷からは左向きの電場が中央に生じる。

$$E_x = (+100\,\mathrm{N/C}) + (-100\,\mathrm{N/C})$$

$$= 0\,\mathrm{N/C}$$

大きさが等しく向きが反対なので、打ち消し合う。

解答・解説　演習 5(2) 合成電場は右向きで、大きさは $200\,\mathrm{N/C}$ である。

左側の正電荷が中央につくる電場は右向きである。右側の負電荷が中央につくる電場も、右側の源電荷へ向かうため右向きである。

それぞれの大きさは $100\,\mathrm{N/C}$ なので、

$$E_x = (+100\,\mathrm{N/C}) + (+100\,\mathrm{N/C})$$

$$= +200\,\mathrm{N/C}$$

となる。

解答・解説　演習 5(3) 電気力は右向きで、大きさは $4.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}$ である。

試験電荷は正なので、力は合成電場と同じ向きである。

$$F_x = qE_x$$

$$= (+2.0\times10^{-6}\,\mathrm{C})(+200\,\mathrm{N/C})$$

$$= +4.0\times10^{-4}\,\mathrm{N}$$

正の x 成分なので右向きとなる。

なお、中央の合成電場を求めるとき、二つの源電荷が互いに受ける力を追加していない。電場の合成では、あくまで各源電荷が観測点につくる電場を足している。

演習 6 の解答・解説

解答・解説　演習 6(1) 合成電場は右下向きで、大きさは $200\,\mathrm{N/C}$ である。

成分ごとに加えると、

$$E_x = 120\,\mathrm{N/C} + 0\,\mathrm{N/C} = 120\,\mathrm{N/C}$$

$$E_y = 0\,\mathrm{N/C} - 160\,\mathrm{N/C} = -160\,\mathrm{N/C}$$

となる。

したがって、

$$\vec{E} = (120, -160)\,\mathrm{N/C}$$

である。

大きさは、

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{(120\,\mathrm{N/C})^2 + (-160\,\mathrm{N/C})^2} \\ &= \sqrt{40000}\,\mathrm{N/C} \\ &= 200\,\mathrm{N/C} \end{aligned}$$

となる。

x 成分が正で y 成分が負なので、向きは右下である。

解答・解説　演習 6(2) 電気力の成分は $F_x = -6.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{N}$、$F_y = +8.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{N}$ であり、左上向きである。大きさは $1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N}$ となる。

$\vec{F} = q\vec{E}$ より、

$$\begin{aligned} F_x &= (-5.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(120\,\mathrm{N/C}) \\ &= -6.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{N} \\ F_y &= (-5.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(-160\,\mathrm{N/C}) \\ &= +8.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

である。

x 成分が負、y 成分が正なので、電気力は左上向きとなる。

力の大きさは、

$$\begin{aligned} F &= |\,q\,|\,E \\ &= (5.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(200\,\mathrm{N/C}) \\ &= 1.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

である。

解答・解説　演習 6(3) 合成電場の向きは反転しない。

源電荷の配置と観測点が同じで、十分小さい試験電荷を取り替えるだけなら、外部電場は変わらない。

正の試験電荷に取り替えると、電気力は電場と同じ右下向きになる。しかし、合成電場そのものは引き続き右下向きである。

負の試験電荷で力が逆向きになることと、電場が逆向きになることを区別する必要がある。

演習 7 の解答・解説

解答・解説　演習 7(1) 正しい選択肢は **ウ** である。

各選択肢を確認する。

- **ア：誤り**。 電気力線の本数は描画上の選択であり、源電荷の個数とは一致しない。線の本数から電荷の個数を読み取ることはできない。
- **イ：誤り**。 電場の向きが一つに定まる点では、そこを通る電気力線の接線方向も一つに定まる。異なる方向の電気力線がその点で交差することはない。
- **ウ：正しい**。 同じ描画規約で線の密度を比較するなら、線が密な場所ほど電場が強いことを表す。規約が異なる図どうしでは、線の密度だけを比べて強さを決めてはいけない。
- **エ：誤り**。 電気力線は電場の方向を表すための線であり、荷電粒子の軌道ではない。粒子が受ける力の向きは試験電荷の符号にも依存し、実際の進み方は初めの速度などの条件にも関係する。

解答・解説　演習 7(2) 一様電場では、どの場所でも電場の向きと強さが同じである。一方、正の点電荷一つによる電場では、向きは源電荷から外向きの放射状になり、強さは距離によって変化する。

一様電場は、平行で等間隔の電気力線によって表せる。

正の点電荷の電場は、源電荷から外へ向かう電気力線で表す。同じ描画規約では、源から遠くなるほど線の密度が小さくなるように描き、電場が弱くなる様子を示せる。

電場の強さは点電荷からの距離の二乗に反比例するので、点電荷の放射状電場を一様電場とみなすことはできない。

解答・解説　演習 7(3) 負の試験電荷に働く電気力は左向きであり、電場そのものは右向きのままである。

電気力線の矢印は電場の向きを示す。負の試験電荷は電場と逆向きの力を受けるため、力は左向きとなる。

試験電荷が十分小さく源電荷の配置を乱さないなら、試験電荷を置いたことによって外部電場の向きが変わることはない。

©ミライコーチング