第 094 講 抵抗を決めるもの

同じ電圧を加えても、細い導線と太い導線では流れる電流が異なることがある。第 093 講で扱った抵抗 $R = \frac{V}{I}$ は電流の流れにくさを表すが、その値は何によって決まるのだろうか。材料の中で電荷がどのように動くかを知り、材料・長さ・太さ・温度という四つの観点で考える。

この講でできるようになること

- 金属内の自由電子の平均移動と電流の向きを区別し、導体・半導体・絶縁体の特徴を説明できる。
- 抵抗 R と抵抗率 ρ を区別し、長さ・断面積・材料の条件から抵抗を計算できる。
- 導線の太さ、体積を保つ伸長、R–ℓ グラフの違いを、固定した条件とともに判断できる。
- 基準温度を指定した近似式を用い、金属と典型的な半導体の温度依存を区別できる。

1. 金属の中で電流を担うもの

自由電子と電流の向き

金属原子の一部の電子は、特定の原子に強く結びつかず、金属全体を動き回る。このような電子を**自由電子**という。金属の正イオンは格子をつくる位置の周りで振動しており、電流が流れたからといって正イオン全体が導線の端まで移動するわけではない。

電場をかけないときにも、自由電子は乱雑に運動する。しかし、移動方向がばらばらなので、一方向への正味の電流は生じない。電場をかけると、乱雑な運動に加えて、負の電荷をもつ電子が電場と**逆向きに平均として少しずつ移動**する。

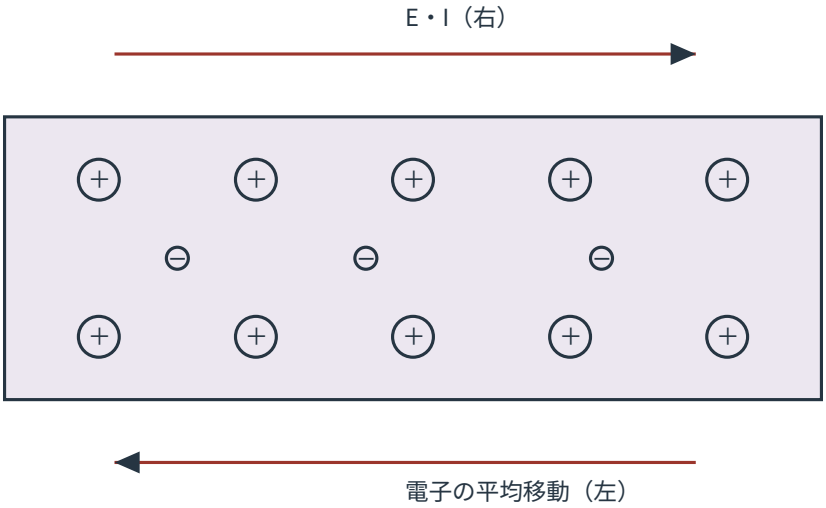


図 1　金属の自由電子。乱雑な運動と平均移動を区別する。

電流 I の正方向は、正の電荷が動く向きとして約束する。したがって金属中の慣用電流は電場 $\vec{E}$ と同じ向きであり、自由電子の平均移動とは逆向きである。図の粒子数・間隔・矢印は考え方を示す模式表現で、電子の実際の軌道や密度・衝突回数を測定したものではない。

自由電子は金属内の構造や振動などの影響を受け、進行方向が変化する。このような**散乱**が電流の流れにくさに関係する。抵抗があるから電子そのものが使い切られる、という意味ではない。

導体・半導体・絶縁体

物質によって、電荷を運ぶ粒子がどれだけ移動しやすいかは異なる。

分類	電気的な特徴	例
導体	電荷が移動しやすく、電流が流れやすい	銅、アルミニウム
半導体	温度・光・不純物などの条件で電気的性質が大きく変化する	シリコン（Si）
絶縁体	通常の条件では電荷が移動しにくい	ガラス、ゴム

絶縁体にも電子は存在する。ただし、金属の自由電子のように動ける電荷が通常の条件では少ないため、電流が流れにくい。半導体では電子のほか、電子が抜けた場所を正の電荷の担い手のように扱う**正孔**が電流に関わることもある。金属の自由電子の図だけで、すべての材料の内部を説明することはできない。

材料を見分ける視点

「導体・半導体・絶縁体」は、単に抵抗の大きさを小・中・大の順に並べた名前ではない。特に半導体は、温度や光などにより電気の流れやすさが大きく変わる性質に注目する。

2. 抵抗は材料と形状の両方で決まる

抵抗率という材料の性質

同じ材料でできた一様な導線でも、長いものほど電流は流れにくく、太いものほど流れやすい。この関係を表すには、材料そのものの流れにくさと、導線の形を分ける必要がある。

抵抗と抵抗率

材料が一様で、どの位置でも電流に垂直な断面積 S が一定の導体について、長さを ℓ、材料の**抵抗率**を ρ とすると、端面間の抵抗 R は

$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

で表される。接触部分や測定用リード線の抵抗は無視し、比較する温度も指定する。

- R：この導体の抵抗。単位は Ω（オーム）。
- ρ：材料の抵抗率。単位は $\Omega \cdot \mathrm{m}$（オームメートル）。
- ℓ：電流が進む方向に沿った長さ。単位は m。
- S：電流に垂直な断面積。単位は m^2。

式の単位を確かめると、$(\Omega \cdot \mathrm{m}) \times \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^2} = \Omega$ となる。抵抗率 ρ は同じ材料・同じ温度なら形を変えても同じ値として扱うが、抵抗 R は長さや断面積でも変わる。

長さと断面積は逆向きに効く

材料と温度を同じに保ち、ほかの形状条件を固定して一つだけ変えると、次のように判断できる。

- 断面積 S が一定のまま長さ ℓ が 2 倍になれば、抵抗 R は 2 倍になる。
- 長さ ℓ が一定のまま断面積 S が 2 倍になれば、抵抗 R は半分になる。

©ミライコーチング

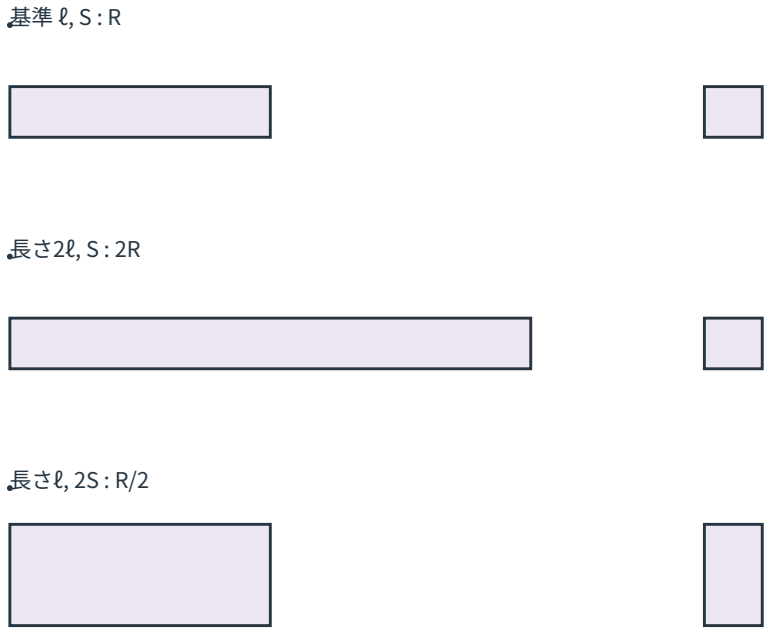


図 2　左：側面。右：断面。R=ρℓ/S、材料と温度は同じ。

図の左は導線の側面、右は端から見た断面である。下段の導線は幅を同じにして断面の高さを 2 倍にしているので、面積も 2 倍になる。「側面で太く見える」ことだけで断面積を決めず、電流に垂直な面を考える。

円形の断面をもつ導線では、半径を r、直径を $d = 2r$ とすると、

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

である。半径や直径が 2 倍になると、断面積は 2 倍ではなく 4 倍になる。

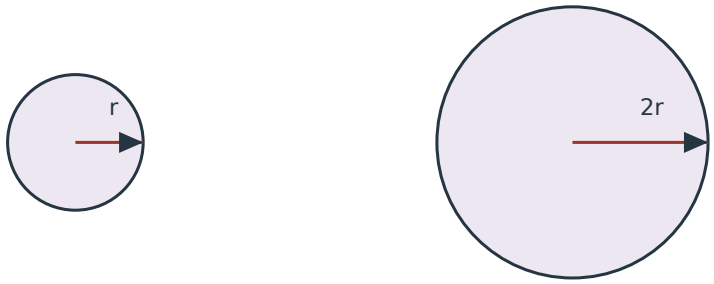


図 3　半径 r と 2r の断面。長さは同じ、面積比 1:4、抵抗比 4:1。

図は同じ長さの二本を端から見た断面である。右の半径は左の 2 倍なので、面積比は 1 : 4、抵抗比は 4 : 1 となる。同じ材料・温度・長さという条件を外して、太さだけで抵抗を断定することはできない。

面積の単位は二乗で換算する

細い導線では断面積が mm^2 で与えられることが多い。$1\,\mathrm{mm} = 10^{-3}\,\mathrm{m}$ なので、面積は両辺を二乗して

$$1\,\mathrm{mm}^2 = \left(10^{-3}\,\mathrm{m}\right)^2 = 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$$

となる。例えば $0.50\,\mathrm{mm}^2 = 5.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^2$ である。長さだけの換算率 10^{-3} を、そのまま面積に使わない。

伸ばすときには断面積も変わる

「長さを 3 倍にする」という言葉には、断面積を一定にした別の導体を比べる場合と、もとの導線を引き伸ばす場合がある。両者は同じ操作ではない。

体積 $V = \ell S$ を一定に保って一様に引き伸ばし、材料・温度・抵抗率が変わらないと仮定するなら、長さを 3 倍にすると断面積は $\frac{1}{3}$ 倍になる。

量	伸ばす前	伸ばした後
長さ	ℓ	3ℓ
断面積	S	$\frac{S}{3}$
体積	ℓS	$(3\ell)\left(\frac{S}{3}\right) = \ell S$
抵抗	R	$9R$

実際の加工では抵抗率が変わることもある。ここでは、**体積保存・一様な変形・抵抗率一定**という理想化の下で比較している。

3. 温度で材料の流れにくさは変わる

金属では、一般に温度が高くなると正イオンの格子振動が激しくなり、自由電子が散乱されやすくなる。そのため、通常の温度範囲で抵抗率は増える傾向にある。材料の抵抗率が変われば、形が同じ導線の抵抗も変わる。

温度係数を用いた近似

基準温度を θ_0、その温度での抵抗率を ρ_0、温度を θ とする。対象の限られた温度範囲で温度係数 α を一定とみなせるとき、次の一次近似を用いる。

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$$

また、熱膨張などによる長さと断面積の変化を無視するなら、基準温度での抵抗を R_0 として

$$R = R_0[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$$

となる。温度差は $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ であり、α の単位は K^{-1}（温度差 1℃あたりを表す場合は /℃）である。温度差 50 K と温度差 50℃は同じ大きさである。

この近似を使うときは、必ず基準温度と使える温度範囲を確認する。例えば 20℃が基準なら、70℃での差は 70℃ではなく 50℃である。温度係数を与えられたまま、基準温度だけを勝手に変えてはならない。

一方、シリコンなどの典型的な半導体には、温度上昇によって電流を担う粒子（キャリア）が増え、抵抗率が小さくなる温度領域がある。これは金属と逆向きの傾向であり、どの物質にも同じ正の温度係数を当てはめてよいわけではない。

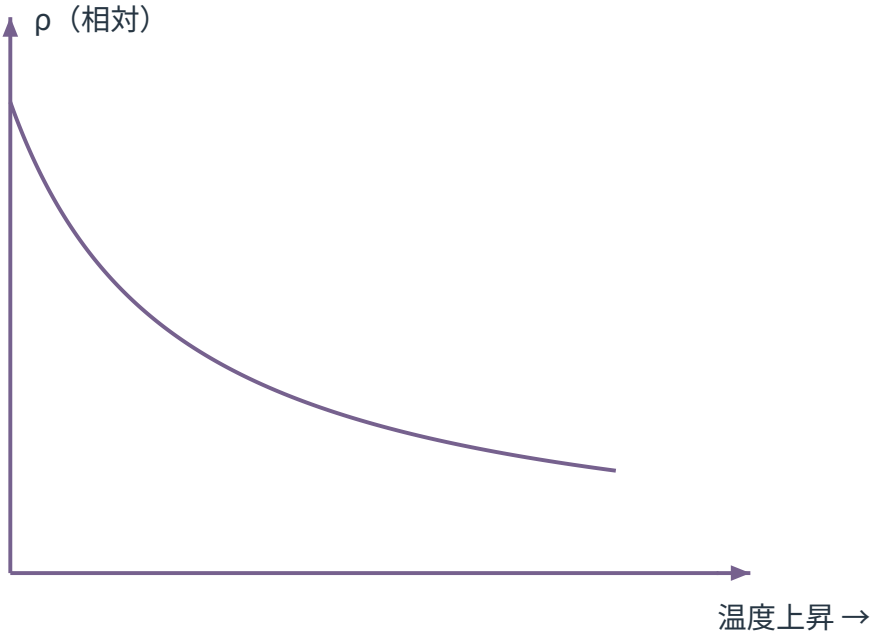


図 4　半導体の典型的傾向の模式図。数値・比例関係を読み取らない。

この曲線は温度が上がるにつれて抵抗率が下がる場合の**定性的な模式図**である。軸に数値目盛はなく、曲線の高さから抵抗率の実数値や決まった比例式を読み取ることはできない。すべての半導体があらゆる温度で単調に下がるとも限らない。

抵抗と電流を比較する条件

抵抗が温度によって変わっても、電流がどう変わるかは回路の条件で決まる。例えば導体の両端にかかる電圧 V が一定なら $I = \frac{V}{R}$ より、抵抗が大きくなると電流は小さくなる。一方、電流を一定に制御する場合は、抵抗が変わると必要な電圧が変わる。

4. 例題で判断の順序を確かめる

例題 1

一様な導線の抵抗率は $1.0 \times 10^{-6}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$、長さは $2.0\,\mathrm{m}$、断面積は $0.50\,\mathrm{mm^2}$ である。以下では温度を一定とし、端面間の抵抗だけを考える。

例題 1(1) 断面積を $\mathrm{m^2}$ で表せ。

例題 1(2) もとの導線の抵抗を求めよ。

例題 1(3) 材料・温度・断面積はそのままで、長さだけ $4.0\,\mathrm{m}$ にした別の導線の抵抗を求めよ。

例題 1(4) 材料・温度・長さをもとの条件に戻し、断面積だけ $1.0\,\mathrm{mm^2}$ にした別の導線の抵抗を求めよ。

例題 1(1)の解答・解説　$1\,\mathrm{mm^2} = 10^{-6}\,\mathrm{m^2}$ より、$S = 0.50 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2} = 5.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m^2}$ である。

例題 1(2)の解答・解説　抵抗率と長さを掛け、断面積で割る。

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{\rho \ell}{S} \\
&= \frac{(1.0 \times 10^{-6}\,\Omega\cdot\mathrm{m})(2.0\,\mathrm{m})}{5.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m^2}} \\
&= 4.0\,\Omega
\end{aligned}
$$

例題 1(3)の解答・解説　同材同温・断面積一定で長さが 2 倍になったので、$R = 4.0\,\Omega \times 2 = 8.0\,\Omega$ となる。

例題 1(4)の解答・解説　同材同温・長さ一定で断面積が 2 倍になったので、$R = 4.0\,\frac{\Omega}{2} = 2.0\,\Omega$ となる。(3)と(4)は別々の比較であり、長さと面積を同時に変えたわけではない。

例題 2

以下の二つの操作は互いに独立とする。接触抵抗は無視する。

例題 2(1) 同じ材料・同じ温度・同じ長さの円柱導体で、半径だけ 2 倍にする。もとの抵抗が $4.0\,\Omega$ のとき、新しい抵抗を求めよ。

例題 2(2) 別の一様な導線の抵抗は $2.0\,\Omega$ である。この導線を体積一定で一様に長さ 3 倍へ伸ばし、材料・温度・抵抗率は変わらないとする。伸長後の断面積と抵抗の倍率、および抵抗を求めよ。

例題 2(3) 例題 2(2)と異なり、断面積を変えずに長さだけ 3 倍の導線を用意するなら、同材同温で抵抗はいくらになるか。

例題 2(1)の解答・解説　$S=\pi r^2$ から半径 2 倍で断面積は 4 倍。同じ長さ・抵抗率では抵抗が $\frac{1}{4}$ 倍になるため、$4.0\,\frac{\Omega}{4}=1.0\,\Omega$ である。

例題 2(2)の解答・解説　体積 ℓS が一定で長さが 3 倍なので、断面積は $\frac{1}{3}$ 倍である。

$$\frac{R'}{R}=\frac{\rho\frac{3\ell}{\frac{S}{3}}}{\rho\frac{\ell}{S}}$$

$$=3\times 3=9$$

したがって $R'=2.0\,\Omega\times 9=18\,\Omega$ である。

例題 2(3)の解答・解説　断面積一定なら長さの 3 倍だけが効くので、$R'=2.0\,\Omega\times 3=6.0\,\Omega$ となる。体積一定で伸ばす場合とは固定条件が違う。

例題 3

同じ材料・同じ温度、断面積 $S = 0.50\,\mathrm{mm}^2$ の導線について、長さ ℓ と抵抗 R の関係が、$(1.0\,\mathrm{m}, 2.0\,\Omega)$ と $(2.0\,\mathrm{m}, 4.0\,\Omega)$ を通る直線で表された。接触抵抗は無視する。

例題 3(1) この直線の傾きを求め、その物理的意味を答えよ。

例題 3(2) 材料の抵抗率を求めよ。

例題 3(3) 長さ $2.5\,\mathrm{m}$ のときの抵抗を求めよ。

例題 3(1)の解答・解説　二点の差から傾きは

$$\frac{4.0\,\Omega - 2.0\,\Omega}{2.0\,\mathrm{m} - 1.0\,\mathrm{m}} = 2.0\,\Omega/\mathrm{m}$$

となる。$R = \left(\frac{\rho}{S}\right)\ell$ であり、傾きは $\frac{\rho}{S}$、つまり「長さを $1\,\mathrm{m}$ 増やしたときの抵抗の増加量」である。傾きの単位は Ω/m であり、抵抗率の単位 $\Omega\cdot\mathrm{m}$ とは異なる。

例題 3(2)の解答・解説　断面積を $S = 5.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}^2$ として、

$$\rho = (2.0\,\Omega/\mathrm{m})\left(5.0\times10^{-7}\,\mathrm{m}^2\right)$$

$$= 1.0\times10^{-6}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$$

である。

例題 3(3)の解答・解説　同材同温、断面積一定では $\frac{R}{\ell}$ が一定なので、$R = (2.0\,\Omega/\mathrm{m})(2.5\,\mathrm{m}) = 5.0\,\Omega$ となる。

©ミライコーチング

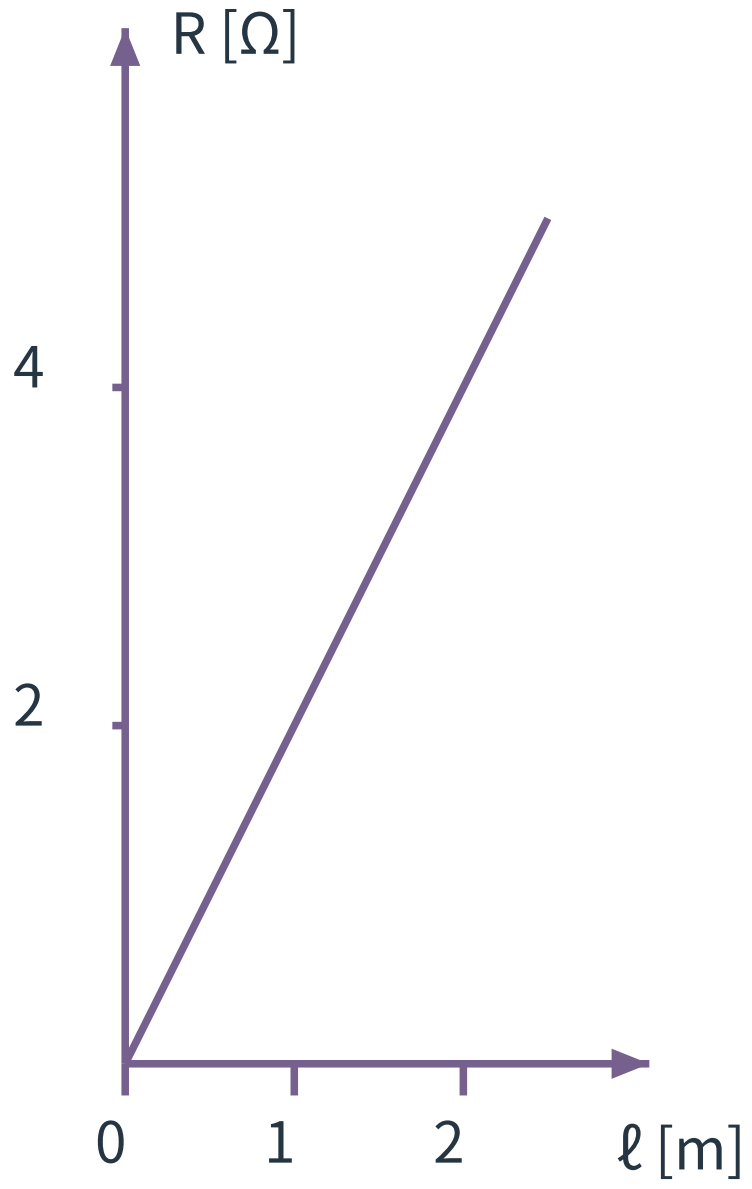


図 5　固定 S・同材同温の R–ℓ直線。傾きは抵抗率そのものではない。

このグラフでは横軸が長さ ℓ（m）、縦軸が抵抗 R（Ω）であり、傾きは $2.0\,\Omega/\mathrm{m}$ である。原点は長さ 0 への理想的な外挿で、端子の接触抵抗などは含めていない。傾きそのものを抵抗率と読まず、断面積を掛ける。

例題 4

一定の形状を保つ金属導線について、20℃での抵抗を $R_0 = 10\,\Omega$、この 20℃を基準とする温度係数を $\alpha = 0.004\,\mathrm{K}^{-1}$ とする。20〜70℃に限って一次近似が使え、長さ・断面積の温度変化を無視できるとする。

例題 4(1) 70℃での抵抗を求めよ。

例題 4(2) 20℃から 70℃で抵抗が何 % 増えたか求めよ。

例題 4(3) 両端の電圧を常に 12 V に保つとき、20℃と 70℃での電流をそれぞれ求めよ。

例題 4(4) 同じ条件で抵抗率 ρ は基準温度の抵抗率 ρ_0 の何倍か答えよ。

例題 4(1)の解答・解説　基準からの温度差は $70℃ - 20℃ = 50℃$（差として 50 K）である。したがって

$$\begin{aligned} R &= R_0(1 + \alpha\Delta\theta) \\ &= (10\,\Omega)\left[1 + \left(0.004\,\mathrm{K}^{-1}\right)(50\,\mathrm{K})\right] \\ &= 12\,\Omega \end{aligned}$$

となる。α に絶対的な 70℃を掛けてはならない。

例題 4(2)の解答・解説　増加量は $12\,\Omega - 10\,\Omega = 2\,\Omega$ だから、$2\,\frac{\Omega}{10\,\Omega} \times 100\% = 20\%$ の増加である。

例題 4(3)の解答・解説　電圧が一定なので $I = \frac{V}{R}$ を使う。20℃では $I_0 = 12\,\frac{\mathrm{V}}{10\,\Omega} = 1.2\,\mathrm{A}$、70℃では $I = 12\,\frac{\mathrm{V}}{12\,\Omega} = 1.0\,\mathrm{A}$ となる。抵抗の増加とともに電流は減る。

例題 4(4)の解答・解説　$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \left(0.004\,\mathrm{K}^{-1}\right)(50\,\mathrm{K}) = 1.2$ である。寸法一定なので抵抗率と抵抗の増加割合は等しい。

©ミライコーチング

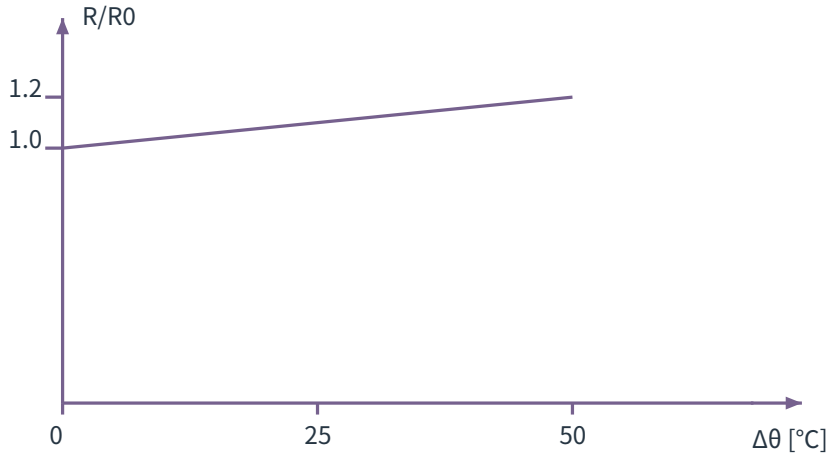


図 6　金属の温度依存：この条件の限定直線近似。

ここで、実際の抵抗値 R（Ω）を縦軸に取ったと考えると、温度差 $\Delta\theta$（℃）との対応は $(0, 10)$ と $(50, 12)$ である。一方、**上の実図の縦軸は無次元の** $\frac{R}{R_0}$ なので、対応点は $(0, 1.0)$ と $(50, 1.2)$ になる。$R_0 = 10\,\Omega$ で割って表示しただけで、示す物理状態は同じである。横軸の 0 は基準の 20℃を意味し、0℃や絶対零度を表さない。

5. 演習問題

各小問の答えと理由は、巻末の同じ番号の「演習 N(k)の解答・解説」に対応する。例えば演習 2(3) は「演習 2 の解答・解説」にある演習 2(3)を参照する。

演習 1

金属の自由電子モデルと材料の分類について考える。

演習 1(1) 金属の自由電子は、電場を加えていないときにも乱雑に動く。この乱雑な運動だけで一定方向への正味の電流が生じるか。理由とともに答えよ。

演習 1(2) 金属の中に右向きの電場をかける。自由電子の平均移動、慣用電流、金属の正イオンの運動をそれぞれ説明せよ。

演習 1(3) 「絶縁体には電子が存在しない」「半導体は抵抗が導体と絶縁体のちょうど中間にある材料である」という説明の問題点をそれぞれ答えよ。

演習 2

一様な導線について、抵抗率 $2.0 \times 10^{-6}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$、長さ $3.0\,\mathrm{m}$、断面積 $1.5\,\mathrm{mm}^2$ とする。温度は一定で、端面間の抵抗だけを考える。

演習 2(1) 断面積を m^2 に換算せよ。

演習 2(2) この導線の抵抗を求めよ。

演習 2(3) 同じ材料・温度・長さで、断面積だけ $3.0\,\mathrm{mm}^2$ にした別の導線の抵抗を求めよ。

©ミライコーチング

演習 3

同じ材料・温度・長さの二本の円柱導体 A、B がある。A の半径は 0.50 mm、B の直径は 2.0 mm とし、A の抵抗は 8.0 Ω である。

演習 3(1) A と B の半径の比および断面積の比 $\frac{S_B}{S_A}$ を求めよ。

演習 3(2) B の抵抗を求めよ。

演習 3(3) 半径の比だけを用いて抵抗比を $\frac{1}{2}$ とする判断が誤りである理由を説明せよ。

演習 4

一様な導線を、体積が変わらないように一様に引き伸ばし、長さをもとの 2 倍にした。材質・温度・抵抗率は変わらない理想条件とし、もとの抵抗は 3.0 Ω である。

演習 4(1) 伸ばした後の断面積はもとの何倍か。

演習 4(2) 伸ばした後の抵抗はもとの何倍か。また抵抗を求めよ。

演習 4(3) 「長さを 2 倍にしたから抵抗も 2 倍」とする説明で欠けている条件を述べよ。

演習 5

同じ材料・同じ温度、断面積 0.80 mm^2 の一様な導線について、接触抵抗を無視すると、R–ℓ グラフは $(1.0\,\mathrm{m}, 1.5\,\Omega)$ と $(3.0\,\mathrm{m}, 4.5\,\Omega)$ を通る直線となった。

演習 5(1) グラフの傾きを単位付きで求めよ。

演習 5(2) 抵抗率を単位付きで求めよ。

演習 5(3) この傾きと抵抗率を同じ数値・同じ単位の量だと考えてよいか。理由を答えよ。

演習 6

同じ温度にある一様な導線 A と B について、抵抗率は $\frac{\rho_B}{\rho_A} = 4$、長さは $\frac{\ell_B}{\ell_A} = \frac{1}{2}$、断面積は $\frac{S_B}{S_A} = 2$ である。材料は一様で、端面間の抵抗を比較する。

演習 6(1) 抵抗比 $\frac{R_B}{R_A}$ を求めよ。

演習 6(2) A の抵抗が 6.0 Ω の場合、B の抵抗を求めよ。

演習 6(3) 「B は抵抗率が 4 倍だから、抵抗も 4 倍である」とはいえない理由を説明せよ。

演習 7

ある金属導線の抵抗は 20℃で 15 Ω であり、この温度を基準とする温度係数は $0.004\,\mathrm{K^{-1}}$ である。20〜70℃では一次近似が成り立ち、熱膨張による寸法変化を無視できるとする。

演習 7(1) 70℃での抵抗を求めよ。

演習 7(2) この温度変化による抵抗率の倍率を求めよ。

演習 7(3) 両端に常に 9.0 V を加えるとき、20℃と 70℃の電流をそれぞれ求めよ。また電流の増減を答えよ。

演習 8

金属導線とシリコンなどの半導体の、温度変化に対する典型的な挙動を考える。半導体については、温度上昇で電流を担う粒子が増え、抵抗率が低下する温度領域を想定する。

演習 8(1) 通常の金属で温度上昇により抵抗率が大きくなりやすい理由を、自由電子と格子振動の観点から説明せよ。

演習 8(2) 想定した半導体の温度領域で、抵抗率が小さくなる理由を説明せよ。

演習 8(3) 「金属の一次近似式にある正の温度係数を、すべての物質・すべての温度に適用できる」という主張は適切か。理由とともに答えよ。

©ミライコーチング

演習問題の解答・解説

演習 1 の解答・解説

演習 1(1)の解答・解説　一定方向への正味の電流は生じない。電子は乱雑に動いていても、移動方向がばらばらで、平均すると一方向への電荷の流れにならないためである。

演習 1(2)の解答・解説　自由電子は電場と逆の左向きに平均移動し、慣用電流は右向きに流れる。金属の正イオンは格子位置の周りで振動し、右向きに導線全体を流れていくわけではない。電場の向き・電子の負電荷・慣用電流の約束を分けて考える。

演習 1(3)の解答・解説　絶縁体にも電子は存在するが、通常の条件では電荷が移動しにくい。また半導体は単に抵抗率の中間値だけで決まる分類ではなく、温度・光・不純物などで電気的性質が大きく変化することが重要である。金属の自由電子モデルだけですべての材料を説明することもできない。

演習 2 の解答・解説

演習 2(1)の解答・解説　$1\,\mathrm{mm}^2 = 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$ だから、$S = 1.5 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$ である。

演習 2(2)の解答・解説　材料の抵抗率を使い、

$$
\begin{aligned}
R &= \frac{\rho \ell}{S} \\
&= \frac{(2.0 \times 10^{-6}\,\Omega\cdot\mathrm{m})(3.0\,\mathrm{m})}{1.5 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2} \\
&= 4.0\,\Omega
\end{aligned}
$$

となる。結果の単位は Ω である。

演習 2(3)の解答・解説　同材同温、長さ一定で断面積が 2 倍になるため、抵抗は半分で $2.0\,\Omega$ となる。

演習 3 の解答・解説

演習 3(1)の解答・解説　B の半径は $2.0\,\frac{\mathrm{mm}}{2} = 1.0\,\mathrm{mm}$ である。したがって半径比 $\frac{r_B}{r_A} = \frac{1.0}{0.50} = 2$、断面積比は $\frac{S_B}{S_A} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = 4$ となる。

演習 3(2)の解答・解説　長さ・抵抗率が同じなので抵抗は断面積に反比例し、$R_B = 8.0\,\frac{\Omega}{4} = 2.0\,\Omega$ である。

演習 3(3)の解答・解説　式に入るのは半径 r ではなく断面積 $S = \pi r^2$ である。半径 2 倍なら断面積 4 倍なので、抵抗の倍率は $\frac{1}{4}$ となり、$\frac{1}{2}$ ではない。

演習 4 の解答・解説

演習 4(1)の解答・解説　体積 ℓS が一定なので、長さが 2 倍なら断面積は $\frac{1}{2}$ 倍である。

演習 4(2)の解答・解説　長さは 2 倍、断面積は $\frac{1}{2}$ 倍なので、

$$\frac{R'}{R} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

となる。もとの抵抗は $3.0\,\Omega$ だから $R' = 3.0\,\Omega \times 4 = 12\,\Omega$ である。

演習 4(3)の解答・解説　「長さだけ 2 倍なら抵抗 2 倍」という判断には、断面積一定という条件が必要である。この問題では体積一定で伸ばしたため断面積も変わり、その効果を含める必要がある。

演習 5 の解答・解説

演習 5(1)の解答・解説　二点の差を取ると、傾きは

$$\frac{4.5\,\Omega - 1.5\,\Omega}{3.0\,\mathrm{m} - 1.0\,\mathrm{m}} = 1.5\,\Omega/\mathrm{m}$$

である。

演習 5(2)の解答・解説　$S = 0.80\,\mathrm{mm}^2 = 8.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^2$ として、

$$\begin{aligned}\rho &= (\text{傾き}) \times S \\ &= (1.5\,\Omega/\mathrm{m})\left(8.0 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^2\right) \\ &= 1.2 \times 10^{-6}\,\Omega\cdot\mathrm{m}\end{aligned}$$

となる。

演習 5(3)の解答・解説　同じ量ではない。$R = \left(\frac{\rho}{S}\right)\ell$ だから、グラフの傾きは $\frac{\rho}{S}$ であり、単位は Ω/m。抵抗率は ρ で単位が $\Omega\cdot\mathrm{m}$ なので、断面積を掛けずに同一視することはできない。

演習 6 の解答・解説

演習 6(1)の解答・解説　それぞれの $R = \rho\frac{\ell}{S}$ を比べる。

$$\begin{aligned}\frac{R_B}{R_A} &= \frac{\rho_B}{\rho_A}\frac{\ell_B}{\ell_A}\frac{S_A}{S_B} \\ &= 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= 1\end{aligned}$$

したがって、抵抗の比は $\frac{R_B}{R_A} = 1$ である。

演習 6(2)の解答・解説　両者の抵抗は等しいから、$R_B = 6.0\,\Omega$ である。

演習 6(3)の解答・解説　抵抗率だけでなく長さと断面積も異なるためである。B は抵抗率が 4 倍でも、長さが半分で断面積が 2 倍なので、三つの効果が打ち消し合う。

演習 7 の解答・解説

演習 7(1)の解答・解説　温度差は $\Delta\theta = 50\,\mathrm{K}$ であるから、

$$\begin{aligned} R &= (15\,\Omega)\left[1 + \left(0.004\,\mathrm{K}^{-1}\right)(50\,\mathrm{K})\right] \\ &= 18\,\Omega \end{aligned}$$

となる。

演習 7(2)の解答・解説　抵抗率の倍率は $1 + (0.004\,\mathrm{K}^{-1})(50\,\mathrm{K}) = 1.2$ である。導線の形状変化を無視すると抵抗も同じ割合で増える。

演習 7(3)の解答・解説　電圧 $9.0\,\mathrm{V}$ を一定に保つので、20℃では $I_0 = 9.0\,\frac{\mathrm{V}}{15\,\Omega} = 0.60\,\mathrm{A}$、70℃では $I = 9.0\,\frac{\mathrm{V}}{18\,\Omega} = 0.50\,\mathrm{A}$ である。電流は $0.10\,\mathrm{A}$ 減少する。

演習 8 の解答・解説

演習 8(1)の解答・解説　通常の金属では温度が上がると格子位置の正イオンの振動が強くなり、自由電子が散乱されやすくなる。そのため抵抗率が大きくなる傾向にある。

演習 8(2)の解答・解説　想定した半導体の領域では、温度上昇により電流を運べる電子や正孔などのキャリアが増える効果が強く、電流が流れやすくなるため抵抗率が小さくなる。

演習 8(3)の解答・解説　適切ではない。$\rho = \rho_0[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]$ は、指定した基準温度と限られた温度範囲での近似である。半導体のように逆の温度傾向を示す材料もあり、金属の正の α をあらゆる物質・温度に当てはめることはできない。